

9, 312

+ REX

576 ¼

576. 1. 8.
131. 3. 6

637 4. 14

6 = 1125
57. 106. 3. 4
47. 1. 1. 8.
1. 11.

1233 7. 7

Desunt in fasciculo qui continet Joa. Kepleri Harmonices mundi libros quinque:

1) Ejusdem authoris in titulo promissus liber, cui titulus Prodromus, seu Mysterium Cosmographicum &c:

2) Libro 2do inserendae paginae 53 et 54 cum typis aeneis; quarum mentio fit in Emendandis, pag: 255. item in folium [illegible] libri 2i pag. 49 lin: 6 ab infra: et pag: 52 in fine.

3) Libro 5to pag: 186, inserendum schema ex aere, de quo item in Emendandis pag 255, et in libro dicto ipso pag: 186.

Det Kongelige Finants-Collegium har tilmeldt Administrationen, at

526 1/4

4) 526. 1. 8.
131. 3. 6

657 4. 14

6 = 1125
106. 3. 4
57 - 1. 1. 8.
47 - 1. 11.

1233 2. 7

Ioannis Keppleri
HARMONICES MVNDI
LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas constituunt, ortu & demonstrationibus.

Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel solido:

Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:

Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Essentiâ earumque generibus in Mundo; præsertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœlestibus in Terram descendentibus, eiusque effectu in Natura seu Anima sublunari & Humana:

Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissimis motuum cœlestium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.

Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxoniensis speculationibus Harmonicis, operi de Macrocosmo & Microcosmo insertis.

ACCESSIT NVNC PROPTER COGNATIONEM MATERIÆ eiusdem Authoris liber ante 23. annos editus Tubingæ, cui titulus Prodromus, *seu Mysterium Cosmographicum, de causis Cœlorum Numeri, Proportionis motuumque Periodicorum, ex quinque Corporibus Regularibus.*

Cum S. C. M^tis. Priuilegio ad annos XV.

Lincii Austriæ,

Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

AD

Serenisſimum & Potentisſimum Principem & Dominum

D. IACOBVM,

Magnę Britanniæ, Franciæ, Hiberniæ Regem, Fidei Defenſorem, &c.

Dominum meum Clementiſsimum.

CVR hos ego libros Harmonices inter homines vulgandos, ex Imperatoris Auguſtiſſimi, Domini mei aulâ, ex eius Regnis & Prouinciis hæreditariis Auſtriacis, ex ipſâ denique Germaniâ, trans mare ablegarem, tuoq; , Rex Inclyte, conſpectui ſereniſſimo ſiſterem: cauſas habui partim præſentes, partim antiquas.

Primùm enim hoc non alienum à meo munere putaui; vt quia Cæſaris in re Mathematicâ ſtipendia mereo, demonſtrarem igitur etiam exteris, quantam gereret prouidentiam, Princeps Reip. Chriſtianæ, diuiniſſimorum ſtudiorum: vt intelligeretur ex curſu non interturbato Pacis ornamentorum per has prouincias, famam inteſtini belli ſiniſtram, cum ipſa re proculdubio breui extinctum iri: Diſſonantiamque hanc paulò duriorem, vt in Patheticâ Melodiâ, iam iamque in ſua-

uem Clauſulam deſituram. Quem verò Bonitatis Imperatorię digniorem æſtimatorem, Rege magno? quem operis de Cælorum Harmoniâ, Pythagoram redolentis & Platonem, conuenientiorem Patronum, Rege illo legiſſem, qui Platonicæ ſapientiæ ſtudium domeſticis monumentis, quę ſubditorum veneratione etiam publica habemus, eſt teſtatus? qui Aſtronomiam Tychonis Brahei, cui opus hoc innititur, puer adhuc, ornamentis ingenii ſui dignam cenſuit? qui denique vir factus, & regni gubernacula tractans, Aſtrologicam vanitatem publicâ cenſurâ notauit? quæ ſane, libro huius operis IV. detectis veris fundamentis effectuum ſideralium, clariſſime pateſcit: Vt nulli dubium eſſe poſſit, quin totius huius Operis, omniumque eius partium ſis futurus intelligentiſſimus.

Maior verò mihi cauſa dedicationis ex antiquo eſt iſta. Cum primum ante annos paulò minus viginti materiam operis animo concepiſſem, titulumq; nuncupaſſem, nondum cognitis Planetarum motibus propriis, in quibus tamen ineſſe Harmonias inſtinctus Naturæ dictabat: Iam tunc ego patrocinium operis, ſi quando id ſuccederet, abſolutumque eſſet, Maieſtati tuę deſtinaui; hocq; veluti votum meum Legatis tuis ad aulam Imperatoriam ſemel atque iterum teſtatum feci. Cauſas de hoc Harmonicorum meorum patrocinio cogitandi, ſuppeditabat mihi Diſſonantia illa multiplex in rebus humanis, manifeſta quidem, vt non poſſit non offendere; ex concinnis tamen & articulatis interuallis conflata, quorum hæc eſt natura, vt auditum in mediâ diſcordantiâ, promiſſione ſucceſſuræ ſuauis concordiæ demulceat, eiuſdemq; expectatione ſuſtentet. Enimuerò digna erat homine Chriſtiano perſuaſio, Deum eſſe, qui omnem Melodiam vitæ humanæ moderantur, digna magnitudine Dei patientia, non offendi prolixitate diſſonantiarum, nec ſpes abiicere; reputantem, non Dei

proui-

prouidentiam lentè agere, sed nostrum singulorum æui spacium velociter auolare. Docebar equidem sacris oraculis, omnia à Deo certis & salutaribus vsibus esse destinata: etiam dissona ista, ad elucidandam & commendandam Consonantiæ suauitatem. Cur autem à tuâ potissimum Harpe Dauidicâ, Rex Inclyte, principium aliquod expectare consonantiæ restaurandæ, desideria mea me iuberent: etsi non est huius loci fusius explicare, ne prudentum monita contemnere videar: hanc tamen, toto dudum ab orbe confessam partem gloriæ, rerum abs Te gestarum, attingere nemo prohibeat: quod Angliæ regnum, hęreditate & consensu populi adeptus, breui illi commune cum Regno Scotiæ, Magnæ Britanniæ nomen dedisti; ex vtraq; prouinciâ Regnum & Harmoniam vnam (nam quid aliud est regnum, quam Harmonia) contemperasti, discordiam hęreditariam Nationum infensissimarum fœlicissimè sustulisti; memoriam crebrarum & cruentissimarum cladium, quibus ceu notis quibusdam, series sęculorum erat interstincta, penitus extinxisti. Hoc domesticum tuum opus, omen (inter cętera ponderosiora) non infidum mihi continere videbatur, fore vt etiam foris, Rex inter Reges, Fidei Defensor inter Christi fideles, maius aliquod & pręstantius, etiamque durabilius opus perficeres: quod quidem & votis meis tacitis, & ominatione publicâ, libro de stellâ nouâ, quæ veluti Carbunculus arderet (notus Scotię versiculus) sum prosecutus. Itaque velut iam confecto quod optabam & augurabar, Harmostę tam laudabili, meas aliquando Mundanas Harmonias accinere tanto firmius mihi proponebam.

Vellem hic, Dissonantiam publicam, Vocum trifariam obstrepentium, paulò mihi mitiorem esse, vt audiri publicè ex animi mei sententiâ possem: qua in re visus fuerit adspirare votis euentus? quę vulnera capitis, quibus

bus Harmoniis tentata, à quo Medico? & vt etiam hunc ego in libro de stella noua, longe antea viuis coloribus depinxerim? At quodnam erit operæ precium, si Harmoniam affectans priuato strepitu, nec vincam fremitus publicos, imbecillitate laterum, & molestias absurdi concentus in meis auribus insuper augeam? Fatendum equidem est, proh dolor, tumere adhuc vulnus decussatum, an malumus sacratiori fœlicioriq; vocabulo, cruciforme, tumere inquam, multiplici labro; & nullo illorum conniuente, medicinam hactenus irritam, omnibusque partibus irrisam; propterea quod Medicus, vt ægro deliro pharmacum fallens ingerat, multa simul & multa adiicit, quæ à sana ratione plurimum abire videntur. Recreor tamen hac ipsa cogitatione, quòd supremus vulnerum nostrorum Curator artis suæ certus sit, nec quicquam frustra applicet. Ergo qui curam iam est aggressus, qui iam expediuit, iam mundo monstrauit, consolidantia ista; interim verò per calamitates publicas erodentibus vtitur, quoad consumptâ carne putridâ & ferâ, charitatis scilicet extinctæ, sensus aliquis doloris ad viuę carnis profunditatem descenderit: idem procul dubio lenientibus etiam vtetur propediem ad deprimendos tumores; vt consolidantibus illis denique locus esse possit: tandemque Dissonantia hæc diuturna (vt ad propositum exemplum reuertar) in meram & durabilem Harmoniam terminetur. Qua in spe etiam contra spem confirmor non tantum successu mearum speculationum Harmonicarum, vt cuius fœlicitas audaciam in quærendo longissime superat: sed etiam hoc ipso, quod inter cætera, quæ, ad Operis perfectionem necessaria, per tot iam annos fuerunt loco pristino, Maiestatem etiã Tuam Regiam, cui patrocinium operis, antequam inciperetur, destinaueram, huc vsque incolumem & florentem vidi: nec desinam à Deo Pacis & Concordiæ authore contendere deuotis precibus, vti

tibi

tibi & vitam & Maiestatem Regiam, vsque ad optatum illum euentum incolumem tueatur.

Interim Maiest. Tuam Reuerend.[am] supplex rogo, vt & hoc opus Harmonices, Nomini suo dedicatum sereno vultu aspiciat, & hanc mei deuotissimi affectus in Se, significationem æqui bonique consulat: contemplatione verò Operum Dei Regium oblectet animum, quantum per necessarias Regni occupationes licebit: & exemplis Concordiæ resplendescentis ex operibus Dei visibilibus, studium in se Concordiæ & Pacis Ecclesiasticæ & Politicæ confirmet excitetq; denique me meaque studia Regio suo patrocinio clementissimo dignetur. Dabam Lentiis Noricis ad Ripam Danubii, Ididus Februariis, Anno æræ Occidentis M. DC. XIX.

Serenis. Maiest. Tuam Regiam

Omni cum submißione venerans

Imp. Cæs. Matthiæ, eiusque fideli. Ordinum Archiducatus Austriæ SuprAnisanæ Mathematicus

IOHANNES KEPPLERVS.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER I.

DE FIGURARUM REGULARIUM, QUÆ PROPORTIONES HARMONICAS pariunt, ortu, claſsibus, ordine & differentijs, causâ ſcientiæ & Demonſtrationis.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. Comment. in I. Euclidis.

Πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν θεωρίαν (ἡ μαθηματικὴ) τὰ μέγιστα συμβάλλεται, τήν τε τῶν λόγων εὐταξίαν ἀναφαίνουσα, καθ' ἣν δεδημιούργηται τὸ ΠᾶΝ, &c: καὶ τὰ ἁπλᾶ καὶ πρωτουργὰ στοιχεῖα, καὶ πάντη τῇ συμμετρίᾳ καὶ τῇ ἰσότητι συνεχόμενα δείξασα, δι' ὧν καὶ ὁ πᾶς οὐρανὸς ἐτελειώθη, σχήματα τὰ προσήκοντα, κατὰ τὰς ἑαυτοῦ μερίδας ὑποδεξάμενος.

Cum S. C. Mtis. Privilegio ad annos XV.



LINCII AUSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,
ANNO M. DC. XIX.

Prooemium.

CVm a divisionibus circuli in partes aliquotas æquales, quæ fiunt Geometricè & scientificè, hoc est, à figuris planis Regularibus demonstrabilibus, sint nobis petendæ causæ Proportionum Harmonicarum; illud initio significandum duxi, differentias rerum Geometricarum mentales, hodie, quantum apparet ex libris editis, in solidum ignorari. Adeòq; ne ex veteribus quidem, qui has specificas rerum Geometricarum differentias se exactè cognovisse significaverit, præter Euclidem, ejusq; comentatorem Proclum, quisq̃ occurrit. Pappi quidem Alexandrini, veterumq;, quos ille seqtur, distributio Problematum, in Plana, Solida & Linearia, satis est apposita ad habitus mentis circa unamq̃q; subjecti Geometrici partem orientes, explicandos: illa tamẽ & brevis est verbis, & ad praxin applicata; de theoria nulla fit mentio: & verò nisi totâ mente in theoriâ hujus rei occupemur, nunq̃ assequi poterimus rationes harmonicas. Proclus Diadochus, libris quatuor in primum Euclidis editis, Philosophum Theoreticum in mathematico subjecto ex professo egit: q̃ si comentaria sua in decimum etiam librum Euclidis nobis reliquisset: & nostros Geometras inscitia liberasset non neglectus; & me labore hoc explicandi rerum Geometricarum differentias in solidum sublevasset. Satis enim illi cognita fuisse discrimina ista Entium Mentalium, ex ipso exordio facilè apparet, cùm principia totius essentiæ Mathematicæ statuit eadem, quæ etiam p̃ omnia Entia vadunt, omniaq; à se gignunt, Finem sc. & Infinitum: seu Terminum & Interminatum: terminum vel cirumscriptionem pro Forma, interminatum pro Materia agnoscens rerum Geometricarum.

Proclus de intellectuali essentia rerum Geometricarũ.

Quantitatum n. propria sunt, Figuratio & proportio: figuratio singularum, proportio junctarum. Figuratio p̃ficitur terminis, linea n. recta punctis, sup̃ficies plana lineis, corpus superficiebus terminatur, circumscribitur & figuratur. Quæ igr finita circumscripta & figurata sunt, illa etiam comprehẽdi mente possunt: infinita & indeterminata quaten⁹ talia nullis scientiæ, que definitionibus, comparatur demonstrationum repagulis coartari possunt. Prius autem figuræ sunt in Archetypo, quàm in Opere, prius in mente divinâ, quàm in creaturis; diverso q̃dem subjecti modo, sed eâdem tamen essentiæ suæ formâ. Igr quantitatibus figuratio, Mentalis q̃dam essẽtia fit, seu intellectio, earum essentialis differentia. Id multò magis clarum est ex proportionibus. Cum n. figuratio pluribus terminis p̃ficiatur, fit ut p̃p hanc pluralitatem figuratio proportionib⁹ utatur. Proportio verò quid sit sine mentis actione, id verò intelligi nullatenus potest. Eóque etiam hoc nomine, q̃ quantitatib⁹ terminos dat pro principio essentiali, is figuratas quãtitates intellectualem essentiam habere ponit. Sed non est opus argumẽtatione, legatur totus liber Procli; satis apparebit, ipsi differentias intellectuales rerum Geometricarum probè fuisse cognitas; etsi affirmatum hoc ille non ita seorsim solitariũ in aperto & conspicuo ponit, ut etiam oscitantem ej⁹ admoneat: fluit n. ejus oratio pleno velut alveo, copiosissimis undique strata sententijs abstrusioris philosophiæ Platonicæ, quas inter & hoc est, libri hujus argumentum singulare,

Verum

Verùm huic nostro sæculo non vacavit hactenus, ad tam recondita penetrare: lect⁹ est liber Procli Petro Ramo, sed quòd ad nucleum attinet philosophiæ, pariter cum decimo Euclidis cōtempt⁹ & abject⁹: quiq; comētarium in Euclidem scripserat, veluti si apologiam pro eo scripsisset, repudiatus & obmutescere jussus: irritata verò infensi Censoris ira in Euclidem ut reum vertit; damnatus est atroci sententia Euclidis decimus, ut ne legeretur, qui lectus intellectusq;, philosophiæ mysteria pandere poterat. Legite quæso verba Rami, quibus ille nihil unq̄ indignius Ramo protulit: Scholarum Math. lib. 21. *Materies inquit, decimo libro proposita, eo modo est tradita, ut in humanis literis atq; artib⁹ similem obscuritatē nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligendum, quid præcipiat Euclides (id n. vel indoctis & illiteratis, id solum quod adest, quodq; præsens est, intuentibus, possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus & explorandum, quis finis sit & usus operi propositus, quæ genera, species, differentiæ sint rerum subjectarum: nihil n. unquam tam confusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagorica in hunc quasi specum inducta videatur &c.* At hercle, Rame, nisi nimiùm facilem ad intelligendum hunc librum credidisses: nunquàm tantam obscuritatem fuisses calumniatus. Labore majore opus est, quiete opus est, sollicitudine opus est, & attentione p̄cipuâ mentis, donec comprehendas intentum scriptoris: ubi eo fuerit enisa mens generosa, tum demum sese in lumine veri versari cernens, incredibili voluptate perfunditur exultans, & ab illâ veluti specula totum Mundū omnesque ejus partium differentias exactissimè perspicit. At tibi, qui hoc loco patronum agis ignorantiæ, vulgique hominum, lucra captantium ex omni re, divinâ, humanâ, vobis inquam sint ista *prodigiosa sophismata*, vobis *ocio fuerit Euclides intemperanter abusus*, vobis *acumina ista locum in Geometria nullum habeant*; vestrum esto, carpere quæ non intelligitis: mihi qui rerum causas indago, præter quàm in decimo Euclidis, semitæ ad illas nullæ patuerunt.

Petri Rami iniquà in Euclidem & imperita censura.

Ramum secutus Lazarus Schonerus, in Geometria sua, fassus est se quinque corporum Regularium usum planè nullum in Mūndo videre potuisse, donec libellum meum, quem Mysterium Cosmographicum inscripsi, perlegerit: in quo Planetarum numerum & intervalla, probo ex corporibus quinque Regularibus esse desumpta. Ecce quid nocuerit Ramus magister Schonero discipulo. Primùm Ramus Aristotele perlecto, qui refutaverat Pythagoricam philosophiam circa Elementorum proprietates ex quinque corporibus deductas, statim animo concepit contemptum totius Philosophiæ Pythagoricæ; deinde cùm sciret Proclum fuisse Pythagoricæ sectæ, non credidit ei affirmanti, quod erat verissimum, sc. Euclidei operis ultimum finem, ad quem referrentur omnes omninò propositiones omnium librorum (exceptis quæ ad Numerum perfectum ducunt) esse quinque corpora regularia. Hinc orta est apud Ramum confidentissima persuasio, Quinque corpora esse removenda à fine librorum Elementariorum Euclidis.

Lazarus Schonerus.

Adempto fine operis, veluti formâ ædificij sublatâ, relinquebatur informis strues propositionum in Euclide, in quam velut in larvam aliquam Ramus totis octo & viginti libris Scholarum invehitur, magna

dicendi acerbitate, magna temeritate, tanto viro indignissimâ. Hanc Rami persuasionem secutus Schönerus credidit ecce & ipse, corpora regularia nulli esse usui: nec hoc tantum; sed & Proclum neglexit, aut contempsit, judicium Rami secutus; à quo Proclo discere poterat usum corporum quinque & in Elementis Euclidis & in Mundi fabrica. Et quidem fœlicior erat discipulus Magistro, quia usum corporum à me patefactum in Fabrica Mundi gratulabundus recepit, quem Ramus à Proclo inculcatum repudiaverat. Quid cum enim si Pythagorei figuras has elementis, non verò ut ego, Sphæris Mundi attribuerūt? Annisus esset Ramus, ut errorem hunc ipsorum circa genuinum figurarum subjectum tolleret, ut ego feci: non totam hanc Philosophiam uno verbo tyrannico sustulisset. Quid si Pythagorici hoc idem docuerunt, quod ego, sententiam involucris verborum texerunt? Nonne Copernicana Mundi forma extat in ipso Aristotele, perperam ab ipso refutata sub nominibus alijs: dum illi Solem Ignem, Lunam Antichthona appellarunt? Si namq; dispositio orbium eadem fuit apud Pythagoreos, quæ apud Copernicum, si nota Corpora quinque, eorumque numeri quinarij necessitas; si constanter omnes docuerunt, corpora quinque esse Mundi partium Archetypos; quantulum superest, ut credamus illorum sententiam sub ænigmate ab Aristotele lectam, quasi sub vero vocabulorum sensu fuisse refutatam: dum Aristoteles legit Terram, cui Cubum dabant; cùm ipsi fortè Saturnum intellexerint, cujus Orbis interpositu Cubi summotus est à Jove. Et terræ quidem quietem vulgus ascribit, Saturnus verò motum tardissimū, quieti proximum est sortitus, unde etiam ap. Hebræos à Quiete nomen obtinuit. Sic Aëri datum Octaëdron legit Aristoteles, cùm illi fortè Mercurium intellexerint, cujus orbis Octaëdro inclusus est; nec minus velox est Mercurius (quippe omnium velocissimus) quàm mobilis Aër habetur. Ignis vocabulo fortasse Mars fuit insinuatus, cui alias etiam ab igne nomen est Pyrois, atque illi Tetraëdron datum, forte quia includitur ejus orbis hac figura: Et Aquæ sub involucro, cui Icosaëdron attributum, Veneris stella (ut cujus curriculum Icosaëdro continetur) latere potuit, quia Veneri humores subjecti, ipsaque dicitur orta Maris spumâ, unde vox Ἀφροδίτη. Denique Mundi vox potuit significare Terram; & Mundo Dodecaëdron adscribi, quia Terræ curriculum hac figura continetur, duodecim longitudinis partibus distinctum; uti illa figura duodecim toto ambitu planis continetur. Quòd igitur in Mysterijs Pythagoreorum hoc pacto quinq; figuræ distributæ fuerint non inter Elementa, ut Aristoteles credidit, sed inter ipsos Planetas; illud vel maximè confirmat, quòd Proclus finem Geometriæ inter cæteros hunc tradit, quòd doceat, quo modo figuras convenientes cœlum certis sui partibus acceperit.

Lazari Schoneri sentētia de quinq; figuris solidis

Pythagoreorum de qn q; figuris Mystica interpretatio.

Nec dum finis est damni, quod Ramus nobis dedit, ecce sollertissimum Geometrarum hodiernorum Snellium, planè suffragantem Ramo, præfatione in Ludolphi à Cöllen Problemata: primum ait, *ad usum inutilem esse divisionem illam ineffabilium in tredecim species.* Concedo, si nullum ille usum agnoscat, nisi in vita communi, & si nullus con-

Willebrordi Snellij de Binominalibus sententia:

tem

templationum physicarum sit usus ad vitam. At cur non Proclum sequitur, quem allegat, qui agnoscit aliquod majus Geometriæ bonum, quàm sunt artes ad vitam necessariæ? tunc equidem & decimi libri usus apparuisset in æstimandis figurarum speciebus. Allegat Snellius authores Geometras, qui non utantur libro decimo Euclidis. Sanè omnes illi aut linearia tractant problemata, aut solida, & de figuris vel quantitatibus talibus, quæ non habent finem suum intra sese, sed manifestè tendunt ad usus alios, nec sine ijs exquirerentur. At Figuræ regulares propter seipsas exquiruntur ut Archetypi, suam in seipsis habent perfectionem, suntque inter subjecta planorum Problematum, non obstante quod planis hedris solidum etiam clauditur: similiter & decimi libri materia potissimùm ad plana pertinet. Cur igitur allegarentur heterogenea? aut cur vilis æstimatur merx, quam non emit Codrus, ut eâ ventrem pascat, emit verò Cleopatra, ut aures ornet? *Crux tantùm defixa est ingenijs?* Equidem ijs, qui numeris, hoc est effando vexant Ineffabilia. At ego has species tracto non numeris, non per Algebram, sed ratiocinatione Mentis; sanè quia ijs mihi non est opus ad subducendas Rationes mercatuum, sed ad explicandas rerum causas. Segreganda censet subtilia ista à ςοιχειώσει, inque Bibliothecas abstrudenda. Omninò fidum Rami discipulum agit, nec ineptam locat operam: Ramus Ædificio Euclideo formam ademit, culmen proruit, quinque corpora; quibus ablatis, compages omnis dissoluta fuit, stant muri fissi, fornices in ruinam minaces: Snellius igitur etiam Cæmentum aufert, ut cujus nisi ad soliditatem domus sub quinque figuris coagmentatæ nullus est usus. O fœlicem captum discipuli, quàm ille dextrè Euclidem intelligere didicit à Ramo: sc. ideò putant Στοιχεῖα dicta, quòd inveniatur in Euclide propositionum & problematum & Theorematum omnivaria copia, ad omne genus Quantitatum artiumque circa illas occupatarum: cùm liber Στοιχείωσις sit dictus à formâ, quòd semper sequens propositio innitatur præcedenti, usque ad ultimam libri ultimi (partim & libri noni) quæ nullâ priorum carere potest. Ex Architecto saltuarium faciunt aut materiarium, existimantes Euclidem ideò librum suum scripsisse, ut omnibus alijs commodaret, solus ipse propriam domum nullam haberet. Sed plus satis hoc loco de hisce: revertendum est ad caput orationis.

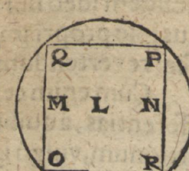
Cùm enim cernerem, veras & genuinas rerum geometricarum differentias, à quibus arcessendæ mihi sunt causæ Harmonicarum Proportionum, vulgò ignorari penitus: Euclidem, qui studio illas tradiderat, Rami cavillis oppressum explodi, strepituque lascivientium obturbante, à nemine exaudiri, aut surdis etiam narrare Philosophiæ mysteria; Proclum, qui mentem Euclidis aperire, abstrusa eruere, difficiliora captu, facilia reddere potuisset, & deridiculo esse, nec Commentaria sua usque ad librum decimum continuasse: vidi hoc omnino mihi faciendum esse; ut initio, ex libro decimo Euclidis exscriberem ea, quæ ad præsens institutum meum præcipuè facerent; seriem etiam rerum illius libri, certis quibusdam interjectis divisionibus, in lucem pro-

Occasio hujus Libri I.

ferrem, cauſas indicarem, cur quædam diviſionum membra ab Euclide fuerint omiſſa: tunc demum de figuris ipſis agendum fuit. Ubi quæ fuerunt ab Euclide demonſtrata clariſſimè; in ijs ſimplici propoſitionum allegatione contentus fui: multa quæ ſunt ab Euclide demonſtrata viâ aliâ, propter finem mihi propoſitum, ſcilicet propter comparationem figurarum ſcibilium & inſcibilium, hîc fuerunt repetenda, vel disjuncta conjungenda, vel ordo mutandus. Definitionum, Propoſitionum, Theorematum ſeriem continuo Numero ſum complexus; ut in Diopticis feci, propter allegationum commoditatem: in ipſis etiam lemmatibus non accuratus fui, nec nimium de vocabulis ſollicitus, magis in res ipſas intentus: quippe qui non jam in Philoſophia Geometram, ſed in hac Geometriæ parte Philoſophum agam. Atque utinam de rebus Geometricis adhuc populariùs, dummodo & clariùs & palpabiliùs diſſerere potuiſſem. Sed ſpero, lectores æquos in utrâque re, & quòd Geometrica populariter trado, & quòd materiæ obſcuritatem induſtriâ vincere non potui, meam operam boni conſulturos. Quibus etiam hoc ad extremum do conſilij; ut ſi Mathematicarum rerum penitus imperiti fuerint; transmiſſis enarrationibus meis, ſolas legant propoſitiones, à XXX uſque ad finem; & fide propoſitionibus ipſis adhibitâ ſine demonſtratione, pergant ad libros cæteros, præſertim ad ultimum; ne difficultate Geometricarum argumentationum abſterriti, fructu ſeſe privent Harmonicæ contemplationis jucundiſſimo. Nunc ad rem accedamus cum Deo.

De Figurarum Regularium demonſtrationibus.

I. Definitio.



Plana Figura regularis illa dicitur, quæ omnia latera & omnes angulos, extrorſum verſos, æquales habet.

Ut hic QPRO, latera QP, PR, RO. OQ, ſunt æqualia, & anguli QPR, PRO, ROQ, OQP, æquales.

II. Definitio.

Earum quædam ſunt primæ & radicales, quæ ſuos ipſæ terminos non excedunt, quibus propriè convenit poſita definitio: quædam ſunt auctæ, quæ ſua veluti latera excedunt, continuatis alicujus radicalis lateribus non contiguis, ad concurſum; dicuntur Stellæ.

Ut hic

Ut hic ABCDE est perfectum quinquangulum, estque figura prima, non desiderans aliam perfectam, ex qua, continuatione laterum, producatur.





At FGHIK est stella quinquangula, & figura aucta, continuatis lateribus binis, non contiguis, verbi caussa AB, & DC, ad concursum I.

III. Definitio.

SEmiregulares sunt, quæ angulos variantes, latera quatuor habent æqualia, ut Rhombi *NMPO*, *GEKD*.





IV. Propositio.

OMnes figuræ Regulares angulis suis omnibus simul eidem circulo possunt insistere.

Nam per 21. Tertij Euclidis, Omnes anguli æquales, eidem, & sic etiam ejusdem circuli æqualibus segmentis inscribi possunt; sunt autem omnes anguli Regularis figuræ æquales, omnes igitur unius figuræ anguli æqualibus unius circuli segmentis possunt inscribi. Sed & actu omnes inscribi necesse est, uno inscripto. Nam latera omnia sunt æqualia; quare etiam sunt æqualia segmenta circuli, quæ à binis unius anguli lateribus abscecantur, per 24. Tertij Euclidis: Ergò tam angulus, quàm laterum fines, simul in eundem circulum competunt. Fines verò laterum sunt & ipsi anguli. Secus esset si, quamvis æqualibus angulis, latera non essent æqualia: tunc enim dissolveretur necessitas inscriptionis omnium.

V. Definitio.

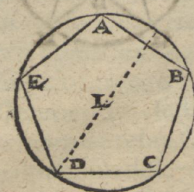
DEscribere Figuram, est proportionem linearum angulis subtensarum, ad anguli crura geometrico actu determinare; ex determinatis, triangula figuræ Elementaria construere, ex triangulis coassatis, figuram ipsam perficere.



Data enim proportione DA ad AE, ED, fiunt triangula DAE, DAC, CAB: ex quibus constat figura.

VI. Definitio.

INſcribere Figuram circulo, eſt proportionem lateris figuræ ad diametrum circuli, cui eſt inſcribenda, Geometrico actu determinare, quâ conſtitutâ proportione; facilè in circulo figura propoſita delineatur.



Ut ſi detur LD ſemidiameter, vel ejus dupla diameter, ſi ſciamus, quid faciendo cum eâ, juſtam longitudinem lateri DE indulgeamus; facilè poſteà repetitione ipſius DE, per circumferentiam, conſummamus figuram.

VII. Definitio.

SCire in geometricis, eſt menſurare per notam menſuram; quæ menſura nota in hoc negocio inſcriptionis Figurarum in circulum, eſt diameter circuli.

VIII. Definitio.

SCibile dicitur, quod vel ipſum per ſe immediate eſt menſurabile per diametrum, ſi linea; vel per ejus quadratum, ſi ſuperficies: vel quod formatur ad minimum ex talibus quantitatibus, certâ & geometricâ ratione, quæ quantumcunque longâ ſerie, tandem tamen à Diametro, ejuſve quadrato dependeant. Græcè dicitur γνώειμον.

IX. Definitio.

DEmonſtratio eſt quantitatis vel deſcribendæ uel ſciendæ, ex Diametro deductio, per intermedia poſſibilia, Græçè Πόειμα.

Ita demonſtratio communiter vel deſcriptionem parit vel ſcientiam. Et Deſcriptio quidem quantitatem nudam, ſcientia verò inſuper & qualitatem, quantitatemvè certam profitetur. Poteſt autem aliqua linea eſſe geometricè determinata, Græcè ταχλή, *quæ tamen actu mentis, qualis ſit, nondum ſciatur. Poteſt viciſſim alicujus vel aliquarum linearum qualitas aliqua ſciri, quæ tamen ipſas nondum determinet, vel neceſſitet: ſi nimirum qualitas illa multis alijs rebus, quantitate differentibus ſit communis. Eſt etiam quarundam linearum deſcriptio facilis, ſcientia difficilima. Deniq; multa deſcribi poſſunt actu Geometrico qualicunq; ſciri tamen non poſſunt naturâ ſuâ: ut quidem ſcibile ſuprà deſcripſimus.*

X. De-

X. Definitio.

PRopria demonstratio est, cum numerus angulorum Figuræ vel ipsius, vel ei cognatæ numero laterum duplo aut dimidio, fit medius terminus ad determinandam proportionem lateris, quam id habet ad Diametrum.

Omnis enim figura regularis, est aut ipsa triangulum, aut resolvitur in triangula, ductis diagonalibus. Cùm autem omne tale triangulum habeat tres duobus rectis æquales; in Trigonico igitur angulo est pars tertia, in Tetragonici elementaris angulo minimo, pars quarta, in Pentagonici pars quinta, in Heptagonici, pars septima &c: duorum rectorum. Et ab hac quantitate anguli, incipit demonstratio cujusq.

XI. Definitio.

IMpropria demonstratio est, cum proportio lateris ad diametrum ex ipso angulorum numero immediatè adhibito nequit determinari Geometricè, nisi adhibeatur latus figuræ alterius, non duplo aut dimidio numero laterum.

XII. Definitio.

GRadus scientiæ diversi sunt, alij remoti, alij propinqui. Primus & proximus gradus, cùm lineam aliquam scio & demonstrare possum, esse diametro æqualem, aut planum, licet aliter formatum, quadrato diametri æquale.

Hic mensura nota, perfectè, scilicet seipsâ & uno actu, mensurat noscibile.

XIII. Definitio.

SEcundus gradus, cum diametro in aliquot partes æquales certo numero divisâ, vel ejus quadrato similiter, linea vel planum propositum æquatur tali parti vel partibus. Talis linea dicitur Græcè ῥητὴ μήκει Effabilis longitudine. Planum verò tale simpliciter dicitur ῥητὸν, Effabile. Numerus enim est Geometrarum sermo.

Ad hunc scientiæ gradum vel per descriptionem, inscriptionemque pervenimus; vel aliter etiam per cognationem cum alia aliqua quantitate, ad quam per illa media perveniebatur. Eoque non determinat hæc qualitas unam aliquam quantitatem; neque enim sufficit ad determinationem, ut sciam, aliquid causa commensurationis sic vel sic esse comparatum; oportet etiam hoc scire, quomodo, id est, quo numero sit Effabile.

XIV. Definitio.

TErtius Gradus est hic, cum linea longitudine est Ineffabilis, at ejus quadratum Effabile, & pertinens ad secundum gradum. Dicitur ῥητὴ δυνάμει, Effabilis potentiâ.

XV. Definitio.

QVi sequuntur gradus, omnes appellantur Ἄλογοι, Ineffabiles. Interpretes Latini verterunt, Irrationales, magno ambiguitatis & absurditatis periculo. Nos sepeliamus hunc vocis usum, quia multæ sunt lineæ, quæ quamvis Ineffabiles, optimis tamen continentur rationibus. Arithmetici consimili translatione appellant Numeros surdos, id est, qui non plus loquuntur quam surdus audit: sed sub hoc nomine tam Effabiles solâ potentiâ, quam ineffabiles quantitates intelligunt. Est igitur quartus in ordine gradus, primus verò ineffabilium, quando nec linea, nec ejus quadratum sunt Effabilia; sed tamen Quadratum in tale Rectangulum transformari potest, cujus latera sint Effabilia saltem potentiâ. Hæc linea dicitur MESE, quia est media proportionalis inter duas Effabiles sola potentiâ commensurabiles: ut si una quidem sit Effabilis longitudine, altera solâ potentiâ; aut si utraque sola potentiâ Effabilis, potentiæ tamen inter se non sint ut quadratus numerus ad quadratum.

Irrationale quid latinis Geometris.

Surdi Numeri.

Talis linea non scitur vel mensuratur longitudine certarum partium æqualium diametri, nec ejus quadratum, quadrato diametri; sed nec lineæ mensurantur à Diametro ambæ simul, inter quas MESE est media proportionalis; sed illarum linearum quadrata, hæc demum à quadrato diametri mensurantur.

Quadratum MESES & ipsum MESON dicitur, sive sic formæ quadratæ, seu in Rectangulum transmutetur: estque hoc alterum Plani genus, post Effabile planum: Et hisce duobus planis, Effabili & Meso sequentes species inter se distinguuntur.

XVI. Definitio.

AD lineas alias singulares transitus est nobis, per copulationem linearum binarum, quæ ipsæ quoque novos gradus scientiæ interponūt. Secetur n. vel diameter, vel aliqua diametro commensurabilis saltem potentiâ & sic Effabilis, aut etiam aliqua Mese; secetur inquam in partes duas inæquales, aut conferantur ex duarum talium sectionibus, duæ quæcunq; partes, vel compositæ ex partibus, vel compositas potentias, diminutasve, ex talibus habentes, duæ inquam in genere inæquales: illæ aut erunt longitudine commensurabiles inter se; aut incomensurabiles qdem longitudine, comensurabiles verò potentiâ. Hîc quamvis à commensuratione planè recesserunt singulæ, at junctæ tamen nonnullæ adhuc vel quadratis in unam summam collatis, vel Rectangulo communiter formato, constituunt plana hactenus ex-

nus explicata, non minus quam idem faciunt & illæ, quæ sunt inter se commensurabiles. Cæterum cum multiplex sit talium duarum planè incommensurabilium copulatio, alia aliâ ignobilior; non poterimus omnes bigas in unum gradum referre.

XVII. Definitio.

Sit ergo quintus scientiæ gradus, Cum duæ nec Effabiles ambæ, nec MESÆ, ampliùsque inter se planè incommensurabiles, utrumq; faciunt Effabile, & summam quadratorum, & commune Rectangulum: non minùs quàm utrumq; horum faciunt duæ longitudine Effabiles, per 20. decimi Euclidis, vel etiam duæ solâ potentiâ effabiles, sed inter se tamen longitudine commensurabiles, per eandem. Ut latus de quadrato 2. & latus de quadro 8. sunt inter se in proportione dupla, quia quadra sunt inter se in proportione quadrupla. Sunt ergò longitudine quidem Ineffabiles, at inter se commensurabiles. Earum quadrata 2. & 8. juncta faciunt 10. Effabile planum, Et ipsæ in se multiplicatæ (quod est Rectangulum formare) faciunt rectangulum 4. etiam effabile. Hoc idem inquam, faciunt etiam duæ nec Effabiles nec Mesæ, ampliusq; inter se planè incommensurabiles: eòque non, ut priores illæ, in secundum vel tertium gradum scientiæ sunt referendæ, sed in Quintum.

Nota igitur quòd in hoc gradu mensuremus non lineas ipsas, nec singularum quadrata, sed mensuramus & commune ipsarum Rectangulum, & juncta utriusque quadrata in unam summam; ut quod uni quadrato deest, quo minùs sit effabile, id ab altero quadrato sociato exactè compensetur.

XVIII. Definitio.

Sextus & ignobilior scientiæ gradus est, cum binæ junctæ, quæ nec effabiles, nec Mesæ, ambæ simul, etiamque inter se incommensurabiles, alterutrum saltem Effabile faciunt, reliquum verò Meson. Estque geminus; aut enim summa quadratorum effabilis, Rectangulum Meson; aut illa Meson, hoc effabile est.

Illo Effectu similes sunt Duabus Effabilibus sola potentia commensurabilibus, Nam potentiæ ambæ, hoc est quadrata Effabilia, faciunt etiam summam utriusque Effabilem: Rectangulum verò est Meson, per 22. decimi Eucl.

Hoc verò effectu similes sunt duabus Mesis sola potentiâ commensurabilibus, quæ sunt ad se mutuò, ut duæ Effabiles, inter quas prima ex 2. Mesis, est proportionalis Media; per 26. & 28. decimi Eucl. Nam quia sunt potentiâ commensurabiles: additæ igitur potentiæ faciunt summam partibus commensurabilem. At partes sunt Mesæ, & quod Meso est commensurabile, ipsum etiam est Meson, per. 24. decimi Eucl.

Hic Rectangulum binarum metimur quidem plano quadrato diametri, at non etiam summam quadratorum: nam ei solùm invenimus duas lineas, Rectangulum ei æquale formantes, quarum quadrata metiamur quadrato diametri.

XIX. Definitio.

SEptimus adhuc ignobilior scientiæ gradus est, cùm duarum inter se incommensurabilium neuter effectus est effabilis, nec summa quadratorum, nec commune Rectangulum: sed tamen adhuc utrumque Meson.

Hisce sunt effectu similes, duæ Mesæ potentiâ solâ commensurabiles, quarum una sit ad alteram, ut una earum, quas inter MESE verè est Media proportionalis, commensurabilum sc: solâ potentiâ, ad tertiam aliquam, solâ potentiâ commensurabilem, per 29. Decimi Eucl.

Has tres bigas, duplici genere Planorum distinctas, Euclides ob id potissimùm docet invenire, quia faciunt ad compositionem & constitutionem specierum sequentium.

XX. Definitio.

ERgo scientiæ Gradus Octavus ex præmissis interpositis derivatur, estque linearum iterum singularium, sed quæ compositione duorum nominum, sc. duarum copulatarum ex præcedentibus copulis, vel abstractione unius, Epharmozusæ dictæ, ab altera sociâ, constituuntur, novam speciem facientes. Ut sic in his sciamus seu mensuremus non integras lineas, non integrarum quadrata, non bina unuscujusque Nomina, sed eorum juncta quadrata & commune Rectangulum, ut præcedentibus XVIII. XIX. Et quamvis totidem scientiæ gradus numerare possemus, quot sunt futuræ species, quarum semper prior est posteriore nobilior: quia tamen quælibet compositio vel abstractio ad suum gradum respicit, nec ipso compositionis vel abstractionis opere constituitur ulla diversitas, sed omnes se habent ex æquo ad suas Nominum seu Elementorum bigas: ideo unum solum earum gradum faciemus: sed species ejus sciamus nobilitate distinctas.

XXI. Propositio.

SCiendum est autem, ex duabus inter se longitudine commensurabilibus nihil fieri, quod hîc in censum venire debeat: sive Effabiles illæ fuerint, sive Mesæ, sive Ignobiliores.

Nam si commensurabiles longitudine, tota etiam ex ijs composita, erit partibus commensurabilis. Atqui quæ Effabili commensuratur, Effabilis est: per de-

per definitiones ante 20. decimi Eucl. Quæ verò Mesæ commensurabilis, est Mese per 24. ejusdem. Et quæ cuique ex jam secuturis Ineffabilibus post Mesas, commensurabilis, ejusdem cum illa speciei est, per 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. Et sic est etiam cum alijs speciebus remotioribus, ab Euclide non commemoratis, quæ gradus remotiores faciunt. Ac etsi cum ijs non ita esset, id tamen ad nos nihil pertinet. Aut enim recidunt in unam specierum, quas jam constituemus ex incommensurabilibus; & sic non augent numerum: aut faciunt species ignobiliores vel sui vel alterius generis; & sic non sunt hujus loci, ubi gradus struimus, præmissis proximos nobilitate.

XXII. Definitio.

TRansmissis igitur ijs, quæ sunt longitudine commensurabiles, accedamus ad eas, quæ solâ potentiâ sunt commensurabiles. Igitur si componantur tales duæ Effabiles, fit BINOMINIS: sin abstrahantur, ex relicto fit Apotome: utriusque sex sunt species subordinatæ P. 48. 85. libri decimi.

Sin autem tales duæ Mesæ componantur, aut Effabile formantes Rectangulum, aut Meson: fiunt compositione BIMEDIALES, abstractione, MESES APOTOMÆ, illic PRIORES, hic POSTERIORES cognominatæ.

Hîc conjungere non licet Effabilem cum MESE: sunt enim tales duæ simpliciter incommensurabiles, de quo genere jam in sequenti agendum est.

XXIII. Propositio.

REstant igitur planè inter se incommensurabiles. Ex ijs verò aliquæ bigæ requisitos effectus præstare non possunt; ut sunt binæ Mesæ, item una MESE cum una Effabili.

Illæ quidem propter bigæ ignobilitatem, istæ verò propter suas discrepantes Naturas. Vide 71. 108. 109. decimi Eucl. Nulla igitur species compositionis hinc potest arcessi: restantq; nobis Ignobiliores tantùm, exclusis & Effabilibus & Mesis.

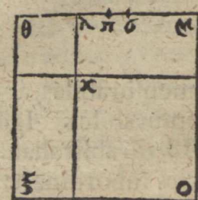
XXIV. Propositio.

EX biga verò primâ talium planè incommensurabilium, scilic. quæ sunt in præmissâ XVII. scibiles gradu quinto, componendo abstrahendove rursum nascitur Effabilis; suntque necessariò BINOMINIS & APOTOME, vide 112. 113. 114. Decimi Euclidis. Ut si & summa quadratorum Binominis & Apotomes, & commune Rectangulum illis est Effabile, oportet Nomina singula unius, Nominibus singulis alterius esse commensurabilia; quod non fit in omnibus BINOMINIBUS & APOTOMIS.

Quòd Binæ tales lineæ, duos requisitos effectus præstantes, necessariò fiant

Binominis & Apotome; demonstratur ad eundem modum, ad quem 33. decimi est demonstrata, tantùm ut pro duab⁹ ῥηταῖς δυνάμει μόνον, adhibeantur ῥηταὶ μήκει, & ubi vox μέσον occurrit, ῥητὸν ponatur: & ultimò comparetur Definitio Binominis & Apotomes.

Quòd autem ex compositione & abstractione Binominis & Apotomes, duos requisitos Effectus præstantium, fiat rursum Effabilis; sic patet. Cùm enim summa quadratorum sit Effabilis, & rectangulum Effabile; compositarum igitur in unum, quadratum constabit ex utriusq; quadrato, & duobus rectangulis communibus, ex duabus sc. partibus Effabilibus: quare & totum quadratum Effabile erit: igitur & linea composita, potens illud quadratum. Sit Binominis λμ ejus quandum κο, sit & apotome λθ, ejus quadrum θκ, & sint θκ, κο, juncta simul Effabilia, sit & Rectangulum ex θλ, λμ, effabile, talium autem duo κμ, κξ complent quadratum totius θμ compositæ, quod quadratum est θο.



De abstractione probatur in hunc modum. Si enim composita ex θλ, μλ, id est θμ, est effabilis, erit & dimidia θπ Effabilis, tanquam majus Nomen, & πλ Minus nomen, & altera dimidia πμ; aufer ab ea μσ æqualem ipsi θλ, erit & residua πσ Effabilis, & tota λσ, sc. dupla ipsius πσ. At πσ est residua post ablationem Apotomes μσ, à Binomine λμ. Residuum ergò fit Effabile.

XXV. Definitio.

Igitur ex secunda biga sexti gradus Num. XVIII. præmisso, linearum inter se planè incommensurabilium, quibus summa quadratorum est Effabilis, Rectangulum Meson; compositione nascitur MIZON, seu MAIOR dicta; abstractione ELASSON, seu MINOR. Ex tertia, ubi summa quadratorum est Meson, Rectangulum Effabile, quæ componendo nascitur, nomen habet POTENS EFFABILE ET MESON, quæ abstrahendo, FACIENS CUM EFFABILI MESON TOTUM. Denique ex quarta biga septimi gradus, Num: XIX. præmissâ, ubi uterque Effectus fit Meson; componendo fit POTENS BINA MEDIA, abstrahendo FACIENS CUM MESO MESON TOTUM.

Et ecce Originem duodecim specierum Euclidearum, earumque Numeri causas. Nam ad remotiores, quæ vel summam quadratorum, vel Rectangulum commune, vel utrumque, proferunt ultra Effabilia & Mesa, in ignobiliores species, non censuit Euclides sibi progrediendum esse.

XXVI. Definitio & Comparatio.

SVFficere iſta poterant etiam nobis ad conſtituendos gradus Demonſtrationum, quibus latera figurarum, nobis ad Harmonica neceſſariarum, diſtinguuntur: niſi quibuſdam ex recenſitis accederent aliæ inſuper proprietates, imò niſi prævenirentur hactenus recenſitæ proprietates, nobilioribus alijs, quibus cumulantur gradus ſcientificarum Demonſtrationum.

Ventum eſt ad compoſitionem & abſtractionem; ubi lineas componendas vel abſtrahendas laxè ſumpſimus, nullâ ijs impoſitâ certæ quantitatis neceſſitate. Quòd ſi jam adſtringamus leges, impoſitâ certâ proportione bigis, non quidem ſic datis, ut illæ junctæ unam duodecim ſpecierum fecerunt; ſed bigis aliter datis, uni ſcilicet rectæ datæ, & ejus parti majori inveniendæ, ut ſit nimirum vel minor pars ad majorem, ut major ad componendam ex utraque; vel viciſſim Major ad minorem, ut minor ad reſiduam: quod manet abſtractione duarum factâ, non ſemper fiet gradus aliquis remotior, ſed pro re nata, recidemus in unam explicatarum ſpecierum, & regreſſu facto, comparabimus lineam conſtitutam, quæ per ſe eſt octavi gradus, cum lineis quarti gradus.

Quemadmodum enim in quarto gradu defin. XV. duæ rectæ communi operâ planum formabant, ex quo in quadratum redacto naſcebatur linea, dicta Meſe: ſic jam duæ rectæ Tota & pars una, formant ipſam partem alteram ſubtrahendo, vel duæ partes formant totam addendo. Illic rectæ formantes, erant inter ſe commenſurabiles ſolâ potentiâ: Hic miſſâ commenſuratione, ſuccedit proportionis identitas inter totum & partes. Illic proportionis ſimilitudo erat inter minorē & faciendam, interq; faciendam & majorem; hic etiam eſt proportionis ſimilitudo, inter faciendas duas, interque earum unam & propoſitam totam, in abſtractione: in compoſitione verò inter faciendarum unam & propoſitam, interque propoſitam & faciendam alteram. Illic igitur datis duabus, dabatur Rectangulum æquale quadrato faciendæ, & ſic planum ante lineam: hic è contrario, factis duabus faciendis, ſequitur demum æqualitas inter Rectangulum extremarum & quadratum Mediæ, per 17. ſexti & 11. ſecundi Euclidis.

Illic rectæ formantes, quadrata habebant commenſurabilia quadrato Rectæ propoſitæ: hîc docet Euclides, Prop. 30. libri Sexti, & ſumere quadratum, propoſitæ quadrato commenſurabile, ſc. ſeſquintuplum ejus, & ab hujus quadrati latere auferre ſemiſſem propoſitæ, ut reſtet pars in propoſitâ ſtatuenda, quâ parte de propoſitâ ablatâ, relinquebatur pars altera requiſita, (vel ad totam additâ fiebat etiam tertia requiſita). Et tot nominibus partes hæ videntur accenſendæ gradui quarto.

In hoc verò puncto nobilior ipsâ Meſe redditur linea, quamcunq; occupaverit iſta proportio: quòd *Meſe* longiori cathenâ, ex quatuor articulis compoſitâ, dependet ab Effabili propoſitâ: hujus verò partes

nitun-

nituntur proportione suâ, quam habent immediatè ad ipsam Effabilem propositam. Eóque fit ut Mesôn possint esse multæ, eodem omnes gradu distantes ab Effabili; pars verò major in hac proportione ipsius Effabilis una sola sit, & omninò cujusque lineæ post Effabilem, una singularis. Quo nomine æquiparatur ejus demonstratio primo quodammodò gradui.

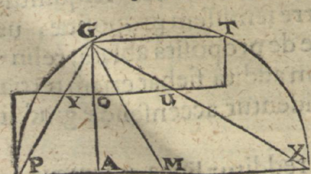
Quando igitur proposita Recta jubetur esse tota, ejusque duæ tales partes quæruntur, tunc hæc Geometris dicitur sectio secundum Extrema & Medium. Nimirum hoc sibi vult Nomen, quòd cùm aliâs vulgaris sectio totius in partes duas, non respiciat proportionem; aut si ad totam aliqua comparetur in eâ proportione, in quâ est minor pars ad majorem, tunc fiant quatuor termini, duo extremi & duo Medij: hic contrà fiant tantum tres termini, tota quidem & pars minor, duo extremi; pars verò major, medius terminus unicus.

Dicitur etiam eâdem de causa sectio proportionalis. Hodierni & sectionem & proportionem ejus cognominant Divinam, propter admirabile ejus ingenium, & multiplicia privilegia; quorum præcipuum est, quòd semper parte majori ad totam additâ, composita rursum est similiter secta; & quæ pars major erat, jam fit minor; quæ tota, jam major pars fit compositæ, per 5. Tredecimi Euclidis.

XXVII. Propositio.

CVm autem sectio talis in omnibus lineis locum habeat, in Effabili longitudine, in Effabili solâ potentiâ, in Mese, in duodecim reliquis speciebus recensitis, in alijs omnibus: nos in præsenti opere duabus solis ejus speciebus habemus opus, quæ cum speciebus hactenus explicatis coincidunt; secundum duas lineas secandas. Nam aut Effabilis est illa longitudine, aut Mizon. Quòd si Effabilis est longitudine, quæ ad secandum proponitur; sectæ pars major fit Apotome quartæ speciei; & respondet ei Binominis ejusdem quartæ speciei, communia cum ipsâ habens nomina. Sed cave confundaris, pars quidem major illa dicitur, relatione ad propositam; at eadem Apotome hic dicitur, non relatione ad propositam; sed qualitativè. Quòd si quæras, cujus sit apotome; respondetur, quòd sit apotome alicujus, quæ solâ potentiâ est commensurabilis propositæ, quæ sc. potest sesquiquartum propositæ.

Sit GA proposita ad secandum, sitque Effabilis longitudine. Fiat rectus angulus GAM & AM sit dimidia ipsius GA, & connexis GM punctis, centro M, intervallo GM scribatur semicirculus PGX, & AM continuetur in ejus circumferentiæ puncta PX. fiat super PA, quadratum PO. Ergò linea GA secta est proportionaliter in puncto O. Hæc igitur AO est pars major sectæ proportionaliter GA; at eadem AO vel ei æqualis AP, est Apotome non ipsius GA, sed ipsius MP vel MG,



quæ

quæ potest tam GA, quàm AM illius dimidiam: ut si potentia ipsius GA sit 4. erit ipsius AM 1. Et ipsius igitur GM potentia erit 5. In quantum igitur AO vel AP est Apotome, respondet ei binominis AX: suntq; nomina ipsius communia MX, vel MP, vel MG, & AM.

Quòd autem AP sit Apotome, & AX Binominis, utraq; quartæ speciei, sic probatur; Est enim utrunque nomen effabile & MX & MA; sunt tamen solâ potentiâ commensurabiles, quia MX (id est MG) potest 5. qualium MA potest 1. At 1. ad 5. non est ut numerus quadratus ad quadratum. Denique differentia potentiarum 1. & 5. est 4. numerus quadratus, cujus latus 2. longitudine Effabile, æquale sc. ipsi GA propositæ. Hæ verò sunt notæ speciei quartæ Binominum; in definitionibus ante P. 74: & Apotomarum, ante pr. 85. decimi Euclidis.

Denique si GA Effabilis secetur proportionaliter, pars ejus major OA & composita ex utraque OA, AG cadunt in gradum scientiæ quintum. Nam quadrata ipsarum juncta, summam faciunt Effabilem, triplum scilicet ipsius GA effabilis, per 4. Tredecimi Euclidis: Rectangulum verò etiam Effabile fit, quia est æquale quadrato ipsius GA effabili, cùm sit GA media proportionalis inter OA partem, & OA, AG compositam, per præmissa.

XXVIII. Propositio.

Vicissim, si aliqua Effabilis longitudine sic proportionaliter fuerit secta, pars ejus minor fit Apotome primæ speciei.

Ut si Effabilis sit GA, ut antea, & ejus sectæ proportionaliter pars major AO, minor OG; erit etiam OG Apotome, per 6. Tredecimi Euclidis.

Rursum a. OG dicitur Apotome qualitativè non relatione ad GA effabilem longitudine, cujus est pars minor; nec relatione ad MG, vel MP, cujus ipsa AO vel AP est Apotome; sed habet GO, Nomina peculiaria. Cum enim per Prop. 97, decimi Euclidis, quadratum cujuscunque Apotomes, & sic etiam quadratum PO, extensum ad Effabilem (ut hic ad GT, ipsi GA æqualem) faciat latitudinem GO, primæ speciei Apotomen: ipsa vicissim AO erat Apotome speciei quartæ. Illius igitur GO nomen majus, est Effabile longitudine; hujus AO majus nomen MP erat solâ potentiâ effabile. Et vicissim, quia nomina sunt solâ potentiâ commensurabilia; oportet Minus nomen, seu Prosharmozusan ipsius GO, esse solâ potentiâ effabilem: cùm ipsius AO nomen minus AM esset longitudine effabile: utrique tamen hoc manet, quod differentia quadratorum à nominibus descriptorum, fit quadratum alicujus effabilis longitudine.

Quæ autem sint hujus GO, primæ Apotomes Nomina, relinquo alijs quærendum. Prosharmozusa quidem ipsi GO ut Apotomæ Primæ est unica sola per 79. Decimi Euclidis. Quæ debet esse talis, ut ejus quadratum sit Effabile, non tamen numero quadrato: ipsa verò cum GO debet facere lineam unam Effabilem longitudine: & per 30. Decimi, si ex hac unâ totâ fiet diameter circuli, verbi causa PX; & si Prosharmozusa, paulò longior quâm PA (si quidem tota esset æqualis ipsi PX) ab uno termino Diametri X, applicetur circumferentiæ XG; tunc quæ signa GP connectit, debet esse ipsi PX toti commensurabilis longitudine.

XXIX. Propoſitio.

QVando vero ſecta fuerit proportionaliter aliqua Mizon; cujus quadratum ſit æquale rectangulo ſub longitudine, compoſitâ ex propoſitâ effabili & potente ejus quinq; quartas, & ſub latitudine quinque quartas potente; tunc minor pars fit Elaſſon: ubi Elaſſon eſt nomen non comparationis, ſed qualitatis: major verò pars fit Mizon alia, rurſum qualitativè intellecta, quæcunque ejus ſint Elementa.

In ſchemate fol. 16.

Sit ut prius, propoſitæ effabilis longitudo dimidia GA, ejusq; rurſum dimidia AM; ut qualium GA poteſt 4. poſſit AM 1. & ſit GAM rectus, poterit igitur MG talium 5. continuetur MA utrinq;, & centro M, intervallo MG, ſcribatur ſemicirculus PGX. Eſt igitur PX dupla ipſius GM; quare & PX poterit quinq; quartas partes de potentiâ propoſitæ, duplæ ipſius GA. Sed PG, GX quadrata juncta, ſunt æqualia quadrato PX, ergò & illa ſunt quinq; quartæ de quadrato propoſitæ effabilis. Porrò ſi ex PG. GX feceris lineam unam; ejus quadratum conſtabit ex duobus quadratis PG, GX, & ex duobus Rectangulis ſub PG. GX, quibus ſunt æqualia duo rectangula ſub GA. PX, hoc eſt, unum Rectangulum, ſub propoſitâ duplâ ipſius GA, & ſub PX, effabilibus duabus, ſed ſolâ potentiâ commenſurabilibus: quam ob cauſam rectangulum hoc erit Meſon, per 22. decimi Eucl. Cùm ergò quadratum lineæ PGX totius, conſtet ex quadrato PX effabili, & rectangulo Meſo, ejuſdem latitudinis PX: quæ duo, quadratum PX, & rectangulum ſub duplâ ipſius GA & ſub PX, ſunt æqualia rectangulo, quod continetur ſub PX, effabili, & ſub compoſitâ, ex PX & duplâ ipſius GA, ſolâ potentiâ commenſurabilibus, quarum partium major PX plus poteſt minore (duplâ ipſius GA) aliquâ ſibi commenſurabili longitudine (poteſt enim PX 5. qualium dupla ipſius GA poteſt 4. exceſſus igitur 1. eſt quadratum alicujus, quæ incommenſurabilis eſt ipſi PX, eò quod 1. ad 5. non ſit, ut quadratus numerus ad quadratum) quibus de cauſis dicta compoſita ex PX & GA duplicatâ, eſt Binominis quartæ ſpeciei: cùm inquam quadratum totius PGX ſit æquale tali rectangulo ſub Apotome quartâ & Effabili: linea igitur PGX tota erit Mizon. Elementa ipſam componentia, ſunt partes PG, GX. Nam quia PA, eſt Apotome, & AX Binominis: ſunt igitur inter ſe longitudine Incommenſurabiles. Ut verò PA ad AX: ſic quadratum PG, ad quadratum GX. Ergò PG, GX ſunt potentijs & ſic ſimpliciter incommenſurabiles inter ſe; & faciunt ſummam quadratorum effabilem, quippe æqualem quadrato PX: rectangulum verò ſub PG, GX Meſon. Ergò per 39. decimi, compoſita ex PG, GX eſt Mizon: Et per 76. Decimi, ablatâ PG, à GX, relinquitur Elaſſon. Atqui tota PGX eſt ſecta proportionaliter in G, Nam ut PA ad AG, ſit PG ad XG. At PA eſt ipſius GA proportionaliter ſectæ pars major OA, quia MP poteſt ipſius MA quintuplum & Apotome AP æqualis eſt AO per 11. ſecund. Eucl. Ergò & PG eſt ipſius GX proportionaliter ſectæ pars major; & per 5. Tredecimi, addita PG, pars major, ad GX totam, parit novam totam PGX, proportionaliter ſectam in G; ut jam PG ſit hujus compoſitæ pars minor, GX ejus major. Et ſic PGX, exiſtens aliqua Mizon, ſecta eſt eodem puncto G & in ſua Elementa, ex quibus Mizon denominatur, & ſimul in ſuas partes proportionis divinæ.

Dico eaſdem partes proportionaliter ſectæ, eſſe ſimul etiam Elaſſona & Mizona. Quia enim AP eſt Apotome quarta, quod igitur ſub AP Apotome & PX Effabili, eſt potentia Elaſſonis, p 94. decimi Euclidis: & quia AX eſt Binominis quarta, quod igitur ſub hac & PX Effabili, eſt mizonis potentia: ſed quadrata PG, GX, ſunt æqualia Rectangulis APX, AXP, ſingula ſingulis, ergò PG eſt Elaſſon, GX Mizon.

Conveniunt igitur hic in unum, nomina qualitatum & nomina proportionum. Nam PG dicitur pars minor, reſpectu totius PGX proportionaliter ſectæ in G; dicitur & linea minor ſeu Elementum minus ipſius PGX totius, ut hæc eſt aliqua Mizon qualitativè; dicitur denique græcè Elaſſon, quod ſonat Latinè minor, qualitativè, reſpectu aliarum duarum linearum, hic non expreſſarum, quarum ſubtractione unius ab alterâ, ipſa conſtituitur.

Eodem modo GX, primò dicitur pars major totius PGX proportionaliter ſectæ; ſecundò dicitur linea vel Elementum majus lineæ totius PGX, ut hæc eſt qualitativè Mizon ſuo proprio jure, non minus quam tota PGX ſuo: ſed lineæ facientes ipſam GX Mizona compoſitione ſuâ; non ſunt hîc expreſſæ.

Propter hunc concurſum ſectionis proportionalis, & ſectionis Mizonis in ſua Elementa, credo indita fuiſſe his ſpeciebus Nomina qualitativa Mizonis & Elaſſonis.

Cavendum autem hic eſt diligenter, ne diſcrimina rerum confundamus; ſectio proportionalis eſt abſoluta proportio, non alligata ad unam aliquam lineam, in notitiâ primam, quæ propoſita Effabilis dicitur: ſpecies verò iſtæ Mizonis & Elaſſonis, ſunt figuratæ certis gradibus diſceſſionis ſuæ à primâ propoſitâ Effabili. Itaque ſectio divina progreditur in infinitum; at non ſequitur eam affectio Mizonis & Elaſſonis: in illâ (ſectione) pars quæ modo major erat, proximo gradu fit minor; in hac, Elaſſon qualitate ſuâ, nunquàm nulloq; reſpectu fit Mizon, nec Mizon Elaſſon. Itaq; ſi GX Mizon dividatur rurſum proportionaliter, pars ejus major erit æqualis ipſi PG, eoq; Elaſſon manebit qualitativè; nequaquam verò Mizon qualitate fiet, ut ſit pars major quantitate: q̃diu quidem GA eſt Effabilis propoſita.

Quæris ſi Mizon ſit PGX qualitate, Mizon etiam GX qualitate; cur non etiam ipſius GX Elementum majus poſſit eſſe aliqua Mizon, ſicut ipſius PGX Mizonis majus Elementum erat GX, Mizon & ipſa? Quia etſi utraque eſt Mizon, tam PGX, quàm GX; alia tamen illic, alia hîc eſt formatio. Nam in quadratum PGX venit quadratum PX totum, rectangulum, ſub duplici GA & ſub PX, totum. At in quadratum GX, ingreditur de quadrato quidem PX, dimidium, ſc. quod ſub MX, XP, de rectangulo verò ſub duplici GA & ſub PX, pars ſolummodo quarta, ſc. quod ſub AM & ſub PX. Alia igr hic eſt proportio Meſi ad Effabile, alia illic. Noſtra verò propoſitio concurſum hunc, ſectionis divinæ, & qualitativæ compoſitionis, in partibus lineæ ijſdem, de priore ſolùm PGX, eiuſq; propriâ proportione Meſi ad Effabile de, mõſtrare nititur, non itidem de poſteriori.

Nota verò & hoc ad perfectionem analogiæ; quòd ſicut GX Mizon compoſitione proportionis divinæ, ſit maior aliqua Mizon, ſc. PGX, ad-

ditâ PG, q̃ est ipsius GX, pars maior in sectione divina: sic è contrario, PG Elasson huj' speciei, sectione proportionis divinæ, dat PY minorem aliq̃ Elassona seipsâ, sc. ipsius PG sectæ partem majorem, vel ipsius GX sectæ partem minorem GV: ut sicut maxima PGX cadit per sectionem divinam, in XG Mizona & GP Elasson, sic secunda Mizon GX, cadat in duas Elassonas XV, VG, æquales sc. ipsis GP, PY: atque ita duæ Elassones componant unam Mizona; Mizon verò & Elasson aliam Majorem Mizona.

XXX. Propositio.

Classes Figurarum singulas singuli faciunt numeri laterum Primi; & reputantur in classes, quæ habent Numerum laterum continuè duplum numeri sui Primi.

Sequitur hoc ex defin. X. hujus. Nam si omnium figurarum, quæ Numeros laterum habent unius alicujus continuè duplos, eadem est forma demonstrationis propriæ: omnium igitur illarum eadem est Classis, causâ demonstrationis. Non mutat quippe bisectio genus vel classem, associata earum singulis; propter & simplicitatem & æqualitatem Partium, junctim: ex singulis enim prioris figuræ arcubus facit partes binas tantùm, easq; æquales. At trisectione aut Quinisectione, aut sequentibus, non effugies, quin aut inæquales designes partes, si binæ tantùm esse debeant, aut multas, id est, plures duabus, si æquales. Ut in trisectione arcus 3, vel secatur in 2. 1. binas & inæquales, vel in 1. 1. 1. æquales sed multas.

Antecedens verò sic probatur. Demonstratio petitur à numero laterum; p X. hujus; Jam Primi numeri non communicant aliquâ parte numerosâ, nam unitas qua communicant, divisionem non admittens, non est pars numerosa vel numerus. Ergò etiam demonstrationes per eos factæ, non communicant inter se. Classes igitur singulorum Primorum distinctæ sunt. Harum prima est, in qua sunt figuræ (vel quasi) numeris laterum hisce: 2. 4. 8. 16. 32. & infinitæ: Secunda habet 3. 6. 12. 24. 48. 96. & infinitas: Tertia habet 5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. & infinitas. Aliæ infinitæ.

XXXI. Propositio.

Classes Figurarum singulas singuli faciunt Numeri, laterum duorum Primorum (excepto binario) minimi multiplices.

Sequitur hoc ex definitione XI. hujus. Nam si figura talis ad demonstrationem sui lateris non utitur numero suorum angulorum: est igitur diversa ejus demonstrationis forma à superioribus omnibus, quare etiam diversa classis. Exceptus verò fuit binarius à genesi novæ classis, in Primum aliquem multiplicatus: quia bisectio anguli cùm sit Geometrica, ipsa est, quæ classes singulas ex æquo in infinitum prorogat: quòd nisi esset, classes nullæ essent, sed singulares tantùm figuræ. Harum prima est, 15. 30. 60. 120. 240. 480. &c. multiplicatis 3. in 5. Secunda 21. 42. 84. &c. multiplicatis 3. in 7. Sequuntur infinitæ ut cùm 5. in 7. ducitur. Hinc 35. 70. 140. &c.

XXXII

XXXII. Propositio.

SEd & quadrati Primorum numerorum, excepto Binarij quadrato, & facti à quadratis & alio Primo, Primive quadrato, classes gignunt singulas, & distinctas à prioribus.

Quòd quadratus numeri Primi, non eandem cum Primo classem facit, causa est, quia cùm Primus ipse novam figurarum classem faciat, dividentium circulũ totum, per XXX hujus: jam idem Primus, non totum, sed partem circuli dividens, omninò aliam faciet demonstrationem, si quidem illa possibilis fuerit: cùm Pars circuli à Toto multùm differat causâ speciej, figurationisq. absolutæ: in quâ figuratione nunc occupamur, quippe quæ demonstrationem format.

Quòd autem binarij quadratus excipitur; causa est, quia figura, bis duos habens angulos, hoc est, Tetragonus, cadit in classem primam: multiplicatus verò Quaternarius in Primum, cadit in Primi classem, quia quatuor sunt bis duo: omnis verò figura, duplo laterum Numero, eodem refertur, quo figura simplo laterum Numero.

Harum prima est, in quâ figuræ 9.18.36.72.144.288. laterum & infinitæ.
Secunda, in quâ 25. 50. 100. 200. 400. & infinitæ.
Tertia, in quâ 49. 98. & infinitæ.
Infinitæ aliæ classes à quadratis.
Sic 27. 54. 108. 216. 432. & infinitæ, ex 3. & 9.
Sic 75. 150. 300. & infinitæ, ex 3. & 25.
Sic 147. 294. & infinitæ, ex 3. & 49.
Sic 45. 90. 180. 360 & infinitæ, ex 5. & 9.
Sic 125. 250. 500. 1000. & infinitæ, ex 5. & 25.
Sic etiam 225. 450. 900. & infinitæ ex 9. & 25. duobus quadratis.
Infinitæ aliæ classes, ex Primis in quadratos, aut ex Primorum quadratis in se multiplicatis.

XXXIII. Propositio.

SI a duplo numeri angulorum Figuræ abstuleris quatuor, formabis Numeratorem partium anguli recti, quas valet angulus figuræ; Denominator verò partium est ipse numerus Angulorum.

Ut in Trigono bis tria sunt sex, aufer 4, restant 2. Ergò angulus Trigonicus valet duas tertias Recti. Sic in Icosigono, bis 20. sunt 40, aufer 4. Ergò angulus Icosigonicus valet 36. vicesimas vel 9. quintas unius Recti. Nam cujusq. figuræ anguli distribuuntur in totidem triangula, quot habet latera, duobus minus. At cujuslibet Trianguli anguli valent duos Rectos: ergò cujuslibet figuræ anguli valent duplo plures Rectos, quàm Figura habet angulos, quatuor minùs. Hic verò numerus Rectorum distribuendus est in numerum angulorum figuræ, ergò hic denominat, ille numerat partes unius Recti.

XXXIV. Propositio.

Circulus Geometrica descriptione in duo secatur æqualia; & linea bisecans illum scitur scientiâ primi gradus; est enim Diameter ipsa.

Principium enim figurationis in circulo est, ducere rectam lineam per punctum imperatum, quousq; est opus.

Recta bisecans circulum est diameter, sc. per centrum ducta, quia partium circuli inter se æqualium est maxima semicirculus, linea igitur secans in duos semicirculos, est & ipsa longissima, per 14. Tertij Euclidis, & diameter, per 15. & per definitionem.

Porrò diameter est illa ipsa Effabilis, proposita pro Mensurâ cæterarum, ipsa sibi æqualis, suique Mensura perfecta, principium scientiæ Geometricæ.

XXXV. Propositio.

Tetragoni latus habet Geometricam descriptionem ex angulis, extra circulum, & si inscribatur circulo, Ipsa est in gradu scientiæ tertio, quadratum ejus in secundo, ut & area figuræ.

Tetragonus Esto O Q P R, ejus angulus, per XXXIII hujus, est rectus, quare per 46. primi Euclidis, facilè dato latere, describitur Tetragonus.



Cùmq; angulos habeat quatuor, lateraque totidem; duo ergò latera coëuntia, duas Circuli quartas intercipiunt, hoc est, semissem circuli. Quare per XXXIV. hujus, extrema laterum contiguorum connectit diameter circuli. Ut Q O, Q P, angulum O Q P rectum in semicirculo O Q P formantes, extremis O. P. connexa sunt per diametrum circuli O L P. Quare per 47. primi Eucl. quadrata duorum laterum O Q, Q P, æquant quadratum diametri. Et si dimidia pars de quadrato diametri redigatur in formam quadratam, per 14. secundi Eucl. latus ejus erit latus Tetragonicum. Ita quadratum lateris est Effabile.

Et quia quadratum O P est ad quadratum O Q, ut 2. ad 1. non verò ut numerus quadratus ad Numerum quadratum; O P verò est Effabilis longitudine; ergò latus O Q, est Effabilis solâ potentiâ, per 9. decimi Euclidis. Area verò tetragoni est eadem in hac figurâ, quæ Quadratum lateris, ergò & area Figuræ est Effabilis.

XXXVI. Propositio.

Octogoni latus habet Geometricam descriptionem ex Angulis, nec minus etiam Octogonicæ stellæ latus, seu subtensa tribus octavis partibus circuli, suntque in gradu scientiæ octavo, singula

ſingula, illud quidem Elaſſon, hoc verò Mizon; juncta verò in gradu ſexto, & proportionis cujuſdem ſingularis. Area deniq; Ineffabilis eſt, quippe Meſon.

Sit octogonus VQTOXRSP, ſtella verò VOSQXPTRV: cùm igitur lineæ binæ, verbi cauſa QT.TO, comprehendentes angulum octogonicum QTO, connectantur extremis Q.O. linea connectens eſt latus Tetragoni, quia de Octo ſemis eſt quatuor.



Ergò deſcripto Tetragono (ut alios deſcribendi Octogoni modos omittam) in circulo, ducatur in latus ejus OQ ex centro L, perpendicularis, ſecans latus in M, arcum in T. per 11. primi Eucl. quo facto per 30. Tertij Eucl. erunt quartæ partis circuli OQ, duæ partes, ſc. arcus OT. TQ. æquales. Connexis ergò punctis O & T, erit OT recta latus Octogoni, & connexis O. S. erit OS latus ſtellæ.

Connexo centro L cum Q, quia QML eſt rectus, ergò QL Effabilis longitudine, poteſt QM, & ML. poteſt autem QL ſemidiameter duplum ipſius QM ſemilateris Tetragoniei. Ergò QM & ML ſunt æquales, & utraq; Effabilis ſolâ potentiâ per XXXV hujus. Plus igitur poteſt LQ, quàm LM, potentiâ ipſius MQ, quæ longitudine eſt incommenſurabilis ipſi LQ. Sed ſunt æquales LQ & LS, & LT. Ergo compoſita SM erit Binominis quarta, cujus Nomina ſunt SL, & LM. per definit. ante 48. decimi Euclidis. Reſidua verò MT erit Apotome quarta, cujus Nomina TL, & LM. per definitionem ante 85. decimi Euclidis.

Et quia MS binominis quarta, & ST effabilis, quare per 57. decimi Euclidis, linea QS, quæ poteſt Rectangulum ſub ipſis, eſt Mizon: ſic quia TM eſt Apotome quarta, & TS effabilis; ergò TQ latus Octanguli, potens rectangulum ſub MT, TS eſt Elaßon, per 94. decimi Eucl.

Elementa illarum ſunt in hac delineatione, PA majus, & AT minus. Nam ad PA addita AT, facit PT latus ſtellæ: rurſum à PA vel TT ablata TA, relinquit AT, id eſt QV latus Octogoni. Scilicet Elaßon TQ poteſt duplum Proſharmozuſæ TA; & latus Tetragoni QP, poteſt utrumque Elementum PA & AQ, id eſt AT.

Et ſicut PX Mizon ad majus Elementum PA, ſic TQ Elaßon ad minus Elementum TA, & viciſſim, ut majus elementum PA, ad minus AT, ſic Mizon PX ad Elaßonem TQ: Ut pars major ad minorem; ſic totum ad differentiam.

Porro hæc latera SQ, QT, non ipſa ſunt tantùm Mizon & Elaßon; ſed ſunt etiam tales lineæ, ex quibus aliæ tales fiunt addendo vel ſubtrahendo. Primùm enim ſunt inter ſe incommenſurabiles, ſecundò quadrata ipſarum TQ, QS juncta æquantur quadrato effabili ipſius TS. Tertiò Rectangulum ſub TQ, QS eſt Meſon, eſt enim æquale Rectangulo ſub QM ſemilatere Tetragoni, ſolâ potentiâ effabili, & ſub TS effabili longitudine: quam ob cauſam ſunt etiam juncta in gradu ſcientiæ ſexto. Quare per 39 decimi, compoſitæ in unam TQS fiunt Mizon, & per 76. decimi, TQ hoc eſt QZ ablata à QS, relinquit ZS Elaßonem. Itaq; fieri poteſt, ut Elaßon & Mizon unius bigæ, fiant Elementa

alte-

alterius bigæ, & Elaſſon, ablata à Mizone ſuâ, relinquat Elaſſona alterius.

Quod aream Octogoni attinet, illa conſtat ex octo talibus trigonis, qualis eſt L Q T. Sed conſtat Rectangulum Q T R S ex talibus quatuor; eſt ergò ſemiſſis Areæ: & eſt Meſon, ut paulò anteà probatum; ergò etiam duplum ejus, ſcilicet Area Octogoni, Meſon eſt, per poriſma Prop. 24. *decimi Euclidis. Hinc Clavius* Geom: Pract. *libro* VIII. Prop. 31. *demonſtrat, aream ejus eſſe medium proportionale inter aream Tetragoni inſcripti & aream circumſcripti Tetragoni, quæ ſunt ad invicem, ut 1. ad 2. quæ determinatio quantitatis certæ, infert eandem qualitatem Meſi.*

XXXVII. Propoſitio.

HEKKædecagoni latus habet Geometricam deſcriptionem ex angulis, ſed lateris ſcientia longiùs evagatur, in gradus ignobiliores omnibus præmiſſis: multóque magis ejus ſtellarum latera, ſeu ſubtenſæ tribus, quinque, ſeptem, ſedecimis.



Quia bis octo ſunt ſedecim, ideò per latus Octogoni, figura hæc ex iiſdem fundamentis deſcribitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni.

Eſto Q O latus non jam Tetragoni, ſed Octogoni & Q T, T O latera jam ſedecanguli, & Q P latus ſtellæ Octangulæ eſto: id fuit prius Mizon: ergò & L M ejus dimidia erat Mizon. Quare rectangulum ſub S T Effabili & L M Mizone, eſt ſpeciei planè novæ, cujus inter gradus ſuperiùs explicatos, ut nobiliores, nulla fit mentio. Tale verò novum, ablatum ab eo, quod ſub L T, T S, Effabilibus longitudine continetur, relinquit iterum remotiorem aliquam ſpeciem, rectangulum ſcilicet ſub M T, T S æquale quadrato T Q, lateris Hekkædecagoni. Multò magis id verum de pluriangulis hujus Claſſis: ut 32. 64. 128. angulorum etc.

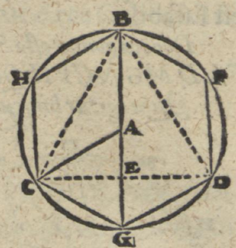
Cùm ſic habeat cum latere uno, ſeu ſubtensâ uni ſedecimæ, jam illius potentia ablata à potentiâ diametri, relinquit ſubtenſam, ſeptem ſedecimis, eſt igitur illa gradus remotioris.

Tres verò ſedecimæ ſubtenſam habent derivatam à ſubtenſa tribus octavis per biſectionem: ſunt igitur in remotiori gradu, quàm illa: Et potentia ſubtenſæ tribus ſedecimis, ablata à potentiâ diametri, relinquit potentiam ſubtenſæ quinque ſedecimis. Eſt igitur hæc rurſum remotiori gradu.

XXXVIII. Propoſitio.

TRigoni & Hexagoni latera geometricam habent deſcriptionem, ex angulis figurarum; & in circulum inſcripta, ſunt ſcibilia, illud tertio, hoc ſecundo gradu; plana verò, ſeu areæ figurarum ſunt Meſa, proportionis inter ſe duplæ.

Trigoni constructio extra circulum est facilima per 3. primi Euclidis. Inscriptio in circulum expeditissima, ut cæteros modos taceam, fit beneficio Hexagonici lateris. Quia de sex semis sunt tria. Et Hexagoni quidem descriptio & inscriptio sunt libro quarti Euclidis proposit. 15. Sed ostendenda est consecutio quantitatis lateris, ex angulorum rationibus.



Sit Hexagonus BHCGDF. Cùm igitur sint anguli 6, planum etiam Hexagoni dividetur in Triangula sex, verticibus in centro A coëuntia: quale unum est CAG. Quare quatuor Rectorum, centrum A circumstantium, summa divisa in sex vertices, dat uni verticali angulo CAG quatuor sextas, seu duas tertias unius Recti. Atqui trianguli CAG omnes tres anguli juncti sunt æquales duobus rectis, seu sex tertijs uniꝰ Recti; Abstracto ergò angulo ad A, 2 tertiarũ, à summâ 6 tertiarũ, restant duobus ad C, & G, summa 4 tertiæ: sunt verò æquales omnes; ergò unicuiq; ad C. & G. manent 2. tertiæ unius Recti, non minùs quàm verticali ad A. Atqui si tres anguli sunt æquales, oportet & latera esse æqualia in Triangulo. Quare CG latus idem & Hexagoni, & trianguli, quod est sexta ejus pars, est æquale semidiametro circuli CA vel AG. Est igr Effabile longitudine latꝰ Hexagoni, dimidiũ sc. diametri. Hic vero est Gradus II. per XIII. hujus.

Jam Trigoni, qui sit BCD, latus BC connectit duo latera Hexagoni CH, HB, coëuntia in H. Cùm ergò BHC sit 2 tertiæ semicirculi, & CG una tertia, arcus ergò BCG est semicirculus, & BG diameter, per A transiens. Ergò BCG angulus in eo est Rectus, per 31. Tertij Eucl. Quadrata igitur BC, CG æqualia sunt quadrato BG, per 47 Primi Eucl. Sed CG. est semidiameter, ejusq; quadratum est hujus quadrati pars quarta; ablatâ igitur quartâ parte de quadrato BG, relinquitur quadratum lateris Tetragonici BC. Est ergò quadratum hoc effabile: sed quia se non habet ad quadratum BG ut numerus quadratus ad quadratum numerum, sed ut 3 ad 4, ideò BC est solâ potentiâ Effabilis. Hic verò est gradus Tertius, per XIV. hujus.

Et quia BC, CD æquales, anguliq; BCD, BDC æquales: ergò BE perpendicularis, demissa in CD, secabit illam in E in æqualia CE, ED. Erat verò Effabilis solâ potentiâ, tota CD; quare & ejus dimidia CE. Rectangulum ergò sub CE, AG solâ potentiâ commensurabilibus, quarum ista est Effabilis longitudine, Meson est. Sed hoc Rectangulum est æquale areæ duorum triangulorum, ipsius CGA æqualium (quorum sunt in Hexagono sex) & sic tertiæ parti Areæ Hexagoni. Area igitur Hexagoni est planum Meson. Et quia BCA & BCH triangula, sunt laterum BA & BH, CA & CH æqualiũ, uno communi BC: habent igitur areas æquales. Sed BCH, BDF, CDG sunt partes Hexagonicæ areæ, quibus illa excedit aream Trigonicam BCD, totidem æqualium triangulorũ, BAC, CAD, DAB. Dupla ergò est area Hexagonica Trigonicæ: Meson igitur est etiam Trigonica area, quia commensurabilis, scil: dupla, Hexagonicæ, quæ erat Meson.

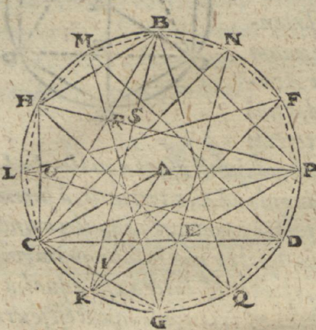
XXXIX. Propositio.

Latera Dodecagoni & Stellæ cognominis seu sub-

tensæ quinque duodecimis partibus circuli Geometricè describi possunt, & inscripta eidem circulo, scibilia sunt, singula gradu octavo nobilioris cognitionis, juncta gradu quinto; Planum verò Dodecagoni est Effabile.

Dodecagonus esto BMHLCKGQDPFN, stella Dodecagonica BKFLDMGNCPHQB.

Quia igitur bis sex sunt duodecim, ideò per latus Hexagoni figura iisdem ex fundamentis describitur, quibus antea Octogonus per latus Tetragoni, ductâ in HC latus Hexagoni ex A centro perpendiculari, secante latus in O, circulum in L. P. & connexis LH pro latere Dodecagoni, HP pro latere stellæ.



Cùm igitur HC latus sexanguli sit Effabile longitudine; talis erit & dimidia HO, sed AC, æqualis ipsi HC, potest & quod à dimidio sui OC, & quod ab AO, Ergò quadratum ipsius AO se habet ad qdm AC vel AP, ut 3. ad 4. non ut numerus quadratus ad quadratum. Sunt igitur PA, AO, solâ potentiâ inter se commensurabiles, ut & LA, AO. Et CA, hoc est PA vel AL, major Effabilis, plus potest quam OA minor, aliquo, quod est à CO sibi commensurabili. Ergò per def. ante 48. decimi Eucl: Composita PO est Binominis, & per def. ante 85. OL residua, est Apotome, utraq; Prima cognomine. Nomina sunt AP, Effabilis simpliciter, & AO, Effabilis solâ potentiâ. Sed per 54. decimi Eucl. HP, potens rectangulum sub OP Binomine primâ & PL Effabili, est Binominis, & per 91 ejusdem, HL latus Dodecagoni, potens rectangulum sub OL Apotome primâ & LP Effabili, est Apotome. Ita cadunt singula in gradum scientiæ octavum nobiliorem.

Nomina hujus compositæ PH & diminutæ HL, sunt PS & SH. Cùmq; HB sit sexanguli lat⁹, KP Trianguli, BP, Quadrãguli, illud qdem potest duplum Nominis minoris, sc. HS, & SB, istud duplum majoris, sc. KS, & SP; hoc verò potest utrumq; simul, quodq; semel, sc. BS & SP.

Componitur etiam PH binominis, ex PR latere quadrati, & RH latere Dodecagoni: at propter hanc compositionem non dicitur Binominis; quia per 42 decimi Eucl. præter unum signum, quod hic fuit S, nullum aliud dari potest, quod illam dividat in sua Nomina.

Cùmq; HO, LP sint Effabiles longitudine, rectangulum sub ijs, id est sub LH, HP erit Effabile, & summa quadratorum LH, HP est itidem Effabilis, æqualis quippe quadrato ipsius LP. Ergò hoc nomine, junctæ LH, HP, sunt in gradu scientiæ quinto. Nec quicquam novi faciunt junctæ, nec rursum Binominem vel Apotomen: addita enim LH ad HP, facit Effabilem potentiâ solâ, sc. cujus quadratum est sesquialterum quadrati LP: ablata verò LH, vel HR ab HP, constituit rursum Effabilem potentiâ, PR, lat⁹ quadrati: cuj⁹ quadratum est dimidium quadrati LP.

Cùmq; Area Dodecagoni constet Triangulis 12, qualium est unum LAC, in rectangulo verò LHPD Effabili contineatur eorum quatuor, id est Triens Areæ totius; ergò & tota area Effabilis est, quantam scil.

creat

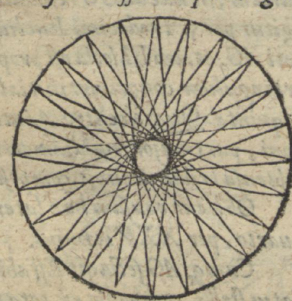
creat ducta HO in LP ter; Est igitur Area Dodrans de quadrato diametri, seu Medium Arithmeticum inter Tetragonum circulo circumscriptum, & Tetragonum eidem inscriptum; sicut Area Octanguli est inter eos Medium Geometricum.

XL. Propositio.

FIgura Regularis viginti quatuor laterum, & omnes ab ea, duplicato continuè numero laterum, Geometricas quidem inscriptiones habent, sed laterum scientia evagatur longius, in gradus remotiores ijs qui prius sunt positi: ut & stellarum ejus seu subtensarum 5. 7. 11. vicesimis quartis.

Probatur ut prius Prop. XXXVII. de sedecangulo; hoc tamen discrimine, quod jam hic latus stellæ Dodecagonicæ ejusq; dimidium, sunt Binomines primæ, quare rectangulum sub dimidia & sub diametro, ut Effabili, nondum fit novæ speciei, quia potens illam per 54, est iterum Binominis. At jam hoc rectangulum ablatum ab Effabili sub tota & dimidia Diametro, relinquit novi quid, cujus hactenus non facta est mentio, & ignobilius, quippe magis compositum; & hoc fit potentiâ lateris 24 anguli.

Id multò magis verum de pluriangulis figuris hujus Classis: ut quadragintoctanguli, nonaginta sexanguli, &c.



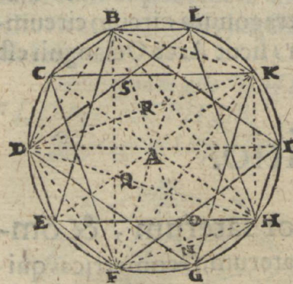
Subtensa quinque vicesimis quartis circuli patescit, bisectione arcus in quo sunt quinque duodecimæ: potentia illius ablata à potentia diametri, relinquit potentiam subtensæ septem vicesimis quartis: sic potentia lateris seu subtensæ uni vicesimæ quartæ, format eadem methodo potentiam subtensæ undecim talibus partibus. Sunt igitur omnes in gradu remotiori.

XLI. Propositio.

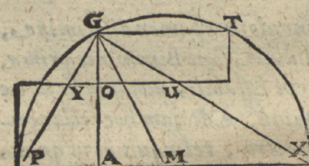
LAtera Decagoni & stellæ decagonicæ, seu subtensa tribus decimis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, inscriptionemque in circulum; suntque scibilia, seorsim quidem singula Gradu octavo scientiæ, juncta verò, gradu quinto; & cum semidiametro juncta, gradu quarto.

Sit Decagonus BCDEFGHIKL, & stella ejus BEHLDGKCFIB. Cum ergò sint anguli decem, figuræ planum erit compositum ex decem triangulis coëuntibus in centro A, quale unum est FAG. Distributâ igitur quatuor rectorum summâ, quæ est circa unum A punctum, in decem illorum triangu-

lorum vertices, veniũt ſingulis 4. decimæ vel 2. quintæ unius recti. Atqui ſumma trium angulorum hujus trianguli, eſt 10 quintæ id eſt 2. Recti; hinc igitur ablato verticali ad A 2. quintis, relinquitur duobus ad baſim 8. quintæ: & cùm ſint æquales; ſingulis igr 4. quintæ Ita quilibet ad baſin duplus eſt anguli ad verticem. Hoc eſt vinculum demonſtrationis ſequentis.



Secto enim angulo AFG in duas partes æquales, per FO lineam, per 9. primi Euclidis; erunt AFO, OFG inter ſe æquales, & quilibet 2. quintæ Recti; uterque igitur ipſi FAO æqualis. Quare per 3. ſexti Euclidis, ut AF ad FG, ſic AO ad OG.



Quia verò OFG eſt 2. quintæ, erat verò OGF (nempe AGF) 4. quintæ erit, igitur & FOG 4. quintæ. Angulis igitur ad O & G æqualibus, latera quoque FG, FO æqualia ſubtenduntur.

Eodem modo & in triangulo AOF, quia AFO eſt 2. quintæ, quantus erat & FAO: ergò & AO & FO (hoc eſt FG latus) æquales erunt. Ut verò AF ad FG, ſic AO ad OG, ut jam demonſtratum; ergò etiam ut AG ad AO partem, ſic hæc ad OG reſiduum. Secatur igitur Crus AG in O proportionaliter. Igitur per 5. Tredecimi Euclid: O A vel OF, continuatâ in I, ut OI ſit æqualis toti AG, etiam FI ſecta eſt proportionaliter in O, & connexis AI ſignis, erit AIO triangulum congruum initiali FAG, eóq; OAI duplus ipſius FAO, & FAI 6. quintæ. Quare centro A, intervallo AG ſcripto circulo FGI, erit FG latus decagoni, pars major ſemidiametri AG proportionaliter ſectæ, & FI latus ſtellæ ſeu ſubtenſa tribus decimis, compoſita ex FO & OI, latere decagoni & ſemidiametro.

Ob hanc cauſam hæc latera, junctâ ſemidiametro, poſſunt accenſeri gradui quarto, per XXVI. hujus.

Cùmq; AG ſecta, ſit Effabilis longitudine, & latus decagoni pars ejus major; latus ſtellæ, compoſita ex tota & parte majore; quare per XXVII. hujus, illud eſt Apotome, hoc Binominis, utrumq; quartæ ſpeciei: hoc reſpectu ſunt in gradu ſcientiæ octavo, proximè poſt latus Dodecagoni & ſtellæ ſuæ, planéq; in eodem ordine cum latere Octogoni & ſtellæ ſuæ.

Et per XXIIX hujus, etiam reſidua OG, eoq; etiam ejus dimidia NG eſt Apotoma primæ ſpeciei. Sed cave putes, Nomina ejus eſſe, Majus AG, minus AN.

Deniq; per eandem XXVII. hujus, latera GF, vel OF & FI. non cum ſemidiametro, ſed ſecum ipſa juncta, quia & ſummam quadratorum, & commune Rectangulum habent Effabilia, ſunt in gradu ſcientiæ quinto.

Compoſita igitur, latus Decagoni cum latere ſuæ ſtellæ, faciunt effabilem potentiâ ſolâ, potentem quinque quartas, de potentiâ ſemidiametri, quæ in ſchemate præcedenti ex Pr. XXVII. eſt PX. compoſita ex PA (æquali ipſi OA,) & AX: inter quas eſt media proportionalis GA effabilis.

Viciſſim abſtractum Decagoni latus OF à latere ſtellæ FI, relinquit Effabilem OI, ſc. ſemidiametrum. Ita per illa nihil fit novi.

XLII

XLII. Propositio.

LAtera Pentagoni & Stellæ Pentagonicæ, seu subtensa duabus quintis partibus Circuli, descriptionem habent Geometricam ex angulis, suntque scibilia, singula octavo gradu; juncta, tam sexto quàm quarto gradu scientiæ.

Descriptio extra circulum est talis: si latus futurum detur longitudine, secabimus illud proportionaliter, per 11. secundi vel 30. sexti Euclidis, eiq; adjungemus partem sectionis majorem: & factis duob° cruribus, compositæ æqualibus singulis; ex proposità verò, factà Basi, triangulum statuemus, Pentagoni intimum. Cùm enim crus compositum constet ex totà propositâ, ejusq; parte majori sectionis divinæ; etiam composita sic erit secta, ejusq; pars major erit latus propositum, eoq; Trianguli hujus angulus ad basin, duplus erit ejus ad verticem, ut supra in Decagono: cui super duobus dictis cruribus ut Basibus, adjiciemus duo triangula exteriora, quorum crura sint æqualia proposito lateri.

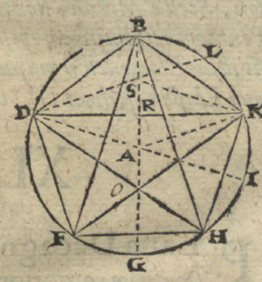
Vt hic FB · BH crura FH basis.

Vt hic FDB super FB & BKH super BH.

Inscriptio in circulum facilima est per latus Decagoni. Cùm enim de decem semis sit quinque, duorum igitur Decagoni laterum, FG, GH, contiguorum in G, terminos F. H. connectemus, lineaq; FH erit latus Pentagoni, sic & HK: & connexis F, K. terminis, linea FK erit latus stellæ. Sit igitur Pentagon° BDFHK, & stella ejus BFKDHB.

Demonstrat igitur Euclides Prop. 10. Tredecimi quòd FH latus Pentagoni possit latera FA Hexagoni, & FG Decagoni, hoc est semidiametrum AG, et sectæ Majorem partem AO simul. Hæc demonstratio in Euclide difficultatem habet captûs; tentabo igitur hic faciliorem.

A terminis lateris Pentagonici B. D. ducantur per A centrum rectæ BG, & DI: & ut DB subtendit duas decimas, sic proxima DL tres, & DK quatuor subtendat, secantes BG in S. R. punctis. Igitur LDI angulus, id est SDA habet duas quintas unius Recti; quia LI est una quinta pars circuli, sicut & FH, & verò æqualibus arcubus, anguli ad circumferentiam insistunt æquales, per XXI vel XXVII. Tertij Eucl. Est verò DAB, id est DAS quatuor quintæ unius recti, quia DB pars quinta est circuli, mensurantis quatuor rectos circa A. Juncti igitur SAD, ADS sunt sex quintæ unius recti. At omnes tres sunt decem quintæ. Ergò etiam residuus DSA est quatuor quintæ. Est igitur DSA æqualis ipsi DAS, latus igitur DS æquale est lateri DA semidiametro. Ergò per priora, semidiametri DA proportionaliter sectæ pars major æquat SA, est igr SA æqualis lateri Decagoni, per dicta. Et DA est semidiameter, latus sc. Hexagoni. Dico latus Pentagoni DB, posse utramq; & SA, & AD.



Pone O ubi DH, FK & AG se mutuò secant.

Connexo enim K cum S & cum A, quia DA, AK sunt æquales, & DS, SK iisdem æquales, erunt & partes SR, RA æquales, & DRB rectus est. Ergò DB, potest DR, RB. Atqui DR minus potest, quàm DA, quantitate potentiæ RA, & BR minus potest quàm BA quantitate & rectanguli, sub BR, RA bis, & potentiæ ipsius RA junctorum. Junctæ igitur potentiæ DR, RB

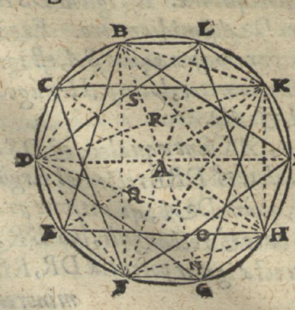
minores sunt junctis potentijs DA, AB, rectangulo sub RA, AB bis, hoc est, rectangulo sub SA, AE semel. Atqui duo rectangula sub SA, AB, & sub SB, BA constituunt totum quadratum BA. Ablato ergò rectangulo sub SA, AB, relinquitur quadratum ipsius DA, & rectangulum sub SB, BA, junctaq; aequantur quadrato DB. Cum verò BA semidiameter sit proportionaliter secta in S, & pars major AS: rectangulum igitur SB, BA est aquale quadrato SA. Ergò latus Pentagoni potest duo quadrata DA & AS; laterum scilicet Hexagoni & Decagoni.

Quod attinet stellae Pentagonicae latus BF: illud est compositum ex BD, vel BQ, latere Pentagoni, & ex QF, ejus secti proportionaliter parte majori: per 8. Tredecimi: quod idem etiam probari potest ex triangulo quinquangulari FBH, ut supra.

Cùm igitur latus Pentagoni possit semidiametrum quae est Effabilis longitudine, & ejus sectae proportionaliter partem Majorem, ut in schemate praemisso semicirculari, PG potest PA, & AG, & ut PA est ad AG, sic sit PG latus Pentagoni ad latus suae stellae: sit verò ut PA ad AG, sic PG ad GX. Ergò GX est illud latus stellae, potestque & GA semidiametrum Circuli circa figuram Decangulam, & AX compositam ex PA & AG. Quare per ibi demonstrata GX est Mizon, GP Elasson. Singulae igitur sunt in octavo gradu scientiae, ejusque secundo ordine. Quia verò junctae lineae PG, GX faciunt quadratorum summam Effabilem, sc. aequalem quadrato PX, quod est ipsius GA Effabilis quadrati quintuplum: eaedemq; PG, GX rectangulum formant Meson; hoc nomine junctae PG, GX sunt in gradu scientiae sexto, de quo est XVIII. praemissa. Deniq; quia latus Pentagoni & latus stellae sunt ut sectionis divinae pars major & tota; ideò sunt etiam in gradu scientiae quarto, junctae invicem: vide XXIX. hujus. Consequitur autem has proprietates, ut sicut Pentagoni latus est Elasson, Stellae Mizon, sic etiam composita ex utroq; sit iterum Mizon, & latus Pentagoni sit hujus compositae ut Mizonis, elementum minus; Latus verò stellae sit illius Elementum majus; & ut etiam differentia inter utrumq; latus sit aliqua Elasson, scilicet DQ vel QF. per eandem XXIX. hujus.

XLIII. Propositio.

PLana Decagoni & Pentagoni, cadunt in Gradus scientiae remotiores, ut & latus Icosigoni, & reliqua hujus classis figurarum.



Nam latus Pentagoni FH, ductum in AN facit duplum FAH quintae partis Areae Pentagonicae. Est verò FH Elasson, & AN est talis, quae potest Effabile AF, diminutum potentiâ Elassonis FN. Si autem quod est ab Elassone, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, relinquitur nova species lineae, quae potest tale residuum. Rectanguli verò contenti sub tali lineâ novâ & sub Elassone, species adhuc remotior erit; area verò Pentagoni erit ei commensurabilis, scilicet ut

quinque ad duas, quare & ipsa erit speciei adeò remotæ. Sic latus Decagoni FG, ductum in suam Perpendicularem ex centro, facit duplum FAG partis decimæ de Plano Decagonico, id est unam quintam. Est verò FG Apotome quarta; & perpendicularis ex centro in illam, potest ejus quartâ parte minus quàm semidiameter. At si quod est ab Apotomâ, auferatur ab eo, quod est ab Effabili, linea quæ residuum potest, fit novæ speciei, ultra recensitas; & si talis linea cum Apotomâ faciat rectangulum, illud erit speciei adhuc remotioris, & cum eo etiam quintuplum ejus, sc. Area Decagoni.

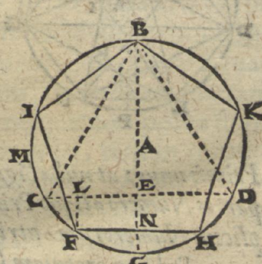
Denique cùm semilatus Decagoni sit Apotome quarta; potentia verò Apotomes extensa secundum Diametrum, (Effabilem longitudine) faciat latitudinem, Apotomen primam, scilicet sagittam decimæ partis Circuli: Latus certè Icosigoni potest & semilatus Decagoni, Apotomen quartam, & hanc sagittam, Apotomen primam. Planum verò compositum ex Apotomis diversarum specierum, eoq; incommensurabilibus, poterit nulla linea priùs recensitarum; sed aliqua planè novæ speciei: eoq; & ignobilioris.

Quantò magis id obtinebit in Tessaracontagono & cæteris hujus classis?

XLIV. Propositio.

PENTEKÆDECAGONI, ejusque stellarum latera, puta subtensæ duabus, vel quatuor, vel septem quindecimis, Geometricam quidem descriptionem habent, sed non extra circulum; & in circulo quoque non ex angulis, eoque impropriam, & scientiam heterogeneam, gradus remotioris, quàm omnia antecedentia. Triacontagonus & reliquæ hujus classis sunt adhuc remotiores.

Describitur enim ex se prioribus figuris, quas oportet habere numerum laterum alium quàm subduplum, quia 15. est impar, non habens partem dimidiam numericam: scilicet ex Trigono BCD & Pentagono BIFHK, ab eodem B puncto inceptis. Nam si tertiam BC auferas à duabus quintis BIF, id est 5. decimasquintas à 6 decimisquintis, manet CF, 1 decimaquinta. Connexis ergò C. F. angulis, linea CF erit latus. Hic ad actum descriptionis non accerso quantitatem anguli, aut numerum Angulorum figuræ propositæ; nec secundùm hunc numerum formo aliquod triangulum, vt in figuris superioribus factum. At nec potest aliter



describi. Ergò etiam scientia ejus est remota & vilis. Cùm enim latus Pentagoni FH, sit lateri Trigonico CD parallelum, propterea quòd utraque figura imparilatera ab eodem B puncto est incepta: ducatur igitur ex F. perpendicularis in L, & ex B, diameter per centrum A, secans lineas in E. N. G. Ergò latus CF potest quantum & CL & FL junctæ; sed CL est excessus ipsius CE Effabilis Potentiâ, super FN, hoc est super LE, Elassona: est igitur CL speciei planè Novæ. Vicissim AN est linea quæ potest residuum de Effabili plano, cùm ab eo fuerit ablatum planum Elassonis: est igitur novæ speciei. Sed EN est residuum hujus no-

jus novæ, post ablatam Effabilem longitudine AE. Est igitur EN bis remotiori gradu. Deniq; CF latus Pentekædecagoni potest CL, & LE novas species; est igr illic bis, hic ter, & sic quinquies remotius. Prætereáq; componuntur diversarum Classium, Trigonicæ & Pentagonicæ, proprietates in unum, est igitur scientia heterogenea. Quid jam de Triacontagoni latere sentiendum? cum semper augeatur gradus remotionis, cum ipsa duplicatione laterum prioris.

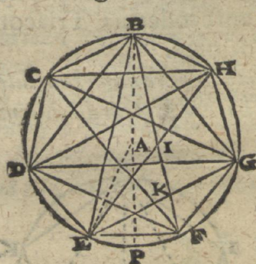
At subtensa septem quindecimis, hoc est 14 Tricesimis, utitur latere Triacontagonico, est igitur eo posterius. Subtensa vero 7 Tricesimis est ab illâ, per bisectionẽ; eademq; gignit subtensam 8 Tricesimis, id est 4 quindecimis, à quâ est etiam subtensa 2 quindecimis, per bisectionem. Quanquam hæc habet ortum etiam alium; verbi causâ, subtensa MF, quadratum habet compositum ex quadrato CF lateris Pentekædecagonici, & rectangulo sub eodem CF & FI latere Pentagonico. Utroq; modo posterior est superioribus figuris.

M repone medio loco inter I. C.

XLV. Propositio.

HEptagonus & figuræ ab eo omnes, quæ numerum laterum ex Primis (sic dictis) unum habent, earumque stellæ, totæque adeò classes ab ijs derivatæ, extra circulum descriptione Geometricâ carent: in circulo, etsi laterum quantitas est necessaria, illam tamen ignorari æquè necesse est.

Magna res agitur, per hunc enim effectum stetit, quo minus Heptagonus, & cæteræ hujus generis figuræ, à Deo fuerint adhibitæ ad ornatum Mundi, ut sunt quidem adhibitæ scibiles figuræ in superioribus explicatæ.



Sit igitur Heptagonus BCDEFGH, & connectantur anguli omnes cum omnibus, & sit A centrum circuli, & Diameter BAP, & A connectatur cum E.

Primum igitur tales figuræ impropriam suprà dictam demonstrationem nullam nanciscuntur: est enim earum numerus laterum & angulorum, ex Primis unus: at nulla biga figurarum præmissarum, totum circulum dividit in partes Numero aliquo Primo numerabiles: sed sortiuntur illæ Numerum Multiplicem Numerorum utriusq; figuræ.

Sed neq; propriam habent hujusmodi figuræ demonstrationem ex angulorum numero: quia quicquid ex hoc elicitur, id vagum & multiplex minimèque determinatum est.

Secetur enim Heptagonus in sua triangula quinq;, duo extrema æquicruræ Obtusangula BDC, BGH, unum intimum æquicrurum Acutangulum BEF, & duo Scalena interjecta BED, BFG. Cùm igitur circumferentia, super quâ stant crura anguli, ad circumferentiæ partem oppositam facti, admetiatur angulo suam quantitatem, angulus BEF stat super tribus circumferentiæ partibus, BH, HG, GF: angulus BFE similiter super tribus, BC, CD, DE; at EBF super unâ EF. Ergò BEF est tale triangulum, quod habet utrumq; angulum ad basin triplum ejus qui ad verticem. Eodem modo probatur Scalenum BED habere angulos

in pro-

in proportione continuè duplâ.; Simplum enim eſt, angulus B, duplum E, quadruplum D, hoc eſt ipſius E duplum.

Quòd ſi hæc figura deſcriptionem ſuam certam habet extra circulum, non minus quàm habebat ſuprà quinquangulum, oportet, (ut jam olim monuerunt Campanus & Hieronymus Cardanus, & Candalla Fluſſas) ante omnia talia triangula dari poſſe, ſicut ante Pentagonum dabatur triangulum, cujus uterque ad baſin erat duplus anguli ad verticem. Atqui dabatur nobis in illo Triangulo Pentagonico, laterum proportio certa ex angulis: in hoc Heptagonico triangulo, certa proportio nulla datur. Sint enim I. K ſigna, quibus BF ſecatur ab EH, EG, triſecantibus angulum BEF. Igitur in FEI, quia biſectus eſt angulus FEI: ut igitur in eo FE ad EI, ſic FK ad KI. Sed EF æquatur toti FI. Eſt enim FEI partium 4 ſeptimarum unius recti, qualium EFI eſt 6 ſeptimarum, ergò EIF eſt etiam 4. ſeptimarum. Crura igitur FE, FI, æqualibus angulis oppoſita, ſunt æqualia. Eâdemque de cauſa etiam EI, & IB ſunt æquales: quare etiam ut FI ad IB, ſic FK ad KI. Amplius, in KEB, quia angulus KEB biſectus eſt per EIH: ut igitur KE ad EB; ſic KI ad IB. At KE & FE ſunt æquales, quia KEF æquicrurum & ſimile ipſi EBF; erat verò EF æqualis ipſi IF, & EB eſt æqualis ipſis FB; quare etiam ut IF ad FB ſic KI ad IB. In eâdem igitur BF ſubtenſâ tribus ſeptimis circuli; duæ ſunt inventæ proportiones, partium trium: primùm ut media KI, ad minimam KF; ſic maxima IB ad IF compoſitam ex utrâque minore, hoc eſt ad FE latus ſeptanguli: iterum ut maxima IB ad mediam IK: ſic tota BF ad FI compoſitam ex 2. minimis. Hæc proportio ſpeciem quidem præ ſe fert neceſſariæ determinationis ad certam & unam proportionem ipſius EF ad FB; impoſuitque Cardano, qui cùm tale quid in lateribus Scaleni trianguli BED animadvertiſſet, quod Proportionem Reflexam appellavit, de invento ſeptanguli latere fruſtrà gloriatus eſt. Nam nulla certa ſequitur quantitas, ipſius EF vel IF; quia id quod putamus nos nanciſci novum in ſecunda vice, coincidit cum primo. Quotieſcunque enim ſunt 4. Proportionales, in quibus duæ primæ æquant tertiam: fit etiam, ut ſicut prima eſt ad tertiam, ſecunda ad quartam, ſic ſit & tertia ad compoſitam ex tertia & quarta, quæ compoſita fit numero quinta. Horum verò Caſuum ſunt infiniti, tam in terminis commenſurabilibus, quam in incommenſurabilibus. Et nominatim commenſurabilium terminorum caſus totidem ſunt, quot proportiones ſuperparticulares, ſcilicet quot quadrati Numeri impares.

In Schem. fol. 32.

Cardani proportio Heptagonica Reflexa.

	BF.	9.	*BI.*	6.	*IK.*	2.	*KF.*	1.	
	vel	25.		15.		6.		4.	
	vel	49.		28.		12.		9.	
	vel	81.		45.		20.		16.	
	vel	121.		66.		30.		25.	&c.
Et quot ſuperpar-		49.		35.		10.		4.	
tientes	*vel*	64.		40		15.		9.	&c.

G Nam

Nam ut 15. ad 9, ſic 40. ad 24, compoſitum ex 15 & 9. Et ut 40. ad 15, ſic 64 (conſtans ex 40. 15. & 9) ad 24. compoſitum ex 15. & 9.

Ecce communem affectionem multarum proportionum, quæ cō-ſtitutum quidem ſeptangulum neceſſariò conſequitur; ſed ex qua ſolâ datâ, triangulum ſeptangulare ſtrui neq;. Cauſa cur in Pentagono proportio lateris certa pendeat ex angulis, etiam extra circulum; in Heptagono & reliquis talibus non item; facile ex dictis patet. In Pentagonico triangulo BFK per biſectionem BKF anguli ſtatim venitur ad æquicrura BKT & KTF duo ejus elementa, ſequiturq; æquales eorum angulos BFK, BKT, æqualitas laterum BK, KT, TF: at in Heptagonico, per triſectionem anguli, tria fiunt trianguli elementa, duo æquicrura triangula BEI, KEF, & unum ſcalenon IEK; neque ſequitur in eo proportionem angulorum, proportio laterum, ut notum eſt in Geometria. Cum igitur anguli hujus figuræ non doceant quicquam ulterius extra circulum; non ſtruitur igitur triangulum requiſitum extra circulum. Non eſt igitur hæc figura in circulum inſcriptilis, per aliquid ſe prius in ſcientia vel deſcriptione, ſed ipſâ demum inſcriptione qualicunq;, vaga iſta proportio cogitur ad unici caſus anguſtias, & ſic principium petitur, ut n. id poſſit inveniri, per quod perficitur inſcriptio, jubemur adhibere ipſam inſcriptionem, quaſi jam antea poſſibilem.

In Schem. fol. 32.



Latet igitur proportio Lateris EF ad latus ſtellæ FB, latet inquam in materiâ quantitativâ, ſicut causâ quidem principij quantitatum materialis, quod eſt, magnitudo indeterminata, poſſibile ſanè ſit, conſtituere latus ſeptanguli in juſta proportione ad circuli diametrum: cum detur aliquid, ſeptanguli latere certò majus, aliquid minus, in ipſo Circulo: & amplius, ſectione in infinitum progrediente, ſemper aliquid majus latere EF, vel eo minus aliquid dari poteſt: at causâ ejus, quod eſt in quantitatibus formale, ſimpliciter eſt impoſſibile, quia figura ſeptanguli & ſimilium, medijs omnibus, quibus aliqua lateris certa proportio demonſtretur inveniaturvè, & ſic formatione ſeu determinatione noſcibili penitus caret. Quod cum ita ſit, quare neque figura 14. angulorum in circulum, cujus ſemidiameter ſit AP inſcribi poteſt, latere EP, neque ejus duo latera contigua unâ rectâ EF ſubtēdi poſſunt, quæ ſit latus Heptagoni in illo circulo: neque latus hoc cum diametro comparari poterit, cùm ſit Naturâ ſuâ comparationis ignotæ ad Diametrum.

Itaque nullum unquam Regulare Septangulum à quoquam conſtructum eſt, ſciente & volente, & ex propoſito agente: nec conſtrui poteſt ex propoſito: ſed benè fortuitò conſtrui poſſet: & tamen ignorari neceſſe eſt, ſit ne conſtructum an non.

Algebra.

Objiciat hic mihi aliquis doctrinam Analyticam, ab Arabe Gebri denominatam Algebram, Italico vocabulo Coſſam: videntur enim in ea determinari poſſe omnis generis Polygonorum latera

latera. Verbi causâ in Septangulo sic procedit Justus Byrgius, Mechanicus Cæsaris & Landgravij Hassiæ; qui in hoc genere ingeniosissima & inopinabilia multa est commentus. Primò ille diametro circuli B° numerum 2. assignat, ut AB sit unitas totalis, quâ in partes infinitâ sectione divisâ, per illas longitudo lateris BC enumeretur. Deinde ponit, notam esse proportionem ipsius AB ad BC, quæ tamen proportio demum quæritur. In hac proportione continuitatem fingit, ut sicut est AB 1. ad BC 1 ℞, sic sit 1 ℞ ad 1 ʒ, & 1 ʒ ad 1 ℭ, & 1 ℭ ad 1 ʒʒ, & 1 ʒʒ ad 1 ʒℭ & sic perpetuò, quod nos commodius signabimus per apices sic, 1. *1 j. 1 ij. 1 iij. 1 iiij. 1 v. 1 vj. 1 vij.* &c.

Cossa Byrgij. In schemat. fol. præmisso.

Hisce sic positis consideratur primò quadrangulum BEDC. Cum igitur demonstratum sit à Ptolemæo, Copernico, Regiomontano, Pitisco, & cæteris qui de doctrina sinuum scripserunt; quòd in quadrangulo circuli quocunque, rectangulum unum Diagoniorum CE, DB, æquet juncta duo rectangula oppositorum laterum, scilicet, quod sub DC & EB, & quod sub CB & DE: Rursumque cùm sit certum ex Geometria, CO dimidiam subtensæ CH, & OB sagittam, junctis potentijs, æquare potentiam lateris CB.

Pone O ad sectionem mutuam CH & BP.

Sit igitur BP 2. CB 1 j, quadrm 1 ij, quod divide per BP, prodibit BO 1 ij divisum per 4, quadrm 1 iiij divisum per 4, quod aufer à q̃do CB 1 ij, restat 4 ij -- 1 iiij divisum per 2, quadratum CO. Cùm autem CH sit ipsius CO dupla, erit quadratum ipsius CH 16 ij -- 4 iiij divisum per 4. id est 4 ij -- 1 iiij.

Cùm ergò habeatur qdm CH vel BD, id est, rectangulum sub BD & CE, multiplica CB in DE, ut sit rectangulum sub ijs 1 ij, quod aufer à rectangulo sub BD, CE 4 ij -- 1 iiij, restat rectangulum sub CD, BE 3 ij -- 1 iiij, id in 1 j divide, sc. in CD, prodibit BE 3 j -- 1 iij.

Pergimus ulterius ad Quadrangulum DBHE. Et quia BE est 3 j -- 1 iij, erit rectangulum sub BE, DH, id est, quadratum à BE, 9 ij -- 6 iiij + 1 vj: aufer rectangulum sub BH, DE 1 ij, restabit rectangulum sub BD, EH 8 ij -- 6 iiij + 1 vj. quod divide per EH, 3 j -- 1 iij, prodibit BD 8 ij -- 6 iiij + 1 vj, divisum p 3 j -- 1 iij: ejus quadratum 64 iiij -- 96 vj + 52 viij -- 12 x + 1 xij, divisum p 9 ij -- 6 iiij + 1 vj, quod priùs erat 4 ij -- 1 iiij: in hoc duc illius denominatorem, & æquabuntur

36 iiij -- 33 vj + 10 viij -- 1 x, cum 64 iiij -- 96 vj + 52 viij -- 12 x + 1 xij
Ergo etiam 63 vj + 11 x cum 28 iiij + 42 viij + 1 xij
Ergò etiam 63 ij + 11 x cum 28 iiij + 42 v iij + 1 xij. Hic æquatio prodit quantitatem lateris Heptagonici.

Vel pergimus ulterius ad DB, EG. Est n. quadrm DG, EB 9 ij -- 6 iiij + 1 vj. At q̃dm DB, EG est 4 ij -- 1 iiij, aufer hoc ab illo, erit rectangulum sub DE, BG 5 ij -- 5 iiij + 1 vj, quod divide in DE 1 j, erit BG, 5 j -- 5 iij + 1 v, cujus quadratum 25 ij -- 50 iiij + 35 vj -- 10 viij + 1 x, quod prius erat 4 ij -- 1 iiij
Æquantur igitur 49 iiij + 10 viij cum 21 ij + 35 vj + 1 x
Ergò etiam 49 ij + 10 vj cum 21 + 35 iiij + 1 viij.

Hic iterum æquatio prodit quantitatem lateris Heptagonici: sed Byrgius oculos avertit ab integritate circuli, eumque considerat tantummodò ut arcum dividendum in 7. Cum igr subtensa partibus 2. habeatur hoc processu cossicè, quærit jam subtensam partibus 4, eamque invenit (eâdem methodo qua suprà) quòd sit Radix de 16 *ij* -- 20 *iiij* + 8 *vj* -- 1 *viij*. Jamque hac

utitur

Diagonali in novo quadrilatero, cujus latera ſint, ſubtenſæ tribus partibus, eóq; earum Rectangulum 9 *ij* -- 6 *iiij* + 1 *vj*, quod ablatum à Rectangulo 16 *ij* -- 20 *iiij* + 8 *vj* -- 1 *viij*, relinquit reliquorum laterum rectangulum 7 *ij* -- 14 *iiij* + 7 *vj* -- 1 *viij*. Hac ille ſubtensâ utitur, comparans eam, vel cum numero, quo certi arcûs ſeptiſecandi ſubtenſa enunciatur, vel cum figurâ nihili, ſi totus circulus, ut hîc, eſt ſeptiſecandus: & tunc illi vel numero, vel figuræ nihili æquè valent quantitates hæ:

7 j -- 14 *iij* + 7 *v* -- 1 *vij* vel 7 -- 14 *ij* + 7 *iiij* -- 1 *vj*.

Prodit a. illi ex æquatione, quam juvat mechanicè, valor radicis non nus, ſed in Quinquangulo duo, in Septangulo tres, in Nonangulo quatuor, & ſic conſequenter; unus enim valor eſt BC, alter BD, tertius BE.

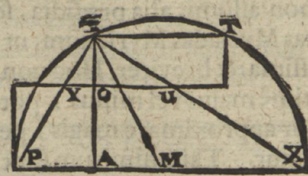
Ut igitur appareat, hoc genus inveſtigandi latera figuræ, planè nihil commune habere cum Definitionibus noſtris, Numero I, II, III. præmiſſis: notabis primò, quid profiteatur hæc coſſica ſubtenſa Byrgij? Nimirum hoc illa profitetur, ſi conſtituantur ſeptem inter ſe continuè proportionales in eâ proportione, quam habet latus ſeptanguli ad ſemidiametrum circuli, quarum proportionalium prima ſit ipſum ſeptanguli latus: tunc ſeptem primas cum ſeptem quintis, tantundem efficere, quantum quatuordecim tertias cum unâ ſeptimâ.

Hoc enunciatum quidem eſt Geometricum & demonſtrabile, non minùs quàm in ſuperioribus, quando demonſtratum fuit, planum Octanguli eſſe Meſon, aut latus Dodecagoni eſſe alicujus lineæ Apotomen. Illic enim de plano aut de lineâ aliquid enunciabatur, hic de proportione linearum aliquid enuntiatur.

At ſicut non ſufficit mihi ad ſcientiam & ad menſurationem plani, ſcire illud eſſe Meſon, non ad lineæ menſurationem, ſcire quòd illa ſit alicujus Apotome; cùm & multæ ſint hujuſmodi, & deſcriptio ex hac notitiâ generali nulla, quantitas plani vel lineæ nulla certa & determinata eruatur, ſed conſequantur tantummodò hæ affectiones, anteà conſtitutas & deſcriptas quantitates: ſic etiam hîc, non ſufficit ut ſciam, quid ſit futurum, factis ſeptem continuè proportionalibus in proportione, quam deſidero: ſed cùm eam proportionem nondum habeam ullo geometrico actu deſcriptam: illud igitur expectabam, ut quis me doceret priùs illam proportionem conſtituere. Sic enim in omnibus præmiſſis figuris præcedebat deſcriptio, inſcriptio, determinatio certæ quantitatis, certusque actus Geometricus, quo perficeretur hæc determinatio; ſequebatur demum ſcientia proprietatum illarum, quæ faciebant ad comparationem inter ſe figurarum.

Ut clariùs appareat diſcrimen utriuſq; rei; videamus Pentagonicum latus, cujus deſcribendi modus in ſuperioribus hic erat, ut conjunctis quadratis duobus, uno ſemidiametri, altero ejus dimidiæ partis, in formam quadratam, ab hujus quadrati latere auferremus dimidiam partem ſemidiametri; Relictæ lineæ quadratam rurſum cum quadrato ſemidiametri compoſitum in formam redigeremus quadratum, hujus n. quadrati latus fore latus Pentagoni. Hæc omnia erant factu & poſſibilia, & faciliora quam dictu, ut norunt qui circinos tractant. Quid n. fa-

cilius, quàm rectum angulum GAM facere, & in ejus cruribus ſignare ut lubet AM, ejuſque duplam AG, & poſito pede circini uno in M, altero in G extenſo, ſcribere circulum GP, continuatâ MA in P, deniq; GP circino comprehendere, & in alium circulum, cujus GA ſemidiameter, inferre?



At vide nunc, quid nobis de latere Pentagonico dicat Coſſa Byrgiana. Illa methodo prius deductâ, prodit numerum 5 *i* -- 5 *iij* ± 1 *v* æqualem ſubtenſæ nullæ; id eſt; ſi quinque fiant ordine continuo proportionales, quarum prima ſit latus Pentagoni; proportio verò ſit illa, quæ eſt lateris Pentagonici ad ſemidiametrum; tunc quinque primas cum unâ quintâ, fore æquales quinque tertijs.

Rurſum, ut in ſeptangulo, non docet conſtituere continuam proportionem, in quâ hoc fiat, nec exprimit longitudinem proportionalium per ante nota, ſed docet, eâ conſtitutâ, quæ ſequatur affectio. Jubeor igitur repræſentare affectionem, fore enim, ut habeam & proportionem. At quomodo repræſentabo affectionem, quo actu Geometrico? Nullo alio id doceor facere, quam uſurpando proportionem, quam quæro; principium petitur: & miſer Calculator, deſtitutus omnibus Geometriæ præſidijs, hærens inter ſpineta Numerorum, fruſtrà coſſam ſuam reſpectat. Hoc unum eſt diſcrimen inter Coſſicas & inter Geometricas determinationes.

Alterum eſt, quòd tota hæc ratio Byrgiana innititur eſſentiæ quãtitatis diſcretæ ſeu numerorum; & dividit diametrum in particulas certas, quoties & quàm diu vult, generaliter in partes duas; cui numero totus proceſſus innititur, mutareturque, ſi nomen Diametro aliud, ſeu numerus alius daretur. At non ſic Geometria figurarum, ſuperiùs tradita, quæ latera, Effabilia longitudine, ſignat ſanè Numeris; at ineffabilia, nequaquam numeris conſectatur, ſed per ſuas certas ſpecies diſtributa ſic enunciat, ut appareat, non de diſcretis, ſed de continuis quãtitatibus agi, de lineis & ſuperficiebus.

Tertiò hactenus & lateri Figuræ, & lateri ſtellæ cognominis, cuique ſua certa erat deſcriptio; in hac Algebraicâ Analyſi, illud maximè mirum eſt, (quamvis Geometram præcipuè abſterreat); quod non unâ viâ præſtari poteſt, quod imperatur. Quanquàm id non omni lege ſolutum eſt, ſed, ut ſuprà dici cæptum, tot ſunt numeri facientes imperatum, quot ſunt in figurâ ſubtenſæ ſeu Diagonij, longitudine differentes, ut in quinquangulo duo, in ſeptangulo tres, unus pro latere, reliqui pro ſubtenſis angulo. Itaq; quicquid enunciatur tandem de proportione figuræ propriâ, id commune eſt omnium ejus linearum proportionibus ad diametrum.

Quartò, poſito, quod una ſola proportio faciat imperatum; illam tamen non doceor abſolvere, ſed ſaltem venari eminus. Cùm enim ſpecies linearum cauſâ ſcientiæ verſentur in genere Ineffabilium (id eſt non numerabilium, ſeu numeros reſpuentium) eoque nulla unquam multitudine conſummetur ratio, quin ſemper aliquid in incerto relin-

linquatur: hæc contrà ratio, ut loco secundo dictum, præter numeros non assumit alia præsidia, sed diametrum variè semper dividit in multas Myriadas Myriadum, ut exactior fiat ratio; at sic nunquam fit exactissima; & breviter: Hoc non est scire rem ipsam, sed saltem aliquid proximè majus vel minus; potestque semper posterior aliquis computator approximare magis; pervenire ad punctum ipsum, nulli unquam datur. Talia nimirum sunt omnia, quæ latent in solâ possibilitate materiæ quantitativæ; neque formationem habent scibilem, quâ in actum quandoq; scibilitatis humanæ constituantur.

Quintò, ut in specie de septangulo, figurisque hujus generis consequentibus agamus, cum per eas ordine suo sese consequentes, proportionalitas continua extendatur cùm ipso numero laterum: ergò si maximè innotesceret ultima, ut in septangulo, proportionalium septima; non tamen per eam haberi possent intermediæ. Nam inter duas, quæ non habent proportionem inter se, quam duo numeri proportionalitatis continuatæ, ut cubicæ, sursolidæ, &c. nequeunt Geometricè constitui continuè proportionales intermediæ quotcunque, sed solum una vel tres vel septem vel quindecim &c. duæ verò vel quatuor quinq;, sex, octo, novem, &c. constitui tunc non possunt in plano; cum hic de planis figuris agamus.

Jam verò inter semidiametrum 1 & septimam proportionalem 1 *vij* proportionis septangularis, sunt mediæ proportionales sex, & est 1 ad 1 *vij* non ut numerus, ad numerum proportionis continuæ æquè longæ; non est scilicet proportio semidiametri ad latus septanguli secundum duos numeros, hoc est, non Effabilis est. Nam si esset Effabilis, caderet in species prius explicatas, classium priorum, & septem anguli non essent septem, sed tres vel quatuor, quod contradictionem involvit. Ex angulis enim primarum figurarum erat laterum proportio. Oporteret igitur uno actu omnes sex medias proportionales constitui, inter scilicet 1 & 1 *vij*. Vicissim si daretur 1 *vj* quantitate; tunc inter 1. & 1 *vj* quinque mediæ caderent. Quod si tunc 1 ad 1 *vj* esset ut cubicus numerus, ad cubicum, tunc primò constitui possent uno actu 1 *ij* & 1 *iiij* deinde inter 1. 1 *ij*. 1 *iiij*. 1 *vj*. tribus actibus tres mediæ proportionales. Sin autem 1 *v*. daretur quantitate, rursum omnes quatuor intermediæ uno actu constitui deberent; quod fieri non posset, nisi in proportione Effabili, ut prius. Cætera secundum hæc subintelligantur.

Concludimus igitur, Analyses istas Cossicas, alienas esse à præsenti contemplatione; nec ullum constituere gradum scientiæ, cum ijs comparabilem, quos explicavimus in superioribus.

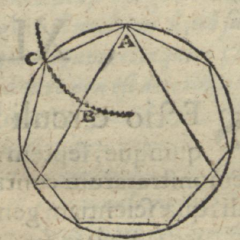
Hæc ne blasphemè dicta putentur, omitti posse censuit amicorum unus, Mathematum peritissimus. Atq nihil est vul

Illud autem obiter monendi sunt Metaphysici, occasione hujus cossæ; considerent, si quid hinc transsumere possint ad explicationem illius Axiomatis, cùm *Non Entis nullæ dicuntur esse conditiones*, *nullæ proprietates*. Nam hic quidem versamur nos in Entibus scientialibus; & pronunciamus rectè, quod latus Septanguli sit ex *Non Entibus*; puta scientialibus; Cum enim sit impossibilis ejus formalis descriptio; neque igitur sciri potest à mente humana, cum scientiæ possibilitatem præcedat descriptionis possibilitas: neque scitur à Mente Omniscia actu simplici

plici æterno: quia suâ Naturâ ex inscibilibus est. Et tamen hujus non Entis scientialis sunt aliquæ proprietates scientiales; tanquam Entia conditionalia. SI enim ESSET Septangulum descriptum in circulo; laterum ejus proportio tales haberet affectiones Sufficiat monuisse.

gatius apud Theologos quàm impossibilia esse, quæ contradictionem in volvunt: & Dei scientiam ad talia impossibilia se non extendere, præsertim cum hæ formales rerum Geometricarum rationes nihil sint aliud, quàm ipsa Essentia Dei; quia quicquid in Deo est ab æterno, id una individua est essentia divina: esset igitur seipsum quodammodo alium scire, quàm est; si quæ sunt incommunicabilia, sciret ut communicabilia. Et quæ hæc adulatio, propter imperitos librum non lecturos, defraudare cæteros.

Sunt & aliæ propositiones falsæ Geometrarum, de lateribus hujusmodi figurarum, sed quas vel ipsa sollertior Mechanica refutet; cùm tamen Mechanices causâ obtrudantur juventuti: ut cum Septanguli latus AC ab Alberto Durero ponitur æquale semilateri Trigonico AB ejusdem circuli. Hoc verò nimium breve esse, etsi vel ipsa Mechanica docet: tamen ne cui imponat experimentatio manuaria nimiùm rudis; is vel hac solâ ratiocinatione falsum ante manuum accommodationem deprehendere poterit. Trigonicum latus ex numero angulorum probatur esse Effabile potentiâ; quare sic etiam ejus dimidium. Heptagoni latus non est Effabile potentiâ, eò ipso, quia Heptagonus est: & quia septem neque sex sunt, neque quinque, neque tria. Numeri enim Primi gignunt species; at species sunt incommensurabiles inter se, nec una est alia.



Alb. Dureri definitio lat. Septanguli.

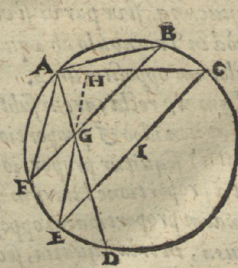
Aliorum.

De Caroli Mariani Cremonensis & Francisci Flussatis Candallæ paralogismis circa Heptagonum vide Chr. Clavium Geometriæ Practicæ lib. VIII. prop. 30, & in commentarijs in Euclidis lib. IV. Pr. 16.

Excitavit hæc palæstra etiam Illustrissimum D. Marchionem de Mala Spina, Legatum anno 1614. Ser^mi^ Ducis Parmensis ad aulam Cæsaream; qui diagrammate ingeniosissimo omnes omnium descriptiones superavit; existimans, subtensam tribus decimis quartis circuli, æqualem esse quinque quartis semidiametri, & sic effabilem longitudine: demonstrationis apparatus tantæ fuit sollertiæ, ut vel ipsum Euclidem lateret, assumtum aliquid fuisse indemonstratum.

Vndecangulum.

Pro latere Hendecagoni circumfertur talis descriptio: In circulo ab eodem puncto A, ducatur latus Tetragoni AC, ad unam partem circumferentiæ, Trigonicum AD, ad contrariam, Hexagonicum AB, AF ad utramque: & duorum illorum Hexagonicorum angulus FAB subtendatur alio Trigonico latere BF, quod secabit prius Trigonicum AD in G: ducatur etiam à fine Tetragonici C diameter CE per I centrum, & à fine altero diametri E, per sectionem Trigonicorum G, ducatur recta EG, secans Tetragonicum AC in H: linea GH inter has duas sectiones, dicitur esse latus Undecanguli. Est verò nimis longa, vel Mechanicâ docente. At sollers Geometra



metra ſpeciem lineæ conſiderat, quæ neceſſariò communicat aliquid ex Trigonico & Tetragonico lateribus, quantumvis remoto gradu. Atqui numerus 11, Primus exiſtens, nullo modo ad has figuras ducit, cùm ſit Primus, nihil cum 3. & cum 4. comune habens. Securus igitur eſt Geometra, falſam eſſe deſcriptionem; & poteſt facilè ſuperſedere labore computandi.

Manet igitur per omnes objectiones, per omnes omnium fruſtraneos conatus, latera figurarum hujuſmodi ſuapte Naturâ eſſe ignota & inſcibilia. Ut nihil mirum ſit, id quod in Archetypo Mundi non potuit inveniri, neque etiam expreſſum eſſe in conformatione ipſius Mundi partium.

XLVI. Propoſitio.

SEctio circuli arcus cujuſcunque in æqualia tria, quinque, ſeptem, &c. & in quacunque ratione, quæ non ſit antedemonſtratarum continuè dupla, non eſt de poſſibilitate Geometricâ tali, quæ ſcientiam generet.

Sectio arcûs in duo, & quatuor, & octo, &c. continuè ſcilicet dupla, Geometrica ſanè eſt, fuitq; hactenus adhibita. In tria contingit ſecari & totum Circulum per Trigonum; & Semicirculum, ut in Hexagono; & quartam partem, ut in Dodecagono; & quintam, ut in Pentekædecagono; & arcum 135 Graduum, ut in Octogono; & arcum 108 graduum, ut in Decagono. In quinque verò contingit ſecari ſimiliter & totum circulum, per Pentagonum; & ſemicirculum, ut in Decagono; & tertiam circuli partem, ut in Pentekædecagono; & arcum 150 graduum, ut in Dodecagono. Idem verum eſt de horum arcuum ſemiſſibus, quadrantibusque, & cæteris partibus proportionis continuè ſubduplæ. At hoc non fit propter Triſectionis & Quinſectionis ingenium, ſed per accidens, & propter alias figurarum proprietates, de quibus hactenus.

At promiſcuam triſectionem, aut ſectionem in aliâ quacunq; ratione propoſitâ, quæ non ſit continuè dupla, impoſſibilem eſſe, patet ex comparatione biſectionis poſſibilis. In eâ medium ad arcum, & quem ille menſurat, angulum biſecandum, eſt linea recta, ſubtenſa arcui, quæ in duo æqualia ſecari poteſt Geometricè: cùm æqualitatem harum partium ſequatur æqualitas partium arcus cujuscunq;, ſive parvi ſive magni, reſpectu totius circuli: ex quo fonte & hoc eſt, quòd in Triangulo ab æqualitate laterum licet argumentari ad æqualitatem angulorum oppoſitorum. Hoc verò medium nos in cæteris ſectionibus deſerit. Nam etſi recta, arcui ſubtenſa, ſecari poteſt in partes quotlibet, idq; Geometricè; at non ideò & proportionem ullam partium ſubtenſæ (poſt proportionem æqualitatis) ſequitur proportio partium arcus; quemadmodum neq; in Triangulo licet à proportione laterum quacunq; (præter unam æqualitatis) argumentari ad eandem proportionem oppoſitorum angulorum. Nam ſi ſubtenſa arcus, verbi causâ, in tria æqualia, ſecetur; ſi quæ ſecant, perpendiculares in ſubtenſam fuerint, media pars arcûs erit minor lateralibus; ſi in ex centro arcûs fuerint egreſſæ ſectrices, media pars arcûs erit major lateralibus. Igitur inter diſtantiam infinitam

finitam & centrum circuli, punctū est, ex quo eductæ duæ sectrices, & subtensam & arcum ejus in tria æqualia secarent. Id verò punctum semper tantò remotius est ab arcu circuli, quanto minor arcus circuli trisecandus est, proportione tamen non constanti. Cum igr arcus circuli minui possint in infinitum, distantia etiam hujus puncti excurret in infinitum: Infiniti verò, seu varietatis infinitæ nulla est scientia. Et hæc difficultas tenet Trisectionem, quæ adhuc simplicior est & æqualitati propior. Multò major oritur difficultas in sequentibus sectionibus alicujus arcus, verbi causâ, in 5, 7, 9, 11 &c. partes æquales. Tunc n. ne puncti quidem identitas amplius est possibilis, ex quo eductæ rectæ, quæ subtensam secant in partes æquales imperatas, eædem & arcum in æquales secent.

Quicquid verò præsidiorum ad promiscuam sectionem possumus afferre, deductum ex numero, qui sectionem denominat, id necesse est esse generale, & commune cujuscunque arcûs subtensis, tam magni qui multùm à suâ subtensâ differt, quàm parvi, qui parùm. Atqui vagam relinquere proportionem partium subtensæ, ad partes arcûs sui; id verò non est determinare scientificè. Atque hoc præcipuè dictum esto de Trisectione vel quinisectione, &c: Byrgianâ Analyticâ, de quâ in præcedenti Propositione egimus copiosè. Etsi verò omnia ibi dicta, habent etiam hic locum; quædam tamen illic dicta, sunt hujus loci magis propria, fiuntque illustriora & admirabiliora in sectione arcuum, quàm in sectione totius circuli. Nam ut omittam illa communia, quòd principium petatur, imperato eo, ut faciamus, quod quomodo faciendum sit, quærebatur: quòd affectiones quantitatis continuæ non scientificè produntur per quantitates discretas seu Numeros; quòd quicunque numerus elicitur pro latere, determinante partem arcus imperatam, ille non possit quicquam docere, quàm quòd illud sit vel majus vel minus debito: eòque sicut se habet materia rudis & indigesta ad formatum quid; sicut quantitas indeterminata & indefinita ad figuram; sic etiam se habeat. Analytica ista ad determinationes Geometricas: illud imprimis excellens & nobile est in hac Cossâ semimechanicâ, degener verò & abjectum in Geometriâ scientificâ: quòd cùm unaquæque subtensa minor diametro, duobus circuli arcubus inæqualibus accenseatur, quorum alter minor semicirculo, alter major; eoque partis aliquotæ de minore, minor sit subtensa, partis æquè quotæ de majori, major: Analytica ista Byrgiana non tantum de duabus hisce inæqualibus, sed etiam de pluribus alijs circuli subtensis, generale quid præcipit, quod utile sit ad illas omnes numeris proximè exprimendas. Verbi causâ, in trisectione lex hæc est: Si datus sit arcus (sit 48 graduum) ejusque subtensa; & is arcus sit in tres partes secandus, quamlibet 16 graduum; hoc est, invenienda sit subtensa hujus partis, seu ejus proportio ad subtensam totius, graduum 48: tunc jubeor facere ut subtensam totius, ad quæsitam subtensam partis, sic hanc ad secundam, & secundam ad tertiam proportionalem: jam jubeor triplicare subtensam partis, & ab eâ auferre tertiam proportionalem: quod relinquitur, id dicitur valere subtensam totius. Hoc est, De subtensâ datâ, pars tertia multiplicetur cubicè, ut fractio, numerus factus addatur ad totum: auctâ sic, tertia pars est paulò minor subtensâ quæsitâ. Nam si rursum hæc ipsa, cubicè multiplicata, ad totam addatur; sic auctæ tertia pars propius ad verum venit; & hoc continuè, usq; in infinitum. Hoc quidem processu venitur paulatim propè subtensam Graduum 16.

Sectionis arcus in partes aliquotas Byrgianæ quod sit ingenium.

At si majore n constituas numerum cubicè multiplicandum, & omnino tantum ferè, quantum circinus indicat deberi tertiæ parti de residuo circuli, post ablatos Gr. 48, sc: Gr. 312, cujus tertia est 104: tunc etiam subtensam arcus 104, & complementi 256. hoc modo perficies. Neque hoc tantum; sed si etiam ad 48. & ad 312. adjeceris circulum integrum 360. invenies etiam pro summarum istarum 408, 672. trientibus, scilicet 136, & 224. subtensam aliam, per idem Nomen Cossicum. Et in genere, quot restant unitates in numero sectionis, binario ablato, toties licet addere circulum integrum, vel arcum secandum propositum, ut eodem nomine cossico novorum arcuum subtensæ indagentur. Ex quo apparet ingens discrimen nominum horum cossicorum, & scientificorum graduum, quos in superioribus explicavi.

An verò non possit aliqua nobilior ars inveniri, quâ sectiones arcuum omnimodæ perficiantur? Respondeo, si omnes subtensæ arcuum dividendorum sub communi notione considerentur, & si illa tantum habemus præsidia, quæ sunt omnibus quæsitis subtensis communia: ut sunt, illarum in proportione quæsitâ, continuè proportionales quotcunque: tunc nobilius aliquid haud quisquam comminiscetur, actumque agit, quicunque hic annititur; & oppositum in adjecto statuit, confusus. Ex communibus enim, nihil cuique proprium concludetur.

Sin autem de differentijs specificis linearum, quæ dividendis arcubus subtenduntur, sermonem instituimus: jam mutatur status quæstionis, & pro sectione arcûs omnivariâ, substituitur sectio totius circuli, per figuram Regularem, quæ propositæ subtensæ suam specificam proprietatem conciliat: de quibus figuris Regularibus nos jam suprà egimus, & in sequentibus amplius agemus: quippe qui hac ipsâ in quæstione medium quærebamus, quo figurarum illarum aliquas describere possemus. Cùm itaque tale medium naturâ debeat esse prius re ipsâ, per hoc medium efficiendâ; principium utique peteremus, si Medio nostro expediendo præsidium à figuris Regularibus peteremus.

Pappi & Clavij sectiones arcuum omnifariæ.

Verùm hîc adversarius aliquis objecerit mihi: quòd Pappus Alexandrinus libro quarto Mathematicarum collectionum, Proposit. XXXI. Tripartitam anguli sectionem tradat per Hyperbolam; & Proposit. XXXV, Datâ quâcunque ratione angulum secare, Per Quadraticem & Helicem: Et Clavius Geometriæ Practicæ lib. XIII. proposit. 25. præstat idem per Conchoidea Nicomedis.

Verum illorum authorum inventa nullam stabiliunt possibilitatem Omnivariæ sectionis Geometricæ scientificæ. Ut hoc appareat; primum Pappi machinationes circa trisectionem explicabo: deinde differentiam inter illas & descriptiones scientificas, in luce locabo.

Pappi trisectio anguli.

Primùm ipse Pappus in præambulo ante propositionem 31. dividit problemata; (quæ generaliori significatu vocabuli, Geomeometrica, appellat, cùm nobis, Geometricum, specialem sensum habeat.) in Plana, Solida, & Linearia: fateturque, Trisectionem anguli, per Plana (quæ mihi sunt speciali sensu Geometrica, scientifica, graduum explicatorum) expediri non posse, eâq; de causa coarguit antiquas Geometras inconsulti conatus, qui hic frustrà desudaverint.

Ipse igitur trisectionem suam expedit per Solida, omnivariam verò sectionem, per lineas figuratas.

Tri-

Trisectionis modus est talis. Proposito angulo trisecando, demissâ ex puncto cruris unius perpendiculari in crus alterum, quæ longitudinem crurum intelligatur determinare, & ei cruri alteri breviori facto, perpendiculoq́, ductis parallelis, illi ex puncto primo, huic ex proposito angulo, sic ut concurrentes rectum & ipsæ faciant angulum: jam per punctum, in quod demissa perpendicularis, facit transire superficiem Coni, figuræ solidæ; deinde sic applicatum Conum inclinat, seu annuere facit, quoadusq́; is cum eâdem suâ superficie, sectionem Hyperbolen dictam in plano designet, ductarum parallelarum, ut Asymptotôn, propriam: tunc ex puncto illo, in quod est demissa perpendicularis, intervallo, quod sit duplum cruris primi, describit in plano arcum, secantem sectionis Conicæ lineam; & connexo centro arcus cum hac communi sectione, rectam ei parallelam ex angulo proposito ducit; eoq́; facto, demonstrat, abscectam esse ab angulo partem tertiam.

Solidum quidem hoc pacto problema facit Pappus, usu Coni, figuræ solidæ. At quatenus inter datas Asymptotos (ductas perpendiculares) angulum rectum facientes, per punctum intra illas datum, sectio Conica, dicta Hyperbola, etiam sine Cono, delineari in plano potest: problema idem videtur etiam inter Linearia referendum. Gignitur enim talis linea motu Geometrico, & mutatione continuâ intervallorum, hoc est, repræsentatur per puncta quotvis, indeterminato numero; idque non minus, quàm Quadratrix & Helix, quibus lineis Proposit. 35. & Ternariam & Omnivariam sectionem perficit. Sic habet Pappi machinatio.

Quid igitur dicemus? Nonne inter datas Asymptotos, per punctum datum, una sola scribitur Hyperbola, sive id fiat annutu Coni, sive punctorum infinitorum continuatione? Nonne una sola sectio circuli cum Hyperbola ex unâ plagâ? Nonne una sola & certa inclinatio est lineæ, puncta Hyperbolæ connectentis, ad figuræ diametrum?

Equidem fateor, hæc omnia necessaria & certa esse, si quidem Hyperbola jam sit descripta. Erat enim etiam priùs in analyticâ Byrgij trisectione, tertiæ constitutæ partis subtensæ certa & necessaria longitudo seu proportio, ad subtensam toti arcui. At quia non de hoc quærimus, quid sit, re jam factâ; sed quomodò, ut sit quidque, res nondum facta, sit facienda demum: ideò nihilò plus habemus ex Problematibus Solidis & Linearibus veterum, quod ad quæsitam linearum scientiam faciat; quàm priùs ex doctrina Analyticâ modernorum. Est sanè una sola Hyperbolæ linea, inter Asymptotos positas, per punctum propositum, in earum plano ductilis. At eâ nondum ductâ, Conum jubeor tantisper inclinare super puncto applicationis, donec existat illa, ductaq́; sit: vel sine Cono; lineas, quæ Hyperbolam delineant per continuata puncta, jubeor tantisper mutare, donec satis prolongata sit Hyperbola: & quæ partes inter facta puncta cadunt intermediæ, eas jubeor imaginari factas: jubeor utrinque, id quod est potestate divisionis infinitæ, actu seu motu uno transire; ut hoc transitu etiam id attingatur, quod latet in illâ infinitate potestativâ, sine perfectæ scientiæ luce; qualem habent problemata à veteribus Plana cognominata.

Hujusmodi postulatis crebrò utuntur Franciscus Vieta Gallus, & Geometræ Belgici hodierni, in solutionibus eorum problematum, quæ suapte naturâ non sunt solubilia, nisi inartificialiter, per numeros, aut per motus Geometricos, infinitate quâdam mutationum gubernandos.

Nam ubi omnia fuerint in promptu, quæ facere putabuntur ad certificandam mentem: tenebimus determinationem ejus, quod re quæsitâ vel majus sit vel minus proximè, semperque propius: ut prius etiam de trisectione Analytica dixeramus.

A Planis ad solida non est transitus scientificus.

Verum esse de hoc problemate solido Trisectionis, quod dico, vel ipsa solidi vox admonet. Nam nisi solidorum proportio fuerit data talis, qualis est inter duos numeros cubicos: mensurare solidum propositum alio solido noto non poterimus, ad mentem informandam: quia duæ intermediæ proportionales exactè in plano constitui non possunt: in cubis etsi possunt inesse, at à planis ad Cubos illos quoscunq; formandos, non datur transitus sine ipsis duabus medijs, veluti ponte abrupto. Et duas medias proportionales invenire, docent alij per motum Geometricum, imperantes quod est impræstabile, quoad certitudinem actus Geometrici adæquati: docet & ipse Pappus, per sectiones Conicas, beneficio duarum proportionalium expediendas, cum & Conus sit solidum quid. Ita semper principium petitur; & pons jacet in adversâ ripâ.

Duas medias proportionales scientificè invenire impossibile.

XLVII. Propositio.

FIguræ numero laterum impari, maiori quam 5, (excepto Pentekædecagono) cum subtensis aliquot partium, totæq; ades Classes, omnes eodem censu sunt, quo Heptagonus & cæteræ figuræ, numero laterum Primo.

Nam si numerus laterum est impar, non ex Primis unus: is aut est duorum Primorum imparium minimus multiplex; aut alicujus Primi quadratus: aut est Primi unius, & quadrati Primi alterius multiplex, aut multiplicium quadratorumve seorsim vel junctim multiplex.

Quod si essent hæ figuræ descriptiles & inscriptiles, & scibiles; tunc aut propriam haberent demonstrationem ex angulis, aut impropriam ex comparatione figurarum, quibus communicant. At propriam non habent; quia non sunt numero laterum Primo, ex quo formaretur demonstratio: impropriam non habent, neque primæ, verbi causâ, Unetvigintangulum, quia figuræ ijs communicantes vel ambæ vel alterutra, ut hic Heptagonus (post Trigonum & Pentagonum ex quibus Pentekædecagonus) nullam propriam habent, per XLV præmissam; neque secundæ, v. c. Nonangulum, quia non datur sectio arcus aliquoti, puta Trientis, in totidem partes æquales, quot accepit circulus integer, per XLVI præmissam: neque tertiæ, neque quartæ, quia priores ijs communicantes indemonstrabiles sunt.

Nonanguli latus non scibile.

De Enneagono, cujus numerus 9, est quadratus primi imparis inter Primos, sc. ternarij, certatum est hactenus inter Geometras, plerisque annitentibus, ut etiam hujus figuræ latus demonstrarent, omnes tamen frustrà fuerunt, nec unquam hoc problema fuissent aggressi, si discrimen scibilium & inscibilium attendissent.

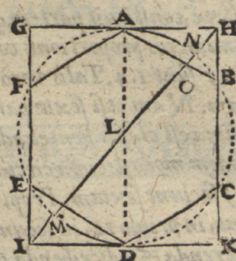
Campanus de Nonangulo.

Campanus Nonangulum demonstrare voluit per Trisectionem anguli, quam patuit inscibilem esse, in præmissâ XLVI. Etsi verò viâ Pappi & Clavij necessariò trisecatur, posito sc. motu Geometrico: at quid hoc ad planas figuras, de quibus nos hic agimus; cum solidis opus sit ad faciendas trisectionis administras

lineas

lineas, Hyperbolam, Quadratricem, Helica, Conchoidea? Ipse quidem Campanus trisectionem tentans, non animadvertit, se sumere tertiam anguli partem veluti jam certam, quæ erat demum quærenda. Extat locus in meo exemplari ad finem Operis Euclidei fol. 586. pertinens ad finem libri IV.

Jordanus Brunus Nolanus in sexanguli ABCDEF opposita latera BC, EF, continuata utrinque, ducit perpendiculares GH, IK, circulum in A.D. contingentes; ductâ igitur facti parallelogrammi diagonio IH, circulum putabat secari sic, ut inter AD Puncta contactuum & sectiones M. N. existant Nonæ partes circuli AN, DM. Atqui demonstratur ex diagrammate, quòd cùm semidiagonij illius LH, quadratum sit effabile, scil. 7 decimæ sextæ de quadrato diametri, (est enim ABH 60. ergò BH semissis de AB, vel AL: & ejus potentia igitur, quadrans de potentiâ AL; igitur AH potentia, dodrans de potentiâ AL: Sed potentia LH æquat potentias LA, AH) sinus igitur graduum 40, hoc est dimidia subtensa duarum Nonarum circuli, futurus fuerit Effabilis potentiâ, scilicet radix de tribus vicesimis octavis, quadrati diametri: Demissâ enim perpendiculari AO ex A in LH, erit sicut LH potentia, 7 sedecimæ, ad HA potentiam, 3 sedecimas: sic LA potentia, 4 sedecimæ, ad AO potentiam, 12 septimas de unâ sedecimâ, id est, tres vicesimas octavas. Ita hæc nonangularis anguli subtensa esset nobilior aliquibus præmissis, & communicans ijs: cum tamen sit numero laterum impari, scilicet numero aliquo, Primi 3 quadrato, nihil communicans cum Tetragono & Trigono, per bisectionem arcuum, quarum figurarum proprius est hic nobilitatis gradus.



Jordani Bruni Nonangulum.

XLVIII. Corollarium.

SEquitur igitur, Notionis, Scientiæ, Determinationis, Descriptionis, & Demonstrationis metas intra primos figurarum Ordines consistere: ut sint Classes figurarum scibilium non plures quàm quatuor: tres, proprias demonstrationes habentium, in quibus capita sunt familiarum, in primâ, Tetragonus, post diametrum circuli, cujus character numerus 2; in secundâ, Trigonus, cujus character 3; in tertiâ, Pentagonus, charactere 5: una verò impropriarum demonstrationum, cujus numerus est multiplex duorum 3 & 5; scilicet 15: prima enim ejus classis figura est Pentekædecagonus.

XLIX. Propositio.

CVm autem bisectio (qua propria utitur classis prima), communis sit tam secundæ quam tertiæ classi: patet, alio jure degere classem primam, alio duas reliquas: ita ut prima familiaritatem habeat ad utramque reliquarum; at illæ figurationibus contra se

diſtinguantur, adeò, ut earum, quæ proprias demonſtrationes habent, quodammodo duo tantùm ſint Genera.

Nam Tetragonus & Octogonus ſtatim ſe quaſi totas Trigonicæ ſectæ applicant; quia pars circuli ſexta & duodecima junctæ, faciunt quartam, pars duodecima & viceſima quarta, compoſitæ, faciunt partem Octavam. Et Tetragonus ſe Pentagonicæ ſectæ quadamtenus accommodat; quia quinta circuli pars, addita viceſimæ, conſtituit partem quartam. Cauſa eſt, quia Numeri 3. & 5. dividi poſſunt in numeros proportionis continuè duplæ: Nam partes ipſius 3. ſunt 1.2. partes ipſius 5 ſunt 1.4. Talis verò communio non eſt inter claſſes, Ternariam & Quinariam. Nam etſi ſexta pars circuli, addita triceſimæ, conſtituit quintam; at triceſima eſt claſſis Pentekædecagonicæ, quæ non habet propriam demonſtrationem. Eodem modo decima circuli, addita quindecimæ (ecce admixtionem claſſis quartæ) faciunt ſextam. Propter hanc dualitatem Generum, numeri characteriſtici ſunt, in primo 12, in ſecundo 20, vel ejus dimidium 10. Hæc igitur infrà libr. III referenda & adſcribenda ſunt ad diſtinctionem generum cantus.

L. Comparatio Figurarum

ſeu diviſionum circuli.

PRimas tenet diameter; eſt enim effabilis longitudine. Secundum eſt latus Hexagonicum, æquale ſemidiametro, & ſic Effabile longitudine. Tertio loco ſtant Tetragonus & Trigonus, quia latera habent Effabilia ſolâ potentiâ. Quartum tenent ordinem latera Dodecagoni, Decagoni, eorumq; ſocia ſtellarum latera; ſunt n. ex ineffabilibus potẽtiâ, & Compoſitis primæ ſpeciei, ſunt ſc. Binomines & Apotomæ; Dodecagoni quidem, Primæ, Decagoni verò, Quartæ. Quinto loco ſuccedũt latera Pentagoni & ſtellæ ejus, ſic & latera Octogoni & ſtellæ ejus, ſunt n. ex quartâ compoſitorum ſpecie, Mizon & Elaſſon dictæ.

Ne qua verò bona nota in Decangulo præjudicet Quinquangulo; aut ne ſpecies eadem lateris Octãgularis, æquet ſuam figuram Quinquãgulo vel Decangulo; nova quinquangulo accedit virtus in ortu ipſo; quòd per hanc Sectam, Denario cõmunicantem, regnat undiq; proportio Divina: quæ immediatè ineſt ipſis lateribus Quinquangulari ejuſq; ſtellæ; at Decangulari cum ſuâ ſtellâ non competit, niſi mediante latere Sexanguli; Octangulari planè non competit.

Præter has laterum proprietates, alius inſup. cenſus eſt nobilitatis, quòd figuræ diſtinguuntur ex aptitudine & perfectione areæ, quam ſepit figura. Hic poſt diametrum (cujus area nulla, & quæ ſola circuli aream, ut Ptolemæus monet, in duo æqualia ſecat, non minus quam circumferẽtiam) principem locum obtinẽt Tetragonus & Dodecagonus, quæ aream habẽt Effabilem, & Tetragonus quidem eximiâ prærogativâ; quia eadem illi eſt area, quæ & lateris quadratum, quippe areæ ſpecies eſt quadrata: itaq; ſepit dimidium de quadrato diametri: Dodecagonus verò ſtat poſt principia, ſepiens dodrantem de quadrato diametri. Proximo loco ſuccedunt Trigonus, Sexangulum & Octogonus, quibus eſt area ex ſpecie Meſôn. Pẽtagoni & Decagoni areæ nulla dum habẽt nomina notionum.

FINIS Libri I.

Joann

IO: KEPPLERI HARMONICES MUNDI LIBER II.

De Congruentia Figurarum Harmonicarum.

Prooemium.

ESsentiam singularum Figurarum Regularium Mentalem seu νοερὰν hactenus explicavi: sequitur earum junctarum Proprietas, & veluti Effectus intra Geometriam, qui est Congruentia vel Insociabilitas. Non sunt enim ejusdem latitudinis, Demonstrabilitas & Congruentia, cùm illa singularum sit, & cum ipsâ duplicatione continuâ laterum unius figuræ in infinitum excurrat; ista certis coartata legibus, quibus plures figuræ in unam societatem vocantur, ob angulorum incrementa seipsam præpediens, citò desinat. Et quamvis delectus sit graduum scientiæ demonstrationisque, & plurimùm differant nobilitate, illæ quas nos explicavimus, ab ijs quas dimisimus sine nomine: non tamen ne cum hac quidem demonstrationis nobilitate, Congruentia planè pari passu ambulat: adeoque unum alterius causa non est, sed utrumque ex eadem communi causa (quæ est angulorum figuræ aptitudo), quodque tamen suis legibus, dependet. Quantoperè verò necessaria sit nobis hæc quoque speculationis pars, ex ipso totius operis instituto videre est. Cùm enim originem Harmonices, ejusque Effectus in toto Mundo præstantissimos, explicandos sumpserimus; quomodo de congruentiâ figurarum, quæ sunt proportionum Harmonicarum scaturigines, verba nulla faciamus? cùm idem sonet Latinis Congruere & Congruentia; quod Græcis ἁρμόττειν & ἁρμονία? cùm hic figurarum effectus intra Geometriam, intraque Architectonices partem illam, quæ circa Archetypos versatur, sit quædam velut imago & præludium Effectuum extra Geometriam, extraque mentis conceptus, in ipsis rebus naturalibus & cœlestibus? cùm proprietas hæc congruẽtiæ, quæ in structuram & corporationem aliquam exit, talis sit, ut vel ipsa Mentem speculatricem invitet ad aliquid etiam foris faciendum, creandum, corporandum: utque latens inde ab æterno in superbenedictâ mente divinâ, per Idearum ordines, tanquam bonum summum, sui communicativum, contineri in suâ abstractione non potuerit

quin

quin in Creationis opus prorumperet, Deumque Creatorem efficeret corporum sub ijsdem figuris conclusorum. De hac igitur figurarum Congruentia paucis agam; cùm demonstrationes difficiles nequaquam sint, neç alio penè apparatu, quàm ipsâ figurarum picturâ indigeant.

De Figurarum Regularium Congruentia.

I. DEFINITIO.

Congruentia alia planitiei est, alia in solido. In Plano Congruentia est, cum anguli figurarum plurium singuli sic ad punctum unum concurrunt, ut nullus relinquatur hiatus.

II. DEFINITIO.

HÆc perfecta dicitur, cum figuræ cujusque concurrentis anguli omnes eâdem specie concurrunt, ut ita omnes concursus inter se similes sint, & concursuum ordo in infinitum continuari possit.

III. DEFINITIO.

Perfectissima, cùm etiam figuræ concurrentes in plano sunt ejusdem speciei.

IV. DEFINITIO.

Imperfecta, cùm major quidem figura undique similibus concursibus sepitur, neque tamen datur continuatio in infinitum, aut datur quidem, sed non sine admixtione diversarum concursus specierum. Imperfecta deterioris gradus, cùm major figura non omnibus angulis simili specie concurrere apta est.

V. DEFINITIO.

Solida congruentia est, & figura solida, cùm anguli singuli plurium planarum figurarum, angulum constituunt solidum, aptatisq; figuris regularibus vel semiregularibus, nullus restat hiatus inter latera figurarum, obviantia sibi in oppositâ solidæ figuræ parte, qui non claudi possit figurâ speciei unius ex adhibitis, vel saltem Regularibus.

Nota, quòd sit alia congruentia, non planarum figurarum ad figuram solidam formandam, sed ipsarum solidarum figurarum inter se, ad locum solidum circa unum punctum explendum: hujusmodi figuræ corporeæ sunt tantùm duæ,

dua, Cubus & Rhombus Dodecahedricus. Nam octo anguli Cubi concurrunt ad unum punctum, & unum undiq; locum explent. Rhombus verò habet duo genera angulorum, trilineares obtusos octo, & quadrilineares acutos sex. Igitur obtusi quatuor, congruunt ad locum explendum, acuti verò sex: quale struunt ædificium Apes, cellis contiguis, ut unam circumstent à fundo tres adversis fundis, à lateribus sex; & possent etiam anterius tres aliæ circumstare ad figuram absolvendam, nisi fores oportuisset esse patentes. De hac verò solidarum figurarum congruentia nos hic non agimus.

Apum Geometria in cellulis sexangulis infundo Rhombicis.

VI. DEFINITIO.

PErfectissima solida Congruentia, solidaq; figura est, cùm etiam Plana congruentia sunt ejusdem figuræ omnia.

VII. DEFINITIO.

HÆc vel est regularis tota, cùm Plana sunt regularia, habetq; omnes angulos in eâdem sphæricâ superficie, & inter se similes.

VIII. DEFINITIO.

VEl est semiregularis, cùm Plana sunt semiregularia (vide libr. I. def. III.) habetque angulos solidos numero linearum distinctos & dissimiles; non tamen plurium, quam duorum generum; nec in pluribus q̃ duabus sphæricis superficieb⁹, uno centro descriptis, ordinatos: & singulorum generum angulos tot numero, quot habet una Regulariũ.

Non obstat, Congruentiam hanc solidam, perfectissimam dici: nam quæ planis ejus inest imperfectio, solidationi non debet adscribi, sed ei accidit. Dicitur tamen æquivocè perfectissima, hæc semiregularis.

IX. DEFINITIO.

PErfecta inferioris gradus est, cùm Plana regularia, & anguli omnes in eâdem superficie sphæricâ, & inter se similes sunt; sed Plana tamẽ diversarum specierum, singularum quidem tot numero, quot sunt in unâ perfectissimarum figurarum, sc. non minùs quàm 4, quot ad minimum Planitiebus solida figura terminatur.

X. DEFINITIO.

IMperfecta congruentia seu figura est, cùm cæteris manentibus, major figura non sæpiùs quàm semel aut bis invenitur.

Fit enim figura illic parti quam toti, hic planæ quàm solidæ similior; cùm omnis solida ad minimum 4. superficiebus terminetur. Ut in typis ex ære sequentibus ad literas A. B. ubi major figura est Heptagonus. Classes istæ duæ, cum ipsorum majoris figuræ laterum numero excurrunt in infinitum; initio facto à Trigono utrinq;, quod in classe A, est ex perfectissimis regularibus congruentiis: transitu verò facto per tetragonum; & tunc in classe B, incidimus iterum in unam perfectissimam regularem congruentiam; ceteræ omnes imperfectæ sunt.

A. B. folio 53. seq.

XI. DEFINITIO.

SEmisolida est, quæ non sustinet omnes definitionis quintæ particulas; ut cùm aptatis figuris planis, congruẽtia non planè in seipsam redit, sed relinquit hiatus; de cætero tueans præscripta Def. VI. & VII.

XII. DEFINITIO.

FIguræ Planæ congruæ sunt, quæ vel solidam figuram concludunt, vel planitiem sine hiatu explent, existentes ipsæ figuræ Regulares vel semiregulares.

XIII. DEFINITIO.

INcongruæ dicantur illæ figuræ planæ Regulares circuloque inscriptæ (siquidem sunt inscriptiles), quæ neque solidam figuram sphærico inscriptilem secum ipsæ, aut cum alijs suæ vel alterius classis, efformant, nisi imperfectam tantùm: neque planum sternunt, vel ipsæ inter se singulæ, vel cum Stellis suæ classis, vel cum figuris & stellis classis alterius circumcircà.

Ubi nota excludi septangulum & talia, non obstante, quod bina parallela septangula vel septem quadratis, vel quatuordecim triangulis adjuta regularibus, solidum omninò claudunt; quia tantum bina septangula concurrunt, fitq; figura disciformis & planæ similis, nequaquam verò globiformis, sphæroides. Vide in figurâ ex ære fol. 53. seq. literas A. B. Sic etiam excluditur Quindecangulum, non obstante, quòd aliquibus angulis cum figuris cognatis locum in plano explet; quia hoc non facit circumcirca omnibus angulis.

A. B.

XIV. PROPOSITIO.

ANgulorum planorũ non pauciores quàm terni in plano congruũt.
Nam circa quodlibet concursus punctum est summa quatuor Rectorum angulorum: at nullius figuræ angulus æquat summam duorum Rectorum, igitur duo quanticunq; anguli, sunt adhuc minores quatuor rectis: duo igitur non explent planitiem, per Def. I.

XV. PROPOSITIO.

ANgulorum planorum non pauciores, quàm terni, ad solidum angulum formandum congruunt vel assurgunt.
Bini enim non lateribus tantùm, sed totis planitiebus congruerẽt, nihilq; de corpore solido complecterentur: quod est contrà def. anguli solidi ap. Euclidem.

XVI. PROPOSITIO.

ANulorum, in plano congruentium, summa semper est 4 rectorum, nunquam major: congruentium in solido est minor hac summâ.
In plano n. non plures 4 rectis unum punctum circumstant: ergò cum æquatur summa 4 rectorum, tunc hiatus nullus relinquitur, & per def. I. congruentia tunc est in plano. Si planum sternũt anguli, ad soliditatem non assurgũt. Et vicissim, si anguli aptati in plano relinquũt hiatum, quando sc. sunt minores 4 rectis,

tunc

tunc adductis duobus lateribus circa hiatum, & excluso hiatu, necesse est, assurgere angulum & solidari. In figura H typi ænei Fol. sequ. 53, sunt picti tres Pentagoni in planitiem strati & hiantes. H.

XVII. PROPOSITIO.

FIgura imparilatera, cujus aptantur lateribus, figuræ duarum specierum, non potest æquali formâ omnibus angulis concurrere vel in plano vel in solido.

Nam fit in uno ipsius angulorum, ut ejusdem speciei figuræ utrinq; stent; quod in cæteris angulis non fit. Hujus rei causâ vide figuram C, typi ænei seq. C.

XVIII. PROPOSITIO.

PLanum locum perfectissimè explent, Plana ejusdem figuræ tantùm Tria, Trigoni seni, Tetragoni quaterni, Hexagoni terni.

Nam per XXXIII primi hujus, Trigoni angulus est 2 tertiæ unius recti, sex ergò anguli senûm Trigonorum, sunt 12 tertiæ, id est, 4 integri. Vide D. D.

Sic Tetragoni angulus est unus rectus, quatuor ergò quaternorum Tetragonorum anguli, faciunt quatuor rectos. Vide E. Sic Hexagoni angulus est octo sextæ unius recti; tres ergò trium figurarum, faciunt 24 sextas, id est, 4 rectos, vide F. At Pentagoni angulus est minor Hexagonico; tres ergò sunt minores 4 rectis; tres ergò hiant. Idem est major Tetragonico: quatuor ergò Pentagonici sunt majores 4 rectis, ergò non capiuntur in uno loco plano, per XVI hujus. Hac de causa vide H, cum quarto Pentagono punctis signato. Sic Heptagoni, & omnium majorum figurarum, angulus major est Hexagonico; tres ergò Heptagonici superant 4 rectos. Vide I, ubi duorum Heptagonorum partes in plano tegunt locum eundem. E. F. H. I.

Huc refer Rhombos, constantes ex binis Trigonis Regularibus singulos. Congruunt enim perfectissimè, ut Regulares Hexagoni, etsi ipsi sunt figuræ semiregularis. Vide hanc congruentiam in schemate seq. ex ære, Literâ G. G.

Huc etiam refer stellas ex Dodecagono sexangulas, exsectis senis radijs: apud literam K; venit enim in locum exsecti radij, cavus angulus, recto æqualis. Igitur tres Tetragonici & tres talium stellarum radij, implent locum. Nam Hexagonus dividitur in talem stellam & sex dimidios Tetragonos. K.

XIX. PROPOSITIO

EX planis duarum figurarum impletur locus planus sexies; bis ex quinque, semel ex quatuor, ter ex tribus angulis.

Sena enim plana coire non possunt, ut eorum unius angulus sit major Trigonico: quia primi Trigonici quantitas est duæ tertiæ unius recti: itaq; hoc sexies sumptũ facit 12 tertias, seu 4 rectos. Uno igr horum 6 majori existente, ut sc. sit fi-

plurilateræ, ſuperantur 4 recti: & tunc planities non ſternitur, per XVI hujus.

1. L. *Quina verò plana tunc coëunt, ſi quatuor Trigonicis jungatur unus; æquam duos Trigonicos, talis verò eſt Hexagonicus; forma qualis literâ L.*

2. M.N. O. *Vel ſi tribus trigonicis duo tetragonici jungantur; quia æquant tres alios trigonicos. Forma qualis in M, vel qualis in N, ſc. continuè uniformis; vel deniꝗ, qualis in O, difformis continuationis.*

At ſi Trigonicos duos, Tetragonicos tres ſumpſeris, ij jam quatuor rectos ſuperabunt: multò magis ſi majores duo accerſantur anguli ad duos trigonicos.

3. P.R. *Quaterna verò duorum ſpecierum coëunt, ſi Trigonicis binis, jungantur bini Hexagonici. Forma qualis in P, vel qualis in R.*

Aliter utcunꝗ copulaveris quaterna: ſemper vel plus efficies, vel minus quàm quatuor rectos; eoꝗ locum planum non ſternes.

Ternos igitur ſi jungamus, caventes, ne ſint plures quàm duæ ſpecies; primum non poterunt eſſe duo Trigonici, nec duo Tetragonici, non ſuperarent enim duos rectos, & relinqueretur pro tertio, quod nullus unus & ſolus implet.

4. S. *Uno verò inter ternos Trigonico poſito, congruunt duo Dodecagonici: eſtque continuatio poſſibilis; nec admiſcentur alij concurſus. Forma hujus planiciei videatur literâ S.*

T. *Huc refer ſtellam Dodecangulam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus æquat Trigonicum: itaꝗ dividuus eſt Dodecagonus in ſtellam & 12 Trigonos; Ergò quinque Trigonici & duo Radij duarum ſtellarum coëunt: forma continuabilis, ſpectetur literâ T.*

5. V. *Et uno Tetragonico inter ternos aſſumpto, congruunt duo Octogonici, eſtꝗ continuabilis & hæc forma: videatur literâ V.*

X. T. *Huc refer ſtellam Octogonicam, ex eo fundamento, quòd ejus angulus cavus æquat Tetragonicum: itaꝗ dividuus eſt Octogonus in ſtellam & octo triangula Tetragonica, quorum duo efficiunt Tetragonum. Et ſic Tetragonici tres & duarum ſtellarum radij duo, implent locum: forma mixta, ut literâ X: vel aliter etiam mixta, ut literâ T.*

6. Z. *Dimiſſis jam in ternis coaptandis, Trigonico & Tetragonico, ſi ad Pentagonicum veniamus, eorum poſſunt ſumi duo, quia ſuperant juncti 2. rectos: & congruit in locum reliquum Decagonicus unus: coronatur enim Decagonus Pentagonis decem: ſed non continuatur purè hæc forma. Vide Schema literâ Z interiùs.*

Z. *Huc ergò refer ſtellam Pentagonicam, cùm ſunt Pentagonici tres, & unius ſtellæ radius; quia cavus ſtellæ angulus capit etiam unum angulum pentagonicum, non minùs, quam Pentagonicorum trium hiatus, capit radium ſtellæ. Vide eâdem literâ Z exteriùs.*

Aa. *Quamquam ne ſic quidem continuatio ſuccedit in infinitum; eſt enim inſociabile hujus ſectæ regnum, quæ paucis ſuorum adſcitis, ſtatim ſe munit. Ecce formas has duas etiam aliter, literâ Aa.*

Quòd ſi continuare omninò velis, monſtra quædam ſunt adſciſcenda, duo Decagoni inter ſe commiſſi, extritis in utroꝗ binis Lateribus; fitꝗ ſeries ſtructuræ quinquangula etiam in infinitâ continuatione, ſic ut in prima & anguſtiſſimâ quinquangulari ſerie ſint Decagoni quinque, nullum monſtrum intermedium: In ſecundâ laxiori, ſeries lineares Decangulorum mediant ſingulæ copulæ ex binis Decagonis inter ſe commiſſis; In tertiâ ſingulorum angulorum loca

Hic inſerantur figuræ ex

loca occupant singulæ copulæ ex binis Decagonis inter se commissis, quas mediat Decagonus unus: In quartâ stant rursum integri Decagoni in angulis, mediantq; binos angulos bini Decagoni, dispositi æqualibus intervallis: In quintâ stant stellæ cum singulis extremis radijs in singulis angulis, implent verò lineas bini Decagoni integri, & in medio, binæ commissuræ Decagonorum. Et sic consequenter, unaquælibet forma quinquangula fert novi aliquid. Structura est laboriosissima & artificiosissima, visenda ad eandem literam Aa. Aa.

Huc etiam refer stellam Decangulam, in cujus cavum angulum congruit angulus Pentagoni; & vicissim radij bini Trideciles, cum binis Pentagonicis congruunt & implent locum solidum. Hæc forma recipit inæquales Pentagonos: & licet sit continuabilis, recipit tamen in medium vacuos Decagonos hiulcos. Forma est visenda literâ Bb. Bb.

Pentagonus unus in ternorum planorum copulam assumi non potest, nam ejus angulus habet sex quintas unius recti, per XXXIII. Lib: I. ergò angulis duobus reliquis relinquerentur 14 quintæ, cuilibet 7 quintæ, qualem nulla figura habet. Nec sumi possunt Hexagoni duo: nam residuum est etiam Hexagoni angulus & fit forma superiùs relata, cùm nos hic quæramus structuras ex duabus speciebus, non ex unicæ speciei figuris. Per sequentes plurilateras figuras, quarum angulus major est Hexagonico, subtractis duobus angulis à 4 rectis, relinquitur pro reliquo minus, quàm habet Hexagonicus: uno verò subtracto, minus relinquitur pro duobus reliquis, quàm habent duo Hexagonici. Atqui de ijs figuris, quæ pauciores & minores habent angulos, quàm Hexagonus, jam anteà transactum nobis est, quæ & quot esse possint, quando terni sternunt planitiem.

XX. PROPOSITIO.

Ex planis angulis trium specierum, locus planus congruè impletur quater.

Hic non tolerantur tres pluresvè trigonici; faciunt enim tres anguli Trigonici duos rectos; relinquitur minus, quam facit summa minimorum post illos, Tetragonici sc. & Pentagonici. Ob id neque duobus Trigonicis sociandi duo Tetragonici, aut majores, quia non relinqueretur satis spacij pro angulo figuræ tertiæ speciei.

1. *Ergò si Trigonici sint duo, & Tetragonicus unus; sociabitur illis Dodecagonicus; non tamen continuatur Forma: vide literis Cc. Dd. Ee, tres formas, omnes ad primum casum pertinentes.* Cc. Dd. Ee.

Huc etiam stella Dodecagonica referatur, ut suprà. Nam quatuor Trigonici, unus Tetragonicus & unus stellæ radius implebunt locum. Ecce formas Ff. Gg. Hh. Ff. Gg. Hh.

Trigonicis duobus si Pentagonicus unus jungatur, residuum erit incongruum, 32 decimæ quintæ, nullus enim angulus habet 16 decimas quintas. Sin unus addatur Hexagonicus trigonicis duobus, residuus etiam Hexagonicus erit, & forma erit una ex superioribus. Non poterunt igitur porrò esse bini Trigoni.

Ergò si sit Trigonicus unus, ei tres Tetragoni non addentur, nimium enim conflatur: nec spacij satis angulo tertiæ speciei relinquitur.

2. *Addantur uni Trigonico duo Tetragonici, in residuum ad quatuor rectos congru-*

ære folijs 53. 54.

Ii. Kk.

congruet Hexagonicus; forma duplex, Literis Ii continuabilis, Kk non continuabilis sine mixturâ. Estq; hic casus secundus.

Trigonicus unus cum Pentagonicis duobus non jungitur, restat enim hiatus 14 quindecimarum unius recti, alienus à Regularibus figuris: nec cum Pentagonico uno; rursum enim restant 32 quindecimæ, cùm nulla regularis figura habeat 16 quindecimas: nec cum Hexagonico uno; faciunt enim 2. rectos, cùm nullus solus angulus fiat tantus; dimidium verò hujus sit quantitas Tetragonici, de quo jam est actum: nec cum Heptagonico vel Octogonico, vel Enneagonico, singulis; restarent enim pro angulo tertiæ speciei figurarum, vel 40 Unetvicesimæ, vel 11 sextæ, vel 16 nonæ, quales nulla Regularis figura habet.

Ergò Trigonicus unus cum Decagonico uno compositus, relinquit hiatum 26 quindecimas, quantus est Pentekædecagonicus. Hîc est quidem congruentia, sed inchoata saltem. Nam Pentekædecagonus est imparilatera; quare per XVII. miscentur diversæ concursuum species, in ejusdem figuræ angulis. Decagonus quidem pari numero laterum, præcingi posset alternis Trigono & Pentekædecagono; sed statim duo tales Pentekædecagoni in se mutuò incurrunt, seque impediunt.

Ulterius Trigonicus cum Hendecagonico non potest jungi, relinquuntur enim 56 Tresettricesimæ, qualem angulum nulla figura Regularis habet.

Deniq; Trigonicus cum Dodecagonico relinquit hiatum Dodecagonicum, de qua forma jam est dictum.

Si Trigonicus majoribus jungeretur, minor fieret hiatus, cum de minoribus jam sit actum. Et sic transactum est cum Trigonico, inter tres species admittendo.

Tetragonici anguli plures uno, ablati à 4 rectis, non relinquunt satis spacij pro duarum specierum duobus angulis, quippe qui juncti majores fierent duobus rectis.

3. Tetragonicus unus, junctus uni Pentagonico, relinquit hiatum pro Icosigonico. Sociatur igitur Icosigonus omnibus angulis, congruitq; legitimè: at non continuatur hic ordo versus exteriora. Est ergò congruentia imperfecta. En figuram literâ Ll. Hic tertius est casus.

Ll.

4. Tetragonicus Hexagonico junctus, hiatum relinquit pro Dodecagonico: Ecce figuram literâ Mm: Hic quartus & ultimus est casus.

Mm.

Huc refer stellam Dodecagonicam, quam implent duodecim Trigoni: ut sic quatuor hic anguli concurrant ad implendam soliditatem, duo Trigonici, Tetragonicus, Hexagonicus, & radius stellæ. Ecce figuram literâ Nn.

Nn

Tetragonicus Heptagonico additus, relinquit hiatum 11 septimas, qualem angulum nulla habet figura Regularis. Additus Octogonico, relinquit hiatum Octogonicum: de qua forma suprà. Transactum igitur est cum Tetragonico.

Pentagonicus cum Hexagonico, relinquit hiatum 22 quindecimas: cum Heptagonico, 48 tricesimas quintas: Cum Octogonico, 13 decimas, cûm nullius regularis figuræ tantus sit angulus: & jam hiatus incipit esse minor angulo Octogonico, qui est 15 decimæ. Atqui nos jam illas absolvimus, quæ sunt minorum angulorum. Transactum igitur est cum Pentagonico.

Hexagonicus triplex implet locum planum, ergò non potest misceri cum duobus se majoribus. Et sic transactum est cum mistione trium figurarum.

XXI. Pro-

XXI. PROPOSITIO.

QUatuor vel plurium specierum figuræ planæ, non congruunt angulis singulis ad implendum locum solidum.

Minimi enim anguli quatuor sunt hi, Trigonicus, Tetragonicus, Pentagonicus, Hexagonicus. At horum primus & ultimus æquant duos rectos, secundus est rectus, Tertius verò superat rectum unâ parte quintâ unius recti. Sunt igitur juncti majores quatuor rectis: quare per XVI, non congruunt. Multò magis igitur superabuntur quatuor recti à majoribus angulis.

XXII. AXIOMA.

CUm duo plani non sunt majores tertio, non formant cum illo angulum solidum.

XXIII. PROPOSITIO

DUo anguli plani, figuræ imparilateræ, cum uno speciei alterius coeuntes, non formant regulare aliquod solidum.

Nam per XVIII, anguli solidi fiunt difformes, contra def. à V in X.

XXIV. PROPOSITIO.

TRes anguli plani, trium distinctarum specie figurarum, unius imparilateræ, coëuntes, non absolvunt figuram solidam perfectam.

Rursum enim per XVII. solidi fiunt diversiformes, quod est contra definitiones.

XXV. PROPOSITIO

COngruentiæ Figurarum planarum ad solidam figuram formandam, perfectissimæ & regulares, sunt quinque.

Est scholion ad ultimam ultimi Euclidis. Nam per XV hujus, incipimus à ternis angulis, & per XVI. desinimus in senis Trigonicis, in quaternis Tetragonicis, & in ternis Hexagonicis, quia per XVII. hi æquant 4 rectos.

Tres igitur Trigoni, singulis angulis congruentes, minus quàm 4, id est, duos angulos planos rectos efficiunt; coaptatis igitur tribus trigonis, hiatus impletur quarto Trigono. Hinc Tetrahedron, vel Pyramis. Num: 1. fig. sequentis.

Quatuor Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 8 tertias, quod minus est quam 12 tertiæ, seu 4 recti; fitque junctis trigonorum lateribus Pyramis, basi quadrilaterâ hiante; cui ex adverso alia talis Pyramis simili hiatu congruit, ad figuram undiq; claudendam. Hinc Octaëdron. Oo. & Nn. 5. fol. seq.

Quinq; Trigoni, singulis angulis congruentes, efficiunt 10 tertias, quod est minus quam 12 tertiæ, fitq; aptatis denis & denis lateribus ad angulum communem, Pyramis basi quinqlaterâ, cujus anguli ad basin, ut & ipsi fiant quinqueplanij, oportet binis in eâ basi planis, alos ternos angulos planos, & sic decem illis alios quindecim congruere, totidemque porrigi altrorsum: quæ summa triginta planorum, est decem Trigonorum; ex quibus in medio Zona vel columna Pp. & nn 4. fol. seq.

P p. & hic num. 4.

lumna fit, hians infrà ut suprà, figurâ quinquangulari; in quam congruit alia Pyramis pentahedrica; ut figura claudatur undiq;. Hinc Icosaëdron.

Sic est transactum cum Trigonis meris.

Tres Tetragonici anguli, sunt tres recti, minus quàm quatuor recti plani: congruunt ergò ad formandum angulum solidum, hiantq; coagmentati tetragoni, tribus rectis planis angulis, & vicissim extant tres anguli trium illorum planorum: tres igitur alij Tetragoni, singulis angulis in unum solidum congruentes, apti sunt & congrui, qui suis extantibus illos hiatus expleant, suisq; hiatibus illos extantes recipiant. Hinc Hexaëdron vel Cubus.

Q q & hic num. 1.

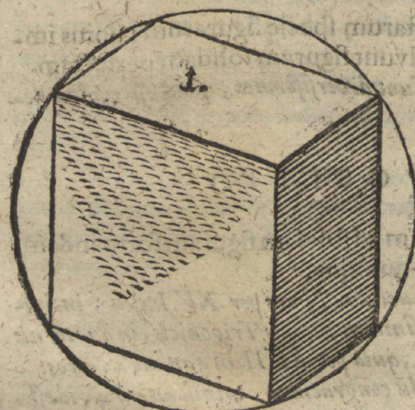
Quatuor Tetragonici æquant quatuor rectos, quare per XVI non solidum quid formant. Sic est transactum cum Tetragonis meris.

Tres Pentagonici anguli sunt 18 quintæ unius plani recti, minus quàm 20 quintæ seu quatuor recti: congruunt igitur ad unum solidum formandum; quòd si Pentagonus unus in basi cingatur hoc pacto quinq; alijs, figura sursum hiat 5. angulis planis pentagonicis, habetq; extantes quinq; angulos planos pentagonicos. Alia igitur ex adverso figura est struenda, huius similis, & quini alterutrius anguli plani extantes congruent in quinos reliquæ hiatus, & vicissim. Hinc nascitur Dodecahedron. Transactum sic est cum Pentagonis meris, & simul cum figuris omnibus unius solius speciei coaptandis: quia tres Hexagonici per XVI, non assurgunt ad solidandum.

R r. & hic num. 3.

Hæc sunt illa corpora quinque, quæ figuras mundanas appellare *sunt soliti Pythagoræi & Plato, & Euclidis commentator Proclus: quæ quomodo fuerint applicatæ corporibus mundanis, in præambulo lib. I. dixi, incertum esse. Communis quidem persuasio est, ducta ex Aristotele, Philosophos illos ad quinq; simplicia Corpora Mundi respexisse secundum quinarium numerum harum figurarum, scilicet ad quatuor Elementa, Ignem, Aërem, Aquam, Terram, & ad sic dictam Quintam Essentiam, seu Materiam cœlestem; comparatis figurarum proprietatibus, cum simplicium illorum corporum affectionib⁹. Nam in Cubo rectitudo super basi quadratâ stabilitatis quandam adumbrationē habet, quæ eadem proprietas est & Materiæ terrestris; gravitatis momentis ima petentis: cùm etiam totus Terræ globus vulgò credatur in medio Mundi quiescere. Vicissim Octahedri congruus est situs aspectui, si is à duobus oppositis angulis velut in torno suspendatur, inter quos medio præcisè loco est latens quadrilate-*

Figuræ Mundanæ.







drilaterum, dividens corpus figuræ in duo æqualia, sicut globum à duobus polis suspensum dividit maximus circulus: hæc est quædam imago mobilitatis, uti aër est elementorum mobilissimum & celeritate & varietate plagarum.

5. Octaedron Aeris Symbolum

In Tetrahedro paucitas planorum signare videtur siccitatem ignis, cùm definitio sit siccorum, suis contineri terminis; in Icosaëdro vicissim multitudo planorum signare videtur humiditatem aquæ, cùm definiatur humiditas, alienis contineri terminis; est quippe paucitas, propriorum, multitudo, adscitorum & alienorum indicium. Et aliter etiam, Trigonus planus, est Tetrahedri proprius, quia tota Tetraëdrica figura est trigonus solidus: idem verò Trigonus, est Icosaëdri non proprius, sed mutuatitius, quia Icosaëdri soliditas, Pentagoni similis est, non Trigoni. Rursum in Tetraëdri acumine ab una basi surgente, vis Ignis penetrativa & divisoria videtur adumbrata esse, in Icosaëdri obtuso & quinquelineari angulo, vis impletoria humorum, hoc est vis humectandi; in Tetraedri parvitate & macilentiâ, natura ignis; in Icosaedri mole globiformi, natura aquæ, & quædam velut figura guttæ: in Tetraedro plurimum est superficiei, minimum corporis; in Icosaedro moles corporea multò major quàm superficies: quemadmodum in Igne forma præcellit, in Aquâ materia.

2. Tetraedron ignis symbolum
4. Icosiedron Aquæ Symbolum.

Dodecaedron verò relinquitur corpori cælesti, habens eundem planorum numerum, quem Zodiacus cælestis signorum; demonstraturq; reliquarum figurarum capacissima: quemadmodum & cœlum capit omnia.

3. Dodecaedron cœli Symbolum.

Hæc Analogia etsi plausibilis est, non quidem Aristoteli (qui cùm creatum esse Mundum negaret, vim in figuris quantitativis Archetypalem agnoscere non potuit, quippe quæ sine Architecto nulla illis inest ad faciendum aliquid corporeum) sed mihi, Christianisq; omnibus, qui fide tenemus, Mundum, cùm anteà non esset, à Deo creatum esse, in pondere mensura & numero, scilicet Ideis ipsi coæternis: etsi inquam plausibilis est in genere hæc analogia; tamen sic in specie informata, nullâ necessitate continetur; & patitur instantias, non tantum ob quarundam proprietatum discrepantiam in eâdem analogiâ; sed etiam ob majorem convenientiam Dodecaedri & Icosiedri cum Igne: denique quia de Elementorum numero & quiete Telluris, disputatio multò major est, quàm de harum figurarum numero.

Quod si hic substiterunt Pythagorèi, non reprehendo in hac parte Ramum, non Aristotelem, quòd hanc analogiam disputationibus convulsam rejecerunt. At ego ante annos viginti quatuor, longè aliter hæc quinque corpora in fabricâ mundi indagavi; dixique in præambulo libri I. mihi videri consentaneum, eandem doctrinam etiam veterum fuisse, sed occultatam more sectæ. Cùm enim habeat Astronomia Copernicana, seu veteris Aristarchi Samij Pythagorici, dispositionem Mundi mobilis talem, ut sint in eo sex Orbes seu curricula, circa corpus solis in centro immobile circumducta, magnisq; & inter se inæqualibus intervallis dirempta, Saturni extimi, deinde Iovis, dein Martis, inde Telluris cum Luna, tum Veneris, denique Mercurij intimi: cùmque figurarum harum quinque, propria & essentialis sit inscriptio in Sphæricam superficiem cum angulis, & circumscriptio circa sphæricam superficiem cum centris planorum; adeoque cuilibet figuræ certum sit intervallum inter suos binos orbes: nihil plausibilius videri potuit, quàm sex illorum cælestium orbium

Respice ad schema lib. V. cap. III.

intervalla quinque, ex quinque figuris esse desumpta à Creatore; hoc ordine, ut cubus mente concipiatur inter Orbes Saturni & Jovis, Tetraëdron inter Jovis & Martis, Dodecaëdron inter Martis & Terræ, Icosaëdron inter Telluris & Veneris, Octaëdron inter Veneris & Mercurij.

Hæc distributio numeris explorari potest, necessitatem infert, corporum numerum non conquirit anxiè, sed inventum occupat; denique sic est instructa, ut ab his annis viginti duobus non tantùm nullum invenerit oppugnatorem, sed etiam ipsos Rami inconsiderati Magistri & Euclideomastigis discipulos pertraxerit; hodieque tam multos pertrahat, ut jam dudum secundam editionem flagitaverint Mathematici. Sed de hac re pluribus agere, non est hujus secundi libri; inveniet lector infra libro quinto plura, aliqua etiam in Epitomes Astronomiæ libro IV. ubi ortus harum quinq; solidarum figurarum genuinus explicatur metaphysicè: nam ille per angulationes, non verè ortus est, sed ortas consequitur, ut naturâ posterius quid.

XXVI. PROPOSITIO.

ADdi possunt congruentijs perfectissimis regularibus, duæ etiam aliæ congruentiæ, stellarum duodecim planarum Pentagonicarum: & duæ semisolidæ, stellarum Octangulæ, & Decangulæ.

Ss. & infra lib. V. cap I Tt. in typis æneis præmissis.

Claudunt enim pentagonicæ solidas figuras aculeatas undiq;: quarum una fit duodecim angulorum quinquelinearium, altera viginti angulorum trilinearium: illa trinis angulis insistit, hæc quinis simul; illa pulchriùs super angulum erigitur; hæc rectius sedet, incumbens in quinos. In his etsi forinsecus non apparet regulare planum, sed ejus loco Triangulum æquicrurum Pentagonicum; quina tamen hujusmodi semper in unum idemq; planum competentia, occultum sub soliditate quinquangulum, veluti cor suum circumstant; faciuntq; cum eo dictam stellam pentagonicam, seu Germanico Idiomate, pedem Truttæ, Theophrasto Paracelso signum sanitatis. Idea corporis quodammodo eadem est, quæ sui Plani; Nam ut in hoc, sc. in stella quinquangula, binorum semper triangulorum latera in unam rectam competunt, quæ parte sui interiore fit basis uni exteriori triangulo, latus verò intimo quinquangulo: sic in solido, semper quinorum solidorum angulorum Triangula singula æquicrura, competunt in unam planitiem, quorum quinq; triangulorum seu stellæ intima medulla & cor, quinquangulum, fit basis in unâ superstantis anguli solidi: vel in alterâ, sub stantium quinq; solidorum. Est autem tanta cognatio figurarum harum, unius cum Dodecaëdro, alterius cum Icosaëdro: ut videantur hæ, præsertim Dodecaëdron, trunca quodammodo & mutila, si cum illis aculeatis comparentur.

Octangulæ verò & Decangulæ stellæ, lateribus suorum radiorum, quæ semper in primo & quarto, duobus transitis, congruunt in unam rectam, binæ semper & binæ congruunt, faciuntq; cubum illæ quendam, hæ Dodecaëdron quoddam, non angulatas sed auriculatas figuras: quia duobus planis angulis coaptatis, hiatũ fieri necesse est, qui claudi non potest. Ergò per XI, semisolida tantùm est congruentia.

Perfectissimæ dicuntur congruentiæ, illæ solidæ, hæ semisolidæ, quia ipsis competit VI, definitio hujus lib. quoad soliditatem: planitiebus verò ipsis competit definitio figuræ perfectæ, quæ est libro I. secunda, sunt sc. secundariò perfectæ. Nec absurdè dicimus, semisolidam perfectissimam, quia innuimus inchoari aliquid, cui non IX vel X sed cui VI Def. competeret si perfici posset.

XXVII. PROPOSITIO.

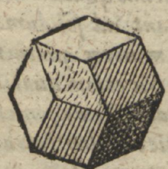
Congruunt etiam ad solidandas figuras, semiregulares figuræ, scilicet Rhombi plani, perfectissimè, idque tantùm bis.

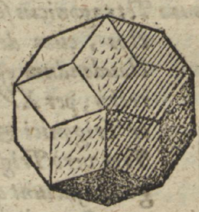
Nam ex duodecim planis Rhombis, certæ proportionis Diagoniorum, fit Rhombus solidus, figura cellulæ Apiariæ, quantum ad latera sex, & fundum triangularem solidum: sex enim Rhombi congruentes sic, vt obtusi obtusis, acuti acutis applicentur, tres habent obtusangulos hiatus, tria etiam paria acutorum extantia suprà, totidemque infrà. Congruunt igitur trium utrinque Rhomborum, obtusis conjunctorum ternæ eminentiæ, in hiatus, recipiuntq; suis hiatibus illorum eminentias.

Vu & hic figura minor.

Sic triginta Rhombi plani, proportionis Diagonorum alterius, faciunt Rhombum solidum Triacontaëdricum. Quini enim & quini Rhombi, angulis acutis conjuncti, ad effigiandos duos solidos ex oppositis plagis stantes, cùm hient apud obtusos conjunctos; quinorum & quinorum Rhomborum obtusis alijs, implent hiatus: denique in utriusque veluti testæ medio, Zona ex decem Rhombicis composita circumit, conjungens utramq; testam.

De hac etiam suprà fol. 49. in Def. V.





Xx. & hic figura major.

Non esse verò plures perfectas Rhomborum congruentias, sic probatur. Sunt enim duo anguli plani Rhombici acuti, duo obtusi; quorum semper acutus unus & unus obtusus faciunt duos rectos: nec plures tribus obtusis congruunt, ne superent quatuor rectos. Quod si ergò tres solùm acutos conjunxeris, fit vt in Cubo, Hexahedron Rhombicum, cum duobus solùm solidis acutis, longissimè distantibus; cæteri solidi in medio corporis non tantùm distant: non servantur igitur leges definitionis VIII, quæ non admittit duos solos angulos in eâdem sphærâ. Prætereà ex sex solidis obtusis quilibet clauditur à duobus obtusis planis & uno acuto; quæ irregularitas rursùm est contra definitiones. Ergò non tres tantum plani acuti coire debent. At neque sex acuti, totidem scilicet Rhomborum, coëunt. Si enim singuli habent quantitatem 2 tertias unius Recti, obtusi habebant duplam quantitatem, scilicet 4 tertias: & sic tam tres obtusi, quàm sex acuti formabunt 4 Rectos, nec vel illi vel hi formabunt angulum solidum, sed sternent continuam planitiem, vt in figurâ G. Sin autem acuti minores sumantur; obtusi maiores erunt, & tres superabunt quatuor rectos. Ergò duæ tantùm sunt perfectissimæ Rhombicæ congruentiæ: una, in quâ quatuor acuti anguli Rhombici coëunt in solidum; altera, in quâ quinque: quibus tamen associatur Cubus, tanquam Rhomborum omnium principium; quia planum ipsius est laterum æqualium quatuor, vt Rhombicorum.

G. fol. 53.

XXVIII. PROPOSITIO

Perfectæ in solido congruentiæ gradus inferioris, species sunt tredecim; ex quibus tredecim oriuntur Archimedêa Corpora.

XIII. Archimedêa

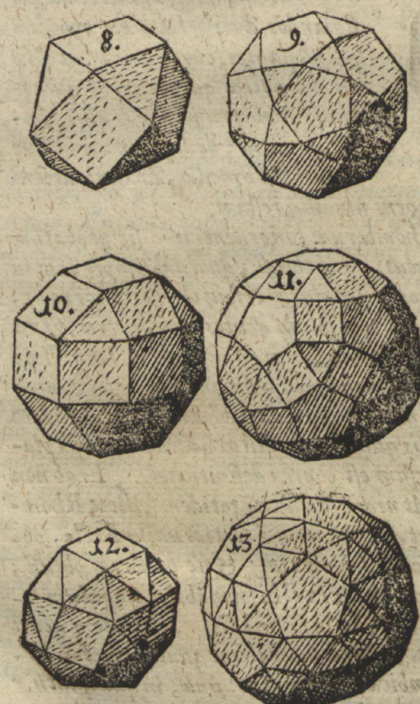
Cùm enim misceantur in hoc gradu figuræ diversæ; quare per propos. XXI. miscebuntur aut duarum aut trium specierum figuræ. Quod si duarum, tunc inter eas vel sunt Trigoni vel non sunt.

Igr ex Trigonis & Tetragonis fiunt solida tria, quibus quidem def. IX. competat. Nam illa rejicit formas hasce tres, in quibus solidum angulum claudunt, cum uno Tetragonico plano angulo, tam duo, quàm tres plani Trigonici; aut cum duobus Tetragonicis, unus Trigonicus; quia in primo casu unus solus Tetragonus est, fitq; dimidium Octaëdri, & anguli solidi sunt diversiformes; in secundo duo soli Tetragoni, in tertio duo soli Trigoni: quæ p X, sunt imperfectæ congruentiæ. Restant ergò modi hi, in quibus angulum solidum claudunt Plani, Primum, quatuor Trigonici & unus Tetragonicus. Sunt enim minores 4 rectis. Congruunt igitur sex Tetragoni & Triginta duo (id est 20 & 12.) Trigoni, & fit figura Triacontaoctohedrica, quod appello Cubum simum. Hic in schemate sequenti pictus est Numero 12.

Oo;

I. Cubus simus.

Quinq; enim Trigonici plani & unus Tetragonicus superant quatuor rectos, cùm debeant ad solidum claudendum esse minores quatuor rectis, per XVI. Sic etiam quatuor Trigonici & duo Tetragonici. Tres verò Trigonici & duo Tetragonici faciunt quatuor rectos.



II. Rh. Cuboctaedron.

III. Rhombici Cuboctaedron.

Secundò duo Trigonici & duo Tetragonici minus habent quatuor rectis; Hic igitur congruunt octo Trigoni & sex Tetragoni ad formandum unum Tessareskædecaëdron, quod cuboctaëdron appello. Pictum est hic num: octavo. Duo verò Trigonici cum tribus Tetragonicis superant 4 rectos.

Tertiò unus Trigonicus & tres Tetragonici minus habent 4. rectis Hic ergò congruunt octo Triangula & octodecim (id est 12 & 6) quadrangula, ad unum Icosihexaëdron, quod appello sectum Rhombum Cuboctaëdricum: vel Rhombicuboctaëdron. Pictus est hic numero 10.

In his igr tribus sunt Tetragoni juxta Trigonos: sequitur ut & Pentagonicos ijs seorsim associemus.

Quinq; plani Trigonici juxta unum Pentagonicum non stant, quia neq; juxta minorem eo, Tetragonicum, stare poterant. Quatuor ergò Trigonici, cum uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt octoginta (id est 20. & 60) Trigoni, cum duodecim Pentagonis, ad formandum Ennenecontakædyhedron, quod appello Dodecaëdron simum. Pingitur hic numero 13. Et in hoc ordine simorum, Icosaëdron posset esse tertium, quod est quasi Tetraëdron simum.

IV Dodecaedron simũ

Tres

Tres planos Trigonicos si uni Pentagonico aſsociaveris, fit quod suprà, ut duo solum Pentagoni veniant in solidum; & si duos Trigonicos uni pentagonico, venit unus solus Pentagonus in solidum: fitq́ illic Zona vel columna media, hîc Pyramis, partes Icosaëdri: nec anguli solidi sunt hîc ejusdem speciei, quia unius ambitur, ut in Icosiëdro, quinque Trigonicis. Et transactum est cum unico Pentagonico.

Pp.

At tres Trigonici cum duobus Pentagonicis plus efficiunt 4 rectis. Transactum igitur est cum tribus Trigonicis in societatem Pentagonicorum adsciscendis.

Duo Trigonici cum duobus Pentagonicis minus efficiunt 4 Rectis. Congruunt igitur viginti Trigoni & duodecim Pentagoni in unum Triacontakædyhedron, quod appello Icosidodecahedron. Pingitur hic Numero 9. Cum uno Pentagonico duos Trigonicos jam rejecimus, Transactum igr est cum duobus Trigonis.

V. Icosidodecahedron.

Unus Trigonicus cum tribus Pentagonicis plus quam 4 rectos efficit, cum duobus verò per XXIII. nihil regulare; quia Pentagonus est figura imparilatera. Sicq́ transactum est cum Pentagonis in societate Trigonorum.

Trigonici quatuor cum uno Hexagonico, & duo cum duobus Hexagonicis implēt planitiem; at tres cum duobus sunt majores 4 rectis, cum uno Hexagonico duos solos Hexagonos in figuram recipiunt; rejectis igr tribus Trigonicis, duo sunt æquales uni Hexagonico, quare rejecti per XXII. Restat ut unus Trigonicus cum duobus Hexagonicis copuletur. Itaq́ congruunt quatuor Trigoni cum quatuor Hexagonis in unum Octaëdron, quod appello Truncum Tetraëdron. Pingitur Numero 2 fol. sequenti.

VI. Tetraedron truncum.

Trigonici quatuor cum uno Heptagonico & majoribus, superant 4 rectos; nulla igitur porrò mentio facienda est quatuor Trigonicorum: nulla etiam trium, ob causas sæpe allegatas: duo verò cum figurarum Hexagono majorum binis planis, superant 4 rectos: nulla igitur neq́ duorum porrò est facienda mentio, cum binis planis figuræ majoris; nec duorum cum uno plano figuræ majoris, quia illi superantur ab hoc, quòd rejectum est ax: XXII. Restat examinandus hic casus, cùm unus Trigonicus duobus planis figuræ majoris Hexagonâ copulatur: atqui cum duobus Heptagonicis rejicitur per XXIII. ut & cum omnium imparilaterarum duobus; cum duobus verò Octogonicis, fit corpus, in quo congruunt octo Trigoni & sex Octogoni in unum Teſsarakædecahedron, quod appello Cubum Truncum. Ejus figuram habes signatam Num: 1. fol. seq. Cum duobus Decagonicis, fit corpus, in quo congruunt viginti Trigoni & 12 Decagoni, in unum Triacontakædyhedron, quod Appello Truncum Dodecaëdron. Id signatum est inter figuras sequentes Num. 3. Cum duobus Dodecagonicis impletur planities, nec fit solidus angulus, multòq́ minus cum majoribus. Et transactum est in universum cum Trigonis: in dualitate quidem specierum.

VII Cubus truncus.

VIII Dodecaedron truncum.

Cùm ergò inter binas planorum species non amplius sunt Trigoni: minima porrò figura erit Tetragonus. Atqui Tetragonici tres, cum uno majoris plani angulo, superant 4 rectos: duo verò Tetragonici cum uno majoris, non tolerantur, ob definitionem IX, quia majoris speciei figuræ tantum duæ reciperentur in solidum. Unus igr Tetragonicus cum duobus Pentagonicis rejicitur per XXIII: cùm duobus Hexagonicis coit; & congruunt sex Tetragoni cum octo Hexagonis in unum Teſsarakædecaëdron, quod Appello Truncum Octaëdron, Pingitur numero 5. sequentis schematis. Unus Tetragonicus cum duobus Heptagonicis alijs-

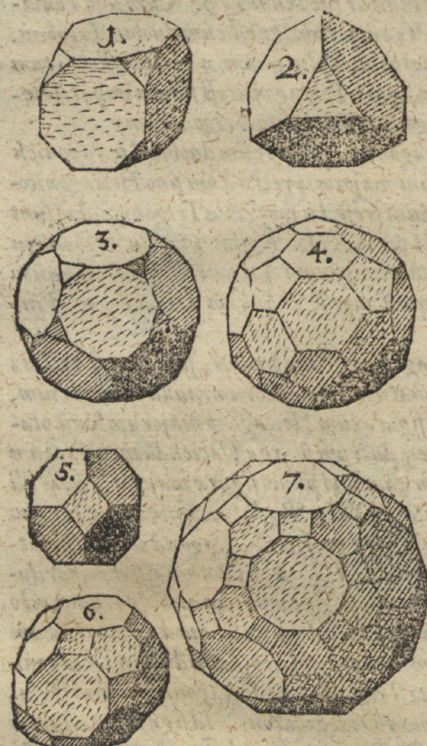
IX. Octaedron trũcum.

quæ imparilaterarum rejicitur, per XXIII. cum duobus Octogonicis, planum locum implet: cum majoribus etiam ſuperat 4 rectos; nec aſſurgit ad ſolidum angulum formandum. Ita transactum eſt cum Tetragono; cum duæ ſolæ debent eſſe planorum ſpecies.

Duo Pentagonici cum uno Hexagonico aut quocunq; alio unico rejectitium quid inchoant, per XXIII, quod ſuprà etiam de Trigonico & Tetragonico cum binis Pentagonicis uſurpavimus. Inſuper cum uno Decagonico planitiem ſternunt, nec cum illo aut majoribus aſſurgunt in ſoliditatem.

X. Truncum Icoſiedron.

Unus ergò Pentagonicus cum duobus Hexagonicis minus facit 4 rectis; & congruunt duodecim Pentagoni cum viginti Hexagonis in unum Triacontakædyhedron, quod appello Truncum Icoſihedron. Formam habes ſignatam numero 4. Nec plura expectanda à Pentagono. Nam unus Pentagonius cum duobus Heptagonicis jam ſuperat 4. rectos.



Hexagonicus cum duobus alijs implet planitiem, cum majoribus ſuperat 4 rectos. Itaq; hîc finis eſt mixtorum ex duabus ſpeciebus.

Quod ſi trium ſpecierum Plana concurrere poſſunt ad unum angulum ſolidum: Primum anguli duo plani, unus Tetragoni, alter Pentagoni ſuperant 2 rectos; majores his, multò magis: tres verò Trigonorum trium, æquant 2 rectos: nequeunt igr tres Trigonici admitti, ne ſumma omniũ ſuperet 4 rectos. Duo verò Trigonici cum uno Tetragonico & uno Pentagonico vel pro eo Hexagonico, aut quocunque majori, rejiciuntur, per pr. XXIII. quia Trigonus imparilatera figura cingi deberet Tetragono & Pentagono, vel pro eo Hexagono &c.

XI. Rhombicoſidodecaedron.

Unus igitur Trigonicus cum duobus Tetragonicis & uno Pentagonico, minus efficiunt 4 rectis, & congruunt 20 Trigoni cum 30 Tetragonis & 12 Pentagonis, in unum Hexacontadyhedron, quod appello Rhombicoſidodecaëdron, ſeu ſectum Rhombum Icoſidodecaëdricum. Pingitur num. 11. fol. antecedentis

Unus Trigonicus, duo Tetragonici, cum uno Hexagonico, æquant rectos quatuor; cum uno majori, ſuperant; nec ad ſolidum aſſurgunt. Mittamus igitur duos Tetragonicos.

Unus Trigonicus, unus Tetragonicus, & duo Pentagonici ſuperant 4 rectos; multoq; magis ſi bini majores plani anguli admiſcerentur. Deſinunt igitur miſceri anguli plani quaterni ad formandum unum ſolidum; deſinit ergò & Trigonus ingredi mixturam triplicem. Nam unus Trigonicus, unus Tetragoni-

cus &

cus & unus pentagonicus, aut quicunq; alius hujus loco, rejiciuntur per XXIV, quia trigonus est imparilatera figura.

Cùm igitur porrò sint tres solùm anguli plani: nulla inter figuras toleratur imparilatera, per eandem XXIX.

Tetragonicus igitur, cum Hexagonico & Octogonico minimis, minus faciunt 4 rectis; & congruunt 12 Tetragoni, 8 Hexagoni, & 6 Octogoni, in unum Icosihexaëdron, quod appello truncum Cuboctaëdron: non quod truncatione nasci possit; sed quia simile est truncato Cuboctaëdro. Pingitur num. 6.

XII. Cuboctaedron truncum.

Tetragonicus cum Hexagonico & Decagonico, minus 4 rectis efficiunt: & congruunt 30 Tetragoni, 20 Hexagoni & 12 Decagoni, in unum Hexacontadyhedron, quod appello truncum Icosidodecaëdron, simili de causa ut proximum. Pingitur num. 7.

XIII. Icosidodecaedron trũcum.

Si pro Decagonico succedat in societatem Dodecagonicus; implentur 4 recti, nec fit solidum; sic etiam si pro Hexagonico succedat Octogonicus, & aliquis, Octogonico major, sit tertius; superantur 4 recti: nec minus, si absit Tetragonicus, & socientur tres distinctarum figurarum parilaterarum majores. Igitur stat omnis Archimedeorum familia intra num. 13. quod erat demonstrandum.

XXIX. CONSECTARIUM.

Figuræ congruæ sunt in universum duodecim, octo Radicales seu Primæ, & quatuor auctæ seu Stellæ.

1. Trigonus	7. Dodecagonus
2. Tetragonus.	8. Icosigonus
3. Pentagonus	9. Stella Pentagonica
4. Hexagonus	10. Stella Octogonica
5. Octogonus	11. Stella Decagonica
6. Decagonus	12. Stella Dodecagonica.

Gradus congruentiæ distincti sunt. In primo sunt Trigonus & Tetragonus, *quia congruunt tam in solido, quàm in plano, tam singularum specierum inter se, quàm junctarum, & cum alijs.*

Secundo gradu consistunt Pentagonus cum stella suâ. Nam congruunt & singularum specierum inter se, in solido: & tradunt mutuas operas in plano: sed potior est Pentagonus, quia congruit etiam cum alijs nonnullis tam in plano, quàm in solido.

Tertius est Hexagoni, quia figuræ hujus speciei congruunt in plano, cum alijs verò tam in solido quàm in plano.

Quartum gradum tenent Octogonus & Decagonus cum stellis suis. Nam Radicales illæ, cum alijs nonnullis congruunt in solido, stellæ verò cum figuris singularum specierum quadamtenus: in plano verò omnes quatuor congruunt cum alijs, magis tamen variè magisq; perfectè Octogonica secta.

Quintus gradus habet Dodecagonum cum stella suâ; quia in solido quidem minimè, at in plano multifariam congruunt cum alijs; in solido igitur sola magnitudine impediuntur. Causâ planitiei præferenda est hæc secta gradui quarto.

Ultimus gradus est Icosigoni, quia is non nisi in plano, nec nisi cum alijs, & cum illis ipsis quoq; imperfectè congruit.

Quòd

Quòd si solam consideremus Planitiem, Ordo figurarum erit iste. 1. Hexagonus. 2. Tetragonus. 3. Trigonus. 4. Dodecagonus. 5. Stella ejus. 6. Octogonus. 7. Stella ejus. 8. Pentagonus. 9. Stella ejus. 10. Decagonus. 11. Stella ejus. 12. Icosigonus.

Omnes aliæ figuræ sunt incongruæ, proximus tamen congruentiæ *est Pentekædecagonus, quia incipit congruere cum alijs in plano; at excluditur per XXIII. quo minus vt Icosigonus, cingi undiq; æqualiter possit. Post illum est figura 16 laterum & similes, quæ planè non congruunt cum regularibus alijs; impediente magnitudine angulorum. At Heptagonus & similes longè alia ratione sunt incongruæ figuræ, quia nec toti anguli, nec partes angulorum aliquotæ, propriæ figurarum, cum alijs regularibus congruunt.*

Ita in tribus per se demonstrabilium classibus desinit congruentia, in Octogono, Dodecagono, Icosigono, in quarto spurio ne incepit quidem. Hæc libro IV. in delectu Aspectuum suum usum habent.

XXX. CONSECTARIUM.

Ex his genuinum discrimen apparet inter demonstrationem & congruentiam figurarum causâ latitudinis.

Nam 1. Demonstrationis propriæ gradus ultra Octogonum, Decagonum Dodecagonum, in figuras duplorum laterum in infinitum excurrunt: Congruentia in Octogono, Icosigono, Dodecagono subsistit. 2. Pentagonus cum stella suâ, causâ demonstrationis & scientiæ, est ignobilior Dodecagono: causâ congruentiæ in solido, est multo nobilior. 3. Octogonus ibi sequitur Pentagonum, hic antecedit. 4. Hekkædecagonus ibi erat potiore loco, quàm Icosigonus: & tamen illa est figura incongrua, hæc congrua quadamtenus. 5. At in Pentekædecagono pulchra est rei utriusq; convenientia, analogiam servans eandem: quia inter demonstrationes nulla illi obvenit propria, sed accidentaria saltem; inter verò congruentias nulla consummata, sed aliqua saltem inchoata, nec totam figuram occupans. Hæc infra libro III, in ortu & usu semitonij sunt notanda.

FINIS LIBRI II.

Sequitur liber III, novo & Alphabeti & Numeri foliorum initio, quia ab eo principium impressionis fuit factum.

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER III.

DE ORTU PROPORTIONUM HARMONICARUM, DEQUE Natura & differentijs rerum ad Cantum pertinentium.

PROCLVS DIADOCHVS
Lib: I. Com: in I. Elementorum Euclidis

Cum philosophia multas sit complexa facultates, multas & Mathematica; de Vna quidem hujus parte Harmonice dicta, deq; Numeris (Harmoniarum principijs creditis) hæc scribit.

Ad Theologiam præparat Mentis conatus. Nam ea quæ non Initiatis circa veritatem rerũ divinarum videntur esse captu difficilia & sublimiora, illa Mathematicis Rationibus demonstrantur esse fida manifesta & sine controversia, per quasdam Imagines. Nam Proprietatum superessentialium evidentiam ostendunt in Numeris: & quæ sint Intellectualium Formarum Potestates, in Ratiocinativis clarum efficiunt. Itaq; Plato multa mirabilia de Natura Deorum nos per species rerum Mathematicarum edocet: & Pythagorica Philosophia, his ceu velis obnubit institutionem de rebus divinis. Hujus enim generis est universus ille SERMO SACER, & Philolaus in Bacchis, & tota Pythagoræ ratio docendi de Deo.

Rursum ad Moralem philosophiam nos perficit, implantans nostris moribus Ordinem, decentiam & conversationem Harmonicam; tradit etiam, quæ figuræ, quæ Cantilenæ, qui Motus virtutem deceant: qua doctrina etiam Athenæus excoli & perfici vult eos, qui virtutibus Moralibus ab adolescentia daturi sunt operam. Quin etiam proportiones Numerorum, virtutibus familiares, explanat, alias quidem arithmeticas, alias Geometricas, alias Harmonicas: ostendit & Vitiorum Excessus Defectusq;, quibus omnibus dirigimur ad mediocritatem Morum, & decentiam.

DE ORTV PROPORTIONVM HARMONICARVM, DEQVE Natura & differentijs rerum ad Cantum pertinentium.

HActenus Naturam rerum secuti, primùm de Figuris Planis Regularibus diximus; deinde ad earum Congruentias transivimus.

In sequentibus derogandũ erit nonnihil Methodo Naturalj; ut cognitio mentis humanæ, quæ non rarò viâ diversâ utitur, tanto magis adjuvetur. Hoc enim natura rei requirebat, ut jam tertio loco explicaremus proportiones in abstracto illas, quæ inter circulum & partem a latere quolibet rescissam constituuntur; & quæ aliæ rerum species oriantur ex compositione & divisione talium proportionum: tum quarto loco transiremus ad opera mundana, quæ vel Deus ipse Creator ad hujusmodj proportiones attemperavit, vel Natura sublunaris ad præscriptum proportionum talium, in Angulis radiorum sideralium quotidiè exercet: ultimò verò subjungeremus Musicam humanam, ostendentes, quomodo Mens humana, judicium auditus informans, instinctu naturali Creatorem imitetur, delectu & approbatione proportionum in vocibus earundem, quæ Deo placuerunt in attemperatione motuum cœlestium. Quia verò difficile est, Proportionum Harmonicarum differentias, Genera, Modosq; abstrahere mente à vocibus & sonis Musicalibus; cùm non alia nobis suppetant vocabula, rebus explicandis necessaria, quàm Musica: ideò conjungendus nobis erit in hoc libro locus tertius cum quinto & ultimo, dicendumq; non tantum de Proportionibus Harmonicis abstractis, sed etiam præoccupandum hoc humanum creationis imitamentum in cantu; Creationis verò cœlorum opus, proper sublimitatem & incredibilitatem differendum in locum ultimum, ordine illo, qui in titulo libri præscriptus est. Et hæc de ordine dicendorum.

Pythagorica philosophia devi numerorũ.

Jam ut contraria inter se opposita magis elucescant, lubet disputationem de cantu humano auspicarj à commemoratione eorum, quæ veteres super ortu consonantiarum sunt commentj.

Nimirum sicut est comparatum in rebus omnibus humanis; ut quæ Naturâ nobis sunt tributa; in ijs usus cognitionem causarum antevertat: sic etiam circa Cantum generi humano usu venit, ut inde ab ortu suo, modulis & intervallis vocum sine speculatione aut cognitione causarum uteretur ijsdem, quibus utimur hodie vulgò, in ducan-

decantatione Melodiarum, non tantum in Templis & choris Musicorum, sed passim sine exercitatione artis, etiam in compitis & agris.

Apparet hæc antiquitas Cantus ex libro primo Geneseos. Magnam enim oportuit esse delectationem ex Cantu vocis humanæ (cùm vero delectationem dico, intervalla dico Harmonica & Concinna) quæ jam octavum ab Adamo Iubalem permovit, ut Cantus hominum brutis instrumentis imitari disceret, doceretque. Nisi fallor, Iubal hic Apollo est, levi mutatione literarum, qui fratrem Iabelem pecuariæ authorem, fistulaq; agresti gaudentem (Pana Deum à Græcis creditum) Cytharæ repertæ claro tinnitu superavit, materiam chordarum à Tubal-caino fratre, qui nobis ex nominis allusione Vulcanus esto, mutuatus.

Vtcunq; tamen antiqua sit Cantus humani forma, ex intervallis consonis vel concinnis composita: causæ tamen intervallorum latuerunt homines; adeò ut ante Pythagoram ne quærerentur quidem; & quæsitas per duo millia annorum, primus ego, nisi fallor, exactissimè proferam.

Primus quidem fertur Pythagoras, cùm apud officinam ferrariam transiret, sonosq; malleorum harmonicè contemperatos animadvertisset, deprehendisse differentiam sonorum esse ex magnitudine malleorum, ut magni graves sonos ederent, parvi acutos. Cùm autem inter magnitudines spectetur propriè proportio: mensus malleos, proportiones facilè animadvertit, quibus harmonica vocum intervalla constituerentur, & quibus dissona; quibus Concinna, & quibus Inconcinna. Statim enim à malleis ad chordarum transivit longitudines; ubi aures exactiùs indicant, quæ partes chordæ cum totâ consonent, quæ ab illâ dissonent.

Proportionibus certis repertis, ut τὸ ὅτι, supererat, ut etiam causæ, seu τὸ διότι, indagarentur, cur hæ proportiones concinna, suavia, consonaq; intervalla vocum definirent, aliæ proportiones dissona, abhorrentia ab auribus, insueta. Et itum fuit per annos bis mille in hanc sententiam, causas petendas à proprietatibus ipsarum proportionum, ut illæ continentur sub terminis quantitatis discretæ, scilicet Numerorum. Viderunt enim Pythagorei, perfectas constitui harmonias, si chordæ æquè tensæ proportionem habeant inter se longitudinis duplam, & si triplam, & si quadruplam, inter numeros 1. 2. & 1. 3. & 1. 4. Quæ proportiones dicuntur in Arithmetica, Multiplices. Rursùm paulò imperfectiores esse consonantias chordarum, quæ faciunt proportionem sesquialteram, Hemioliam; & sesquitertiam, Epitriton; sc. inter numeros 2. 3. & 3. 4. quæ duæ proportiones conjunctæ, faciunt proportionem duplam, inter numeros 2. 4. vel 1. 2. minor verò, inter 3. 4. ablata à majori 2. 3. relinquebat sesquioctavam, inter 8. 9. Et tantum deprehenderunt esse in-

tervallum Toni, usitatissimum in omni cantu. Atqui numerus 8. est cubus de 2. & numerus 9. est quadratum de 3. Iam igitur hi erant in promptu numeri 1. 2. 3. 4. 8. 9. Cùm autem eadem unitas sit & quadratum suum, & cubus; Binarius verò quadratum suum haberet 4. & cubum 8. Ternario etiam præter quadratum 9. adjunxerunt cubū suum 27. quòd existimarent, ad cubos usq; progrediendum esse, propterea, quòd Mundus totus & vocalia omnia, non superficiebus constarent inanibus, sed solidis corporibus. Deniq; ex hoc initio tanta coaluit opinio Numerorum horum, propterea quod essent Primi, eorumq; quadrati & cubi; ut Pythagorei totam Philosophiam ex ijs censuerint concinnandam. Nam unitas repræsentabat ipsis Ideam & Mentem & Formam, quia ut unitas individua est, eademq; manet & quadratè multiplicata & cubicè; sic ideæ quoq; indivisibiles & universales essent & semper Idem. Itaq; unitatem fecerunt symbolum Naturæ Identitatis, Numeros verò cæteros, symbola Naturæ Alteritatis. Binarius igitur alteritatem signabat & Materiam, quia divisionem ille admittit, ut & ista; & ut ille quadratè multiplicatus fit 4. cubicè 8. qui sunt numeri distincti à 2; sic materia instabilis & multiformis esse potest. Aliter, Binarius etiam animam signabat, quòd cùm Mens immobilis sit, aut motu uniformi sc. circulari gaudeat: Anima contrà multiplices motus à corpore excipiat, adq; motus rectilineos, qui sunt in sextuplici differentia, magis familiariter se habeat. Deniq; Ternarius notabat illis corpus, compositum ex forma & Materia, sicut 3. compositus est ex 2. & 1. & quia corpora mundana tot habent dimensiones, quot Ternarius unitates.

1.
2. 3.
4. 6. 9.
8. 12. 18. 27.

Anima Pythagoreis est Numerus & Harmonia.

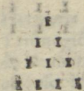
Neq; tantum Symbola erant Numeri, trium principiorum, sed jam ipsa Anima componebatur ipsis ex hisce numeris, eorumq; proportionibus omnibus, & subdivisionibus proportionum in sesquialteras, sesquitertias & sesquioctavas: ut Anima, vinculum Mentis & Corporis, esset in sua essentia nihil nisi Harmonia, exq; harmonijs composita. Ad hoc dogma duxit illos procul dubio, consideratio ista, quòd Anima humana delectetur tantopere vocibus, quæ aliquas proportiones harmonicas magnitudine sua formant & continent.

Excursus de Tetracty Pythagorico.

Ex principiis paulo antea expositis videtur eruendus esse ille Tetractys, fons perennis Animæ humanæ, per quem Pythagorei jurabant; meâ opinione sic, quod inter trium cuborum 1. 8. & 27. binos, verbi causa inter 1. & 8. duo medij proportionales sunt. 2. & 4. Itaq; numeri quatuor 1. 2. 4. 8. quorum summa 15, vel 1. 3, 9. 27. quorum summa 40. faciunt illum Tetractyn. Duos autem proportionales habent bini cubici, sicut bini plani unum proportionalem, ut notum ex geometricis.

Vel

Vel fuerit Tetractys iste 1. 2. 3. 4. 1. illud principium Numerorum; 2. Numerorũ & Parium primus; 3. compositorum & Imparium primus; ducto jam 1. in 3. fit rectangulum 3. ut ex impari: ducto verò 2. in seipsum, fit quadratum 4. ut ex pari, cujus etiam in factura longitudinem & latitudinem decet esse pares, sicut in illius rectangulo inæquales. Summa igitur ex 1. 2. 3. 4. est 10. & anima humana solet ad 10. numerare. Et sicut sunt 4. Numeri, totidem sc. quot erant in quarto unitatas: sic etiam per eos, quatuor species harmoniarum existunt: inter 1. 2. Diapason, ut & inter 2. 4. & inter 1. 4. Disdiapason, quæ sunt pro una; inter 1. 3. Diapason Epidiapente, quã habebant pro maxima systematis Harmoniã, estq; hic secunda; tertia inter 2. 3. Diapente; & quarta inter 3. 4. Diatessaron. Nec plures agnoscebant ipsi Harmonias.



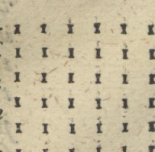
Hæc ex mea mente. At de eodem Tetracty paulò aliter Ioachimus Camerarius, nec paulò rectiùs; nisi ipsum fefellit multiplex lectio veterum authorum: qui, in Græcis commentarijs ad aurea Pythagoræ Carmina, sic scribit. *Primùm illi singulariter Denarium Numeri vocabulo designarunt. Quo sensu Plato in Phædone dixit; quòd Numeri semissis universus sit impar. Describantur enim duo numerorum ordines ab unitate ad denarium alternis; erit unus ordo Imparium alter Parium, in hunc modum 1. 3. 5. 7. 9. (Summa 25. impar, quadratus quinarij. quot sc. erant impares.)*
2. 4. 6. 8. 10.

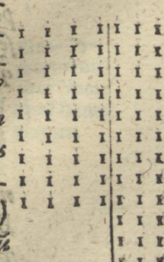
Vel omissa unitate, ut principio, & Denario ut singulariter dicto Numero, sic 2. 4. 6. 8.
3. 5. 7. 9. (Summa 24. par.)

Hoc illud ænigma; Imparia esse Paria. Singuli enim ex 3. 5. 7. 9. sunt impares, at omnes sunt pari numero quatuor (Et Summa 24. par.)



Igitur Denarius peculariter Numerus à Pythagoreis dictus, habet hoc proprium, quod colligitur ex unitate, ejusq; continuis multiplicibus usq; ad quaternarium. Fit enim Triangulum numerale æquilaterum, cujus basis est Quaternarius; vertex, unitas. Ex eo Pythagorici numerum omnem appellaverunt Tetractyn. Duplicatis enim primæ Tetractyis lateribus, fit altera Tetractys Pythagorica, Numeri 36. celebratissima & undiquaq; utilissima penes ipsos, Trigonus sc. numericus, cujus basis est Octonarius. Itaq; in multis demonstrationibus usi sunt numero 36. maximè in Harmonicis. Nam in figurarum hujus Numerj dispositionibus inveniuntur hi numerj 12. 9. 8. 6. quibus numeris omnes Harmonicas Consonantias secundùm proportiones Intervallorum comprehensas esse demonstrarunt. Est enim Numerus 36. quadratus, ejusq; latus 6. Est Trigonicus, cujus latus 8. est Oblongus Rectangulus, cujus longitudo 9. & altera ejus longitudo 12. (Novem enim quater, & duodecim ter faciunt utrinq; 36.) Deniq; conjectis his 6. 8. 9. 12. in unam summam, existit Numerus 35. Harmonia dictus à Pythagoricis: cuj unitas addita rursum absolvit Numerum 36. Amplius numerorum qui ex antecedentibus ordine naturali sunt collecti (id est ex trigonicis 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28.) 36. primus (& solus intra 1225) est quadrat9, habetq; latus 6. primum perfectũ





 (compo-

(compositum scilicet ex omnibus suis partibus aliquotis 3. 2. & 1.) Idem etiam conficitur multiplicatione duorum primorum quadratorum 4. & 9. Idem colligitur & componitur ex duobus primis cubis 8. & 27. cum vnitate cubica. Propter vsum tam multiplicem hujus Speculationis, Tetractys ista à Pythagoreis consideratione & admiratione digna fuit habita inter primas; itaq; transsumserunt illam ad Physica, maximeq; ad contemplationem Animæ, nec minus ad Ethica, & admiscuerunt Theologica aliqua. Nam vt Epiphanius ex Irenæo contra Valentinianos ostendit, juramentum fecerunt Tetractyn: intelligebant autem per illa quatuor, Fundum, Silentium, Mentem, Veritatem. Etsi in Carminibus aureis, juramenti formula non est Tetractys ipsa, sed ille qui per Tetractyn exhibuit Animæ perennitatem Essentiæ. Animalem quidem Tetractyn Plutarchus physicè explicavit; vt sit Sensus, Opinio, Scientia, Mens; addiditq; versum

Fontem, Naturæ quo turget vena perennis.

Mundanam verò Tetractyn licet accuratius in hunc modum intueri: quòd ab vnitate, per Ternariam rationem productâ, vnitate ad implendum intervallum in medium assumpta, Quaternariisq; circùm veluti lineis rectis septa, sic tandem Tetractys ista Denarium efficiat: cùm ipsa sit hoc pacto tertius Trigonorum in genesi: (Nam post vnitatem, primus trigonus est 3. cujus basis 2. secundus 6. cujus basis 3. quorum exteriores ternas lineas si duxeris per puncta illic duo, hic tria, Trigonum adumbrantia, relinquitur in medio nihil; Tertius vero Trigonus 10. basi 4. si loco punctorum quaternorum, lineas singulas acceperit, exterius circumeuntes: relinquetur in medio punctum unum, quod ad nullam figurantium linearum pertinet; sed interius spacium, veluti cor aut nucleum, adumbrat.) Hac de causa Pythagorej Decadem

Omnicapam Matrem, quæ sepiat omnia circùm,
Cedere nesciam & Indomitam castamq; vocarunt

vt ait Proclus. Atq; ipsa decem vnitatum consummatio, sc. denarius ex hac Tetracty collectus, continere & absolvere, seu consummare exornationem totius vniversi, traditus est à Pythagoreis, quos & Plato sequitur. Nam 1. vniversitas facta est corporea & sensilis, 2. continet omnia quæ sunt in ipsa, indissolubiliter, per vinculum Analogiæ seu commensus. 3. Tota est, quippe ex totis Elementis. 4. Rotundum ejus corpus est. 5. Ipsa est quæ in seipsa patitur, & à seipsa, passiones omnes. 6. Movetur in circulum. 7. Animatum ejus corpus est. 8. Temporis effectrix est per revolutiones astrorum. 9. Habet sacra certa sidera; in Deorum numerum relata, quæ Annum magnum, vt perfectum, conficiunt. 10. Undiquaq; perfecta est vniversitas rerum, habens in se animalia omnia, quatuor formis assimilata (astra cœlo, aves äerj, pisces aquæ, quadrupedes terræ.) Hoc pacto ab vnitate, (vt Pythagorej,
Munadis ex antro) *progressio est vsq; ad Quatuor, (vt illi*
donec veniatur ad ipsam
Tetrada divinam) *sicq; denarium parit, matrem omnium vti diximus. Est autem vnitatis progressus hujusmodi. Unus enim est Mundus. Binarius signat primam in eo comprehensam multiplicitatem. Ternarius, vinculum & Nodum, coaptationi rerum necessarium: Nam vt duæ solæ res coeant in unum, seorsim à Tertio, non est possibile.* Quater

Quaternarius, est numerus Elementorum definitor & recensitor. Mundus enim est corpus solidum; solida verò duo, duabus semper medietatibus indigent, vt in continua proportione congruant. Horum verò (sc. 1. 2. 3. & 4.) summa est denarius, de quo hactenus. Hic enim ornatus est vniversitatis, hæc dos, qua dotavit illam factor ejus. Hactenus Camerarius ex veteribus; quibus pleraq; consentientia inculcat Hermes Trismegistus (quisquis ille fuit) filio suo Tatio: cujus hæc verba, *Vnitas secundùm rationem Denarium complectitur, rursumq; Denarius vnitatem.* Deinde concupiscibilem Animæ facultatem componit ex 12. vltoribus, seu vitijs Ethicis, ad numerum signorum Zodiaci, cuj Corpus & hanc ad corpꝰ vergentem Animæ potentiam subjicit: Rationalem verò facultatem Animæ ex Denario & ipse componit Virtutum Ethicarum. Sic quod Pythagoræj celebrant Tetractyn fontem Animarum, & Camerarius plures ait fuisse Tetractyas, non illam solum, quæ à quaternarij basi surgit ad summam 10. sed etiam aliam præcipuam, quæ ab Ogdoadis basi ad verticem usq; colligit summam 36: idem & Tatius hic ex doctrina patris Hermetis innuit, dum tempus ait fuisse, cùm ipse adhûc esset in Ogdoade, Octonario: Filium verò Pater ad Pimandrum remittit, de Octonario canentem; in quo sanè occurrit Octonarius habituum Animæ Ethicorum, septem quidem respondentium planetis septem, ut apparet, initio a Luna facto; octavi verò divinioris & quietioris, ad sphæræ puto fixarum ideam. Omnia etiam geruntur per Harmonias; plurima inculcatio *Silentij*, plurima *Mentis*, *Veritatisq;* mentio; proponitur & Antrum, Fundus, Penetrale, Crater Animarum, & cætera multa: ut dubium nullum esse possit, quin aut Pythagoras Hermetiset, aut Hermes Pythagoriset. Accedit enim & hoc, quod Hermes Theologiã quandam tradit, cultumq; divini numinis; sæpe Mosis, sæpe Evangelistæ Ioannis in suo sensu paraphrastes, præsertim de Regeneratione; cæremoniasq; discipulo certas inculcat; cùm idem de Pythagoræis affirment authores, partem eorum Theologiæ varijsq; cæremonijs & superstitionibꝰ deditam fuisse; & Proclus Pythagoricus Theologiam in Numerorum contemplatione collocet.

Hermetis Trismegisti de Numeris philosophia

Ioan. 3.

Hæc per digressionem: redeamus nunc ad Pythagoricam Harmonicarum proportionum demonstrationem.

Huic enim philosophandj formæ per Numeros, tantopere fuerunt dediti Pythagoræj; ut jam ne aurium quidem judicio starent, quarum tamen indicijs ad Philosophiam hanc initio perventum erat: sed quid Concinnum esset, quid inconcinnum; quid Consonum, quid dissonum, ex solis suis Numeris definirent, vim facientes instinctui naturali auditus. Stetitq; tyrannis ista Harmonica usq; ad Ptolemæum; qui primus ante annos mille quingentos, sensum auditus contra Philosophiam Pythagoricam asseruit, recepitq; inter concinna, non tantum suprà dictas proportiones, & sesquioctavam pro Tono, sed admisit etiam sesquinonam pro Tono minorj, & sesquiquindecimam

Error Pythagoræorũ circa Numerum Harmoniarum.

mam pro ſemitonio; nec tantum ſuperparticulares alias addidit ab auribus probatas, ut ſeſquiquartam ſeſquiquintam; ſed etiam ex ſuperpartientibus adſcivit aliquas; ut inter 3. 5. & inter 5. 8. & alias.

Error Ptolemæi circa Numerum Harmoniarum & Concinnorum.

Hoc pacto Ptolemæus ſpeculationem Pythagoricam de ortu proportionum harmonicarum ut impingentem emendavit quidem, at non omnino ut falſam, ſuſtulit: quiq; aurium judicium ſuæ dignitati reſtituit verbis & dogmate; idem tamen rurſum deſeruit, inhærens & ipſe contemplationi numerorum abſtractorum. Cauſa enim numeri ſingularumq; proportionum harmonicarum, ne ſic qdem eſt adæquata ſuo effectui; ſed in definiendis Conſonantiis deficit, in Concinnis aliis excedit: Negat Ptolemæus etiamnum, Tertias Sextaſq;, minorem & majorem (quæ continentur his proportionibus 4. 5. & 5. 6. & 3. 5. & 5. 8.) eſſe conſonas, quod affirmant omnes hodierni Muſici benè auriti; recipit viciſſim proportiones 6. 7. & 7. 8. aliaſq; inter Concinna Muſica intervalla, ſic, ut Cantu procedente ab VT in FA, ſtatuatur aliqua vox media inter RE & MI, in proportione, qua 7. medius eſt inter 6. & 8. quæ notationis cauſa ſit RI, & jam cani poſſit VT. RI. FA. ſicut cani poteſt, VT. RE. MI. FA. quod eſt ab omnium hominum auribus & uſu canendi abhorrẽtiſſimum; utcunq; chordæ ſic attemperari poſſint; qppe quæ, cùm ſint inanimæ, iudicium ſuum non interponunt, ſed manum inepti ſpeculatoris, nullatenus repugnantes, ſequuntur.

Error ejuſdem in non cauſa, ut cauſa.

Prætereà, ſi maximè æquales eſſent latitudine, & illa cauſa, ex Numeris abſtractis petita, & hic effectus, Conſonantiæ: poſſetq; non abſurdè videri archetypalis cauſa, teſtans de eo, quod Pater rerum, Mens æterna, Numeros illos contemplata, Ideam inde deſumpſerit vocum intervallorumq;; quæ, ut Animis humanis placerent, conformatione Animorum procurandum ipſi fuerit: nondum tamen res adeò eſſet liquida, cur hi numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. ad intervalla Muſica concurrant, at 7. 11. 13. & ſimiles non concurrant; nec huius rei cauſam ex ſeipſis exhiberent numeri ut numeri. Nam cauſa illa de Ternario principiorum, & familiâ quadratorum & cuborum inde deductâ, cauſa eſt nulla; cùm quinarius ab illa exulet, qui ſibi inter Muſicorum intervallorum Ortum ius civitatis eripi non patitur.

Sed nec hoc ſatisfacit ſpeculatori, quòd ſcit, Numeros 1. 2. 3. eſſe ſymbola Principiorum, quibus res Naturales conſtant. Intervallum enim, res eſt non naturalis, ſed Geometrica; niſi igitur hi numeri aliud aliquid numerent, quod magis cognatum ſit intervallis, nullam fidem philoſophus adhibere poterit huic cauſæ, ſed eam, ut non cauſam, ſuſpectam habebit.

His igitur de cauſis ego ab annis viginti in hoc elaborandum mihi cenſui, ut hanc Mathematices Phyſiceſq; partem illuſtriorem redderem, inventis cauſis talibus, quæ ex una parte & judicio aurium

um satisfacerent, in constituendo Consonantiarum, cæterorumque Concinnorum Numero; necultra id quod aures ferunt excurrerent; ex altera verò parte clarum & apertum discrimen statuerent inter Numeros, qui formant intervalla Musica, interq; alienos ab hoc negocio: quæ deniq; respectu tam Archetypi, quàm Mentis, quæ archetypo utitur ad conformandas illi res, cognationem cum intervallis haberent, eòq; verisimilitudine clarissima niterentur. Cùm enim intervallorum Consonorum termini, sint quantitates continuæ; causas quoq; quæ illa segregant à Dissonis, oportet ex familia peti continuarum quantitatum, non ex Numeris abstractis, ut quantitate discretâ: & cùm Mens sit, quæ Animos humanos sic conformavit, ut hoc intervallo delectarentur (quæ est genuina definitio cōsoni & dissoni) differentias quoq; unius ab altero, & causas, quibus hæc intervalla fiunt harmonica, mentalem & intellectualem essentiam habere oportet: nimirum hanc, quod termini consonorum intervallorum propriè scibiles sunt; dissonorum, aut impropriè scibiles, aut inscibiles. Nam si scibiles illi; in Mentem igitur venire, & ad conformandum archetypum adsciscì possunt: sin autem inscibiles (eo sensu, qui libro primo explicatus est.) manserunt igitur foris extra Mentem Opificis æterni, nec ullatenus ad Archetypū concurrerunt. Sed de his jam plura, ubi doctrinam hanc ipsam per sua capita tradiderimus: quam incipiamus cum Deo; de Cantu quidem ubiq; sermonem habentes, id est de intervallis harmonicis non abstractis, sed cum sono concretis: mentis verò eruditis auribus ubiq; abstracta à sonis intervalla subaudiemus; utpote, quæ non tantum in sonis inq; Cantu humano, sed etiam in alijs rebus sono carentibus, suam pariunt gratiam: ut quarto & quinto libris audiemus.

CAPITA LIBRI III.

CAPUT I.
De causis consonantiarum.

DEFINITIO.

CVm veteres usi sint his vocibus, Μονόφωνον Ἀντίφωνον, Ὁμόφωνον, Διάφωνον, Σύμφωνον, Ἀσύμφωνον, Nobis Dissonum idem sonabit, quod Ἀσύμφωνον, Consonum idem quod Σύμφωνον, cujus sunt differentiæ, Identicum, quod pro Ὁμοφώνῳ usurpabimus; & non Identicum, quod pro Διαφώνῳ. Et Identici erunt duæ species, vnisonum, & Identicum ex opposito.

DEFINITIO.

In Geometria differunt vocabula Pars & Partes, Pars enim dicitur, cujus est Totum secundùm certam proportionem Multiplex, puta duplum, triplum, quadruplum; Partes verò, quando non solum & unicũ Totum, sed aliqua Totorum multitudo fuerit illarum Multiplex. Ut, una septima, dicitur Pars, quia totus circulus, est septuplum hujus partis: at tres septimæ dicuntur non Pars sed Partes, quia summa trium circulorum, est septuplum hujus arcus.

Hic verò nos hac distinctione non utemur; sed Partem dicemus tam unam quàm alteram dictarum portionum; hoc est, omnis portio longitudine effabilis, dicetur nobis Pars; cum hac tamen restrictione, sit fuerit non major semicirculo.

Residuum verò illud dicetur, quod ablatâ portione effabili à Toto, remanet, non minus existens semicirculo.

Valde necessaria est distinctio Residui à Parte, quia potest esse Pars consona, ejusq; Residuum dissonum, vt videbimus.

DEFINITIO.

Chorda hîc sumitur non pro subtensâ arcui circuli, ut in Geometria, sed pro omni longitudine, quæ apta est ad sonum edendum; & quia sonus per motum elicitur; in abstracto chorda intelligenda est de longitudine motus cujuscunq;, vel de quacunq; alia longitudine, etiam mente conceptâ.

AXIO-

AXIOMA I.

Diameter circuli, & latera figurarum Radicalium lib. I. explicatarum, quæ propriam habent demonstrationem, determinant partem circuli, consonantem cum toto circulo.

Quomodo circulus tendi possit, ut sonitum edat, & quomodo affigendus cavo corpori, ut resonantia existat, vel ab uno signo, ut totus sonet, vel à duobus, ut partes; id longum hic erit explicare; sic tamen exordiendum fuit, quia non tantùm de cantu agitur, qui est harmonia cum sonis concreta, sed etiam subintelligi debet intervallum abstractum à sonis. Quod cantum attinet, sufficit chordam in rectum extensam sic dividi posse, ut dividitur, cùm est in circulum contorta, à latere figuræ inscriptilis.

Corollarium.

Consonantiæ infinitæ sunt, quia figuræ demonstrabiles infinitæ. *Nondum autem est tempus dicendi de concordantiarum delectu, qui sese non profert valde porrò. Pythagorei hic in numeris suis, ut causis, quæsiverunt metas magnitudinis intervallorum consonorum, quas solus humanus auditus illis figit, qui non est infinitæ potentiæ. Est igitur illa coarctatio numeri concordantiarum Harmonicis intervallis abstractis tantùm accidentaria, non verò causalis. Ipsi etiam hodierni Musici metas Pythagoricas egrediuntur; ut de Harmoniis cœlestibus jam taceam.*

AXIOMA II.

Quo gradu lateris demonstratio distat a primo; eodem gradu & partis circuli, per latus rescissæ, consonantia cum toto circulo, recedit ab unisoni consonantia perfectissima: seu quæ sors est figuræ, cujus est latus, inter figuras cæteras; eadem sors est consonantiæ illius, inter cæteras.

Hoc axioma inferius usurpabitur ad delectum concordantiarum habendum, causâ suavitatis.

AXIOMA III.

Latera Figurarum Regularium Stellarumq; indemonstrabilia, determinant partem circuli, dissonantem à toto circulo; sic etiam latus figuræ demonstrabile quidem, sed non per se, nec demonstratione propria. Vel pro defectu demonstrationis propriæ, accerse ex Lib. II. defectum congruentiæ: utroq; modo excluditur Quindecangulum.

Hoc axioma absolvet integritatem causæ concordantiarum, quam ego substituo, repudiatis Pythagoreorum numeris abstractis.

Corollarium.

Dissonant igitur hæ partes									à Toto	
1.	2.	3.	-	-	-	-	-	-	7	
1.	2.	-	4.	-	-	-	-	-	9	
1.	2.	3.	4.	5.	-	-	-	-	11	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	-	-	-	13	
1.	-	3.	-	5.	-	-	-	-	14	
1.	2.	-	4.	-	-	7.	-	-	15	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	-	17	
1.	-	-	-	5.	-	7.	-	-	18	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	19	*Et sic in infinitum.*

AXIOMA IV.

Figuræ, quæ cognatas habent demonstrationes laterum, pariunt etiam cognatas Harmonias.

Per hoc axioma probabitur origo & causa Proportionum Harmonicarum ex superfluo.

AXIOMA V.

Chordæ vel arcus circuli, tensionis æqualis, habentes inter se, causâ longitudinis, eandem proportionem, quæ est inter Partem vel Residuum circuli & Totum circulum; Consonantiam etiam vel dissonantiam habent eandem, licet inter alios terminos vel sonos illa contineatur.

In abstracto sic intelligatur, quòd circulus cum parte sua, constituat proportiones certas Harmonicas; quæ in quibuscunq; inveniantur terminis alijs, seu sonis, seu motibus mutis, semper sint HARMONICÆ,

Additur autem hoc Axioma ideò, quia non omnes Proportiones Harmonicæ immediatè ex ipso circulo oriuntur, primâ statim ejus sectione per figuram Regularem, sed accedunt aliquæ ex se prioribus propagatæ, usq; ad certam Metam: ut in propositionibus videbimus.

Usus Axiomatis est in Propos: VII. VIII.

AXIOMA VI.

Cùm duæ Chordæ sonos ediderint Identicos, vox

tertia, consonans earum uni, consonabit & alteri; dissonans verò ab unâ, dissonabit & ab altera, qualibuscunq; diversis etiam consonantijs vel dissonantijs.

Nota in subjecto poni speciem Identisoni, in Prædicato Genus Consonj; vt hæc duo intelligamus; Primò, Non sequi, Duæ consonant qualitercunq;, ergò & tertia consonat utriq;, vel dissonat ab vtraq;. Hoc enim est falsum de Genere, verum verò de specie Identisonorum: deinde, nec hoc sequitur, Si tertia consonat vni Identisonorum aliquâ certâ consonantia, consonabit & alteri eâdem specie consonantiæ; hoc enim non semper verum esset, quod declarabo exemplo, licet ex anticipato. Sint duæ voces, facientes diapasõ G *&* g; *sit tertia* d, *illa facit cum* G *diapente; ergo etiam cum* g *consonat, at non per Diapente, sed per diatessaron.*

Usus autem præcipuus hujus axiomatis est Prop. IV.

AXIOMA VII.

Cum duæ Chordæ vel Voces ediderint sonos Identicos, vox tertia existens cum illarum unâ Identisona, etiam cum illarum alterâ Identicè consonabit.

Quod in priori axiomate generaliter non potuit affirmari, id jam in specie verum est de Identisonantia.

Usus est in Prop. III.

De his igitur Axiomatibus, præsertim de quinq; prioribus, speculatio est sublimis, Platonica, Fideiq; Christianæ analoga, ad Metaphysicam, adq; doctrinam de Anima spectans. Geometria enim, cujus partem hûc spectantem libri duo priores sunt complexi, Deo coæterna, inq; Mente divina relucens, exempla Deo suppeditavit, ut in hujus libri præambulo dictum, exornandi Mundi, ut is fieret Optimus & Pulcherimus, deniq; Creatoris similimus. Dei verò Creatoris imagines sunt, quotquot Spiritus, Animæ, Mentes, suis singulæ corporibus sunt præfectæ, ut illa gubernarent, moverent, augerent, conservarent, adeòq; & propagarent.

Causa Harmoniarum Metaphysica.

Cùm igitur typum quendam Creationis sint complexæ suis munijs: leges etiam cum Creatore easdem observant operis, ex geometriâ desumptas: gaudentq; proportionibus ijsdem, quibus Deus est usus, ubicunq; illas invenerint, sive nudâ speculatione, sive interpositis sensibus, in rebus sensui subjectis; sive etiam sine discursu Mentis, per occultum & concreatum instinctum: sive Deus ipse proportiones hasce in corporibus & motibus expresserit invariabiliter; sive quadam Geometricâ necessitate materiæ in infinitum dividuæ, motuumq; per materiæ quantitatem, inter infinitas proportiones non harmonicas, occurrerint etiam harmonicæ istæ suis temporibus, & sic non in ESSE sed in FIERI consistant. Nec tantum gaudent Mentes,

Dei imagines, proportionibus ijs: sed utuntur etiam ijsdem pro legibus ad peragenda sua munia proportionesq, easdem in motibus suorum corporum, quâ licet, exprimendas. Exempla luculenta duo proferent libri sequentes, unum ipsius dei Creatoris, qui proportionibus harmonicis dispertitus est motus cœlorum; alterum Animæ illius, quam Naturam sublunarem dicere solemus, cientis Meteora ad præscriptum proportionum, quæ occurrunt in Radiationibus Astrorum. Tertium igitur & hujus libri proprium exemplum esto Animæ humanæ, adeòq; & pecudum quadamtenus. Illæ enim perceptis proportionibus Vocum harmonicis gaudent, non harmonicis tristantur; à quibus Animæ affectibus illæ (Harmonicæ) Consonantiæ indigetantur, hæ (non harmonicæ) Dissonantiæ. Quod si accesserit etiam altera proportio harmonica, vocum sonorumq; lõgorum & brevium, causâ temporis; tunc illæ corpora sua saltationibus, linguas pronunciationibus ad easdem leges movent: huc opifices Malleorum ictus, huc milites gressum accom̃odant; vivunt omnia, durantibus Harmonijs, torpescunt ijsdem disturbatis.

Hæc & similia, Consilij sint, Instinctus ve, hoc est Mentis opus: an etiam Naturæ Elementorum, Materiæq; necessitate fiat, ut temperies sensibus commoda nulla possit esse; nisi quæ constet proportionibus figurarum harmonicis; id variè disputatum fuit à philosophis: quærentibus omnibus, unde existat illa suavitas, quæ auribus allabitur ex proportione vocum, quâ suavitate Consonantias definimus. Qui ad Materiam & Motum Elementorum inclinant, exemplum afferunt hoc, per se quidem sanè quàm mirabile, quòd Chorda pulsata chordam aliam non pulsatam secum in sonitum trahit, si tensa fuerit sibi consonè, dissonè tensam immotam relinquit. Hoc cùm non possit ullius Mentis ministerio fieri, quia sonus, hoc causatus, Mentem aut intellectum non habet; sequitur ut id contemperatione motuum fieri dicamus. Sonus enim Chordæ, habet acumen vel gravitatem, à celeritate vel tarditate vibrationis, qua tota chordæ longitudo libera vibratur; nec insunt hæ sonorum differentiæ primò & immediatè in ipsa longitudine vel brevitate; sed secundariò, quia scilicet cum longitudine diminutâ tarditas vibrationis diminuitur, celeritas augetur. Inde est, quòd manente eâdem chordæ longitudine liberâ, tensio ipsa sonum acuit, quia minus laxam chordam relinquens, diminuit etiam spacium, per quod illa reciproco motu vibrari possit.

Experimentum mirabile in chordis.

Cùm igitur duarum chordarum fuerit eadem tensio, sic ut unisonum reddere possint, tunc sonus unius, id est species immateriata corporis chordæ, constitutæ in vibratione, delapsa à sua chorda, ferit chordam alteram; sicut si quis boatum edat versus Chelyn, aut aliud cavum; eo boatu percutit id cavum, facitq; resonare chordas ejus omnes: ferit autem illa vibrationis species chordam alteram eodem rhythmo celeritatis, quo movetur & hæc, quia æquè tensa; ut ita singuli ictus (in quos vibratio divisa esse intelligitur) in singulas per-

cussæ alterius chordæ cessiunculas perpetuò incidant; ita fit ut omnium maximè moveatur illa chorda, quæ ad unisonum est tensa cum primâ: movetur verò & illa chorda, quæ duplæ est aut subduplæ celeritatis, quia duo vibrationis ictus in unâ chordæ cessiunculâ absolvuntur, & sic semper ictus à priori tertius quisq;, congruit in unius cessiunculæ extremum; movetur deniq; & illa chorda non nihil, quæ est sesquialteræ celeritatis, quia tres ictiunculæ fiunt in duabus hujus cessiunculis: sed jam incipiunt invicem obviare crebriùs illi ictus & hæ cessiunculæ, seq; mutuò impedire; dum duo illius ictus à fine cessiunculę hnjus aberrant, unus solus incidit congruè: quo occursu motus chordarum cæterarum sistitur, non secus ac si quis digitum vibratæ admovisset. Hæc mihi videtur causa mirabilis hujus experimenti: qui me fœlicior est indagine mentis, ei palmam dabo.

Quid igitur? si celeritas chordæ unius valet ad motum chordę alterius proportionatæ, quæ, quoad visum, manet intacta: an non eædem celeritates duarum chordarum inter se, valebunt ad titillationem auditus suavem, propterea, quòd is quodammodo uniformiter ab utraq; chordâ movetur, duoq; ictus à duobus sonis seu vibrationibus in idem momentum competunt? Nequaquàm verò, inqm ego, ita facilè transigitur cum hac re; miror q; Porphyrio commentatori super Harmonica Ptolemæi, tale quid circa hujus rei causam satis facere potuisse; cùm profundissimæ indaginis philosophus sit. Nisi quod verisimile, difficultate perquirendæ causæ cohibitum fuisse, quo minus quantum vellet, penetraret; satiusq; putavisse, aliquid prodere, quàm penitus tacere, quod turpe Philosopho esse dictitant. Nam quæ quæso proportio titillationis auditus, rei corporeæ, ad incredibilem illam voluptatem, quam ex harmonicis Consonantijs intus in animo penitissimè percipimus. Nonne si qua voluptas est ex titillatione, de ea voluptate primas tenet membrum, quod titillationem sustinet? Sic enim definiendus mihi visus est sensus omnis, in Dioptricis, quòd ea demum sit absoluta sensio, voluptatem aut dolorem pariens, cùm species Membri sensioni destinati, ut id est affectum ab externa re, venit introrsum ad sensus communis tribunal, commeatu spirituum. Iam verò in auditione consonantium vocum vel sonorum, quę quæso partes voluptatis in auribus hærent? Nonne dolemus interdum ab auribus, dum inhiamus huic auditioni, & manum opponimus clangoribus nimijs, nihilo tamen minus pergimus ad percipiendas consonantias, & cor nobis subsultat? Adde quòd hæc ratio à motu deducta, potissima est in vnisono: suavitas verò non præcipua in vnisono, sed in alijs Consonantijs, earumq; compositione. Multa possent afferri ad destruendam hanc allatam rationem suavitatis ex Consonantijs; quæ mitto in præsens curiosiùs conscribere: Illud unicum inculco, quod jam supra tactum à me, possit esse loco omnium, quòd Opera Motusq; corporum, æmuli proportionum harmonicarum, ab Animæ, Mentisq; partibus stent, ijs causam assignantes, cur Consonantiæ delectent. Nec abhorret authoritas veterum

Qualis causa voluptatis ex concentibus?

Quid sensus?

Causam suavitatis Harmoniarum ex Mentis approbatione petendam.

Veterum; qui Animam nunc Motum, nunc Harmoniam definientes, non tam absurdè locuti sunt, quàm ineptè excepti: cùm in rebus difficilibus, Mystici plerumq; sensus lateant, sub verborum cortices reconditi. Timæi quidem Locrensis philosophia, quomodo cõposita sit anima ex proportionib⁹ Harmonicis, de qua in præambulo, refutata est ab Aristotele in eo sensu, ut sonant verba: non ausim tamen affirmare, nihil in ijs pagellis latere, nisi quod sonant verba: imò negaturum puto neminem, quin is author hoc ad minimum teneat, quod hìc astruo, Mentem esse, Animumq; humanum, cujus seu judicio seu instinctu, sensus auditus proportiones suaves, hoc est consonas, ab insuavibus & dissonis discernat: quippe qui hoc diligenter expendit, Proportiones esse Rationis Entia, ratione sola, non sensu, perceptibilia, & proportiones ceu formam, à re proportionata, ceu materiâ, distinguere, Mentis opus esse.

Ex figurarum Demõstratione scientifica.

Cùm autem duas Figurarum Regularium proprietates explicaverimus, Demonstrabilitatem scientificam Laterum in singulis, & Congruentiam inter se totarum junctarum, non ejusdem planè latitudinis utramq;: de Demonstratione quidem Axiomata nostra sonant potissimùm, quia hæc magis familiaris est proportionibus motuum, ex quibus etiam soni existunt.

Nam Congruentia inest figuris ut totæ sunt; motus verò (qbus accidunt proportiones harmonicæ) figuræ, à qua derivantur, latera in rectum extendunt (cùm pleriq; omnes ut rectilinei considerentur) & sic figuram suam, ut serpentes Matrem, perimunt & destruunt. Figura in quantum congrua, circulum integrum distinguit in partes: proportiones harmonicæ circulum distinctum in rectum extendunt, distinctionis à figurâ factæ actum delent. Sic consonantiæ cum figuris demonstrabilibus in infinitum excurrunt; Figuræ congruæ Numero duodenario finiuntur. Deniq; distinctionem circuli quælibet figura facit unicam; at partes in circulo constitutæ duas semper faciunt cum Toto Consonantias.

Et congruentia.

Etsi verò potior in hoc tertio libro, ratio erit demonstrationis scientificæ laterum, quàm Congruentiæ figurarum totarum: hæc tamen propter magnam cognationem in loco non erit negligenda. Primùm enim Latina significatio vocis, Congruentia, si omnia excutias, idem sonat, quod Græca vox Harmonia, de quibus hoc libro agemus: nisi quod usus voces has è rebus subjectis parumper distinxit: deinde Congruentia figurarum conciliat motibus, (de quibus hoc & quinto libro) aliquam Congruentiam. Tertiò etsi non tam ad figuram totam respicimus, quàm ad unum ejus latus; quamq; id partem rescindit, ea Consona est: at simul & hoc verum, quòd non tam id consideremus, quanta pars circuli sit intercepta, quàm, cujusmodi figurâ id sit factum, demonstrabili & congruâ, an contrariâ: Nam figura quælibet, ex angulis suis, ex quibus libro II. Congruentiam sortiebatur, adepta est & demonstrationem, libro I. Non est igitur ab Harmonijs auferendus respectus Congruentiæ figurarum.

PROPO-

PROPOSITIO I.

Dimidii cum Toto Consonantia post unisonum, sola est in primo gradu simplex, perfecta & Identica, scilicet ex Opposito.

Nam quod figuratum est, id ex diversis est compositum, non igitur vel simplex vel Identicum. Figura enim habet aream, & partes secundum eam, & angulos situ differentes. Quod verò figuratum non est, quod scilicet areæ latitudine caret, & secundùm eam & partibus, & angulis, existens una mera linea recta, eaq; æqualis Mensuræ propositæ: id ob hæc ipsa & simplex est, & idem cum Mensura, hoc est identicum. Illius modi verò sunt Figuræ Regulares, circulo inscriptæ; hujusmodi Diameter circuli. 1. Figurarum enim omnia latera deflectunt æqualiter à centro; Diameter per ipsum centrum ducitur. 2. Mensor, cirlum ab vno puncto cum latere figuræ dividens, vbi perrexerit hoc faciendo aliquoties, sic tandem cum altero lateris termino redit ad punctum primum; Diameter verò per centrum ipsum transiens, prima statim repetitione redit ad initiale punctum. 3. Figuræ reliquæ & longitudinem habent laterũ, & superficiem areæ, quam circumdant; diameter nullam plani partem circumdans includens ve, repetitionibus iteratis, in seipsam secunda vice tota coincidit. 4. Figuræ cæteræ circulum dividentes, faciunt partes multas: Diameter facit partes minimo omnium numero, sc. tantum duas: nec enim partitura totum, pauciores duabus facere omninò potuit. 5. Cùmq; Diameter sit illa mensura, ad quam Latera figurarum comparanda sunt, Notionis & demonstrationis causâ; Latera quidem figurarum reliquarum operosius describuntur, imperfectioriq; demonstrationis gradu in actum scientiæ perducuntur: at diameter circuli simplicissimâ lege describitur, ductu per centrum, ab vno circuli puncto ad oppositum, æquatq; ipsa seipsam, suiq; ipsius Mensura est. 6. Figurarum etiam Latera in divisione vna circuli, seu in abscctione Partis, faciunt portiones inæquales, & Partem minorem Residuo: diameter Partem abscctam relinquit æqualem Residuo. Hæc verò proportio æqualitatis pura est & simplex & perfecta; quia partes, quæ sunt inter se æquales, illæ causa Mensurationis Idem sunt. 7. Deniq; figuræ cæteræ circumferentiam quidem circuli dividunt in partes æquales aliquammultas, at aream circuli in partes inæquales, quia relinquitur in medio vna, sc. area figuræ, major quolibet segmentorum: diameter non circumferentiam tantùm, sed simul etiam aream in duo dividit æqualia.

Sed per Axioma II. Lateris seu lineæ, quæ circulum dividit consonanter, ingenium transit in consonantiam ipsam. Ergò Partis, quam de circulo rescindit diameter, id est, semicirculi cum toto circulo Consonantia, est simplex perfecta & identica. Et per Axioma V. etiam omnes aliæ longitudines, quæ sunt inter se vt Totus circulus ad sui dimidium, faciunt eandem, id est Identicam perfectam & simplicem consonantiam. Et in Numeris (non planè quidem abstractis & numerantibus, sed longitudinibus numeratis) Proportio dupla, inter sc. 1. 2. vt & inter eorum æquè multiplices, gignit Consonantiam Identicam.

Nota hîc, quemadmodum diameter per omnes simplicitates & perfectiones suas, non tamen tam simplex est, vt punctum; sed manet linea, duobus circuli pun-

li pun-

li punctis terminata, circulum secans in locis oppositis, & partes duas constituens; & quemadmodum istæ partes, licet inter se sint æquales, singulæ tamen suo toto sunt minores: sic etiam Consonantia identica, non est tamen vnisonus, & vocum licet identicè Consonantium altera tamen minor est, altera major; illa scilicet acuta, hæc gravis, illi ex opposito veluti respondens: vnde Consonantia hæc ex Opposito Identica dicitur.

Habes igitur causam genuinam ex diametro circuli, cur sonus chordæ totius cum sono Chordæ dimidiæ, quamvis inter se diversi sint, ab auditu tamen respectu concordantiarum cæterarum quodammodò pro eodem habeatur.

Frustrà alij causam hujus Identisonantiæ petunt ex numero vocum octo, cùm Identisonantia sit naturâ prior divisione intervalli hujus in Concinna septem, quibus soni octo designantur.

Nondum autem tempus est, huic consonantiæ Nomen dandi, vti neq; cæteris: differendum enim hoc est in Caput V.

Nota tamen & hoc, quod identicè consonent etiam aliæ Partes, quæ non constituuntur per diametrum: sed non in primo gradu, nec vt per figuras, sed vt per propagationem, de qua sequentes sunt propositiones.

PROPOSITIO II.

Si duarum circuli partium minor ad maiorem sic habuerit, vt major se habet ad totum circulum, proportione aliâ quàm duplâ continuè: tunc majore consonante cum circulo toto, minor pars à toto dissonabit.

Nam post duplam est tripla: tripla verò continua, constituit loco tertio partem totius circuli Nonam, Quintupla Vicesimam quintam; Sextupla implicat Nonam, Decupla vicesimam quintam, quia 6 sexies sunt 36. quod est quater novem, & 10. decies sunt 100. quod est quater 25. Et sic etiam de cæteris. Atquì Nona, & 25ta, & similes dissonant à toto, per Axioma III. Vide libro primo prop: XLVII.

PROPOSITIO III.

Chordæ in proportione continue dupla, consonant inter se omnes identicè, distantiores tamen, gradu remotiori.

Habent enim inter se mutuò tres proximæ, vt totus circulus & dimidium, & quarta pars se habent inter se mutuò. At cum toto circulo tam dimidia, quàm quarta pars consonant, per Ax: I. Cum dimidio verò consonat & quarta, per Ax: V. Quare omnes tres proximæ inter se consonant. Identica verò est consonantia etiam partis quartæ cum toto circulo, quia Totus & dimidium ejus consonant identicè, per Prop: I. Sic etiam pars quarta cum dimidia, per eandem: quare per Ax: VII. etiam Quarta pars cum Toto circulo identicè consonat; & per Ax: V. quodlibet quadruplum cum simplo.

Jam verò quæ ratio est primæ secundæ & tertiæ proportionalium, eadem erit

erit & secundæ tertiæ & quartæ; & sic continuè trium inter se proximarum. Omnes igitur proportionales in dupla continua proportione, consonant inter se identicè.

Nota igitur in talibus, discrimen Consonantiæ in genere, & Identisonantiæ in specie. Consonant Partes Quarta, Octava, Sedecima & similes etiam ꝑpter Axioma I. & figuras, Tetragonum, Octogonum &c: identicè verò consonant, propter accedentem propagationem hujus sectæ figurarum ex bisectione circuli.

Nam si absq; hac propagatione fuisset; non fuissent identicæ earum consonantiæ. Cùm enim figuræ omnes faciant vel multas partes circuli, si æquales; vel inæquales, si tantum binas; cùm aream comprehendant; nec circuli aream in æqualia dividant; nec earum latera per centrum ducantur; nec in seipsa recidant; nec æquentur diametro: Consonantiæ etiam ex figuris Tetragonicæ sectæ ortæ, dilatassent se quodommodo in auditu, & distendissent animum varietate & diversitate vocum manifesta; vt faciunt consonantiæ, quæ sunt à figuris cæteris, numero non pariter pari laterum constantibus: per prop. I.

Non omnis tamen vis adempta est huic figurarum sectæ, variandi consonantias, & deflectendi illas à puritate Identisonantiæ (sicut ipsæ à simplicitate Diametri recesserunt). Primum enim etsi Partis circuli à figura rescissæ Consonantia convertitur in meram Identisonantiam (propter dictam propagationem partium circuli, à prima omnium bisectione); tamen gradus Identisonantiæ fiunt remotiores, semper enim minor cum proxima se majore consonans ex opposito identicè, fit acutior, multiplicatis oppositionum vicibus; itaq; semper augentur vocum intervalla. Secundò, in Parte quidem manet Identisonantia (vt in sectione per diametrum): at in Residuo nequaquam; fit enim Residuum hoc semper in figuris posterioribus seipso deterius, quantum ad Naturam Harmonicam. Sed de Residuis talibus sequuntur Propositiones peculiares.

Et vicissim, non sola Tetragonica secta, Identicas gignit consonantias; sed etiam sectæ ceteræ, in quantum participant bisectione, in tantum etiam Identicas faciunt consonantias; semper enim Pars circuli rescissa à latere figuræ posterioris, cum Parte à Prioris latere rescissâ consonat identicè; vt docent propositiones reliquæ. Ita constat Analogia omnibus suis membris.

Usus hujus Prop: est in sequenti.

PROPOSITIO IV.

Chorda quæ consonat cum alterutra Multiplicium proportionis duplæ continuæ, consonat & cum reliquâ: & si ab una dissonat; etiam ab alterâ dissonat.

Nam per Pr. III. soni continuè duplarum sunt inter se identici. Quod verò Identicarum chordarum vni consonat; & alteri consonat: & cætera, per Ax: VI.

Hujus propositionis causâ positum fuit Axioma VI. & servit hæc propositio jam Partibus & Residuis circulorum examinandis. Caveant scioli à contradictione Propositionum & Axiomatum: nulla n. Tautologia est, omnia necessaria: involvet se, quisquis rem breviùs transigere voluerit.

PROPOSITIO V.

Etsi latera Stellarum demonstrabilia cætera, propter demonstrabilitatem, eodē jure consonas Toti partes in Circulo determinant, quo jure id faciunt figuræ illarum radicales, ut est in Axiote primo: excipiuntur tamen illa, quæ partem circuli abscecant constantem numero (partium quas fecit figura radicalis) proprio alicujus figuræ indemonstrabilis; quando Partis & Totius numeri fuerint inter se Primi.

Prima hujus propositionis pars est axioma; quod ne nimium generale fieret, per secundam propositionis partem restringendum fuit. Demonstratur autem sic. Esto namq; circulus divisus à figura demonstrabili, verbi causa ab Icosigono: Esto jam stella Icosigonica, cujus latus subtendat novem vicesimas ab Icosigono factas; sic ut 9. & 20. sint inter se Primi. Cùm ergò Pars abscecta sit de circulo: illa minor sanè erit quàm Totum: at poterit esse major, quàm totius dimidium vel quarta vel octava; idq; eò usq; dividendo, quoad aliqua totius pars continuè subdupla, fuerit minor dimidio hujus, de qua agimus, Partis: ut quia in exemplo nostro Totum est 20. pars, de qua agimus, 9. sumatur totius dimidium 10. iterumq; dimidium hujus 5. & tertio 2½. octava Totius. Hæc jam est minor quàm dimidium ipsius 9. Habet ergò se pars nostra 9. ad octavam totius circuli 2½, ut circulus divisus figurâ indemonstrabili ad aliquam suæ divisionis partem, sc. ut 18. ad 5: quinq; autem octodecimas, Axiomatis III Corollarium pronunciavit dissonare à toto 18. Quare per Axioma V, nostræ divisionis pars 9. dissonabit ab Octava circuli (divisionis nostræ partibus 2½): dissonabit ergo per Prop. IV. pars nostra 9. etiam à toto circulo 20. quàmvis ejus subtensa sit demonstrabilis; sed remotissimo gradu, etiamq; stella ejus ex incongruis est.

PROPOSITIO VI.

Residua circulorum vel chordarum, post abscissas Partes consonas Toti, si sunt partis suæ consonantis continuè dupla, consonant & cum parte abscissa, & cum toto circulo vel chorda.

Cum abscissa per Prop. I. cum toto per Prop. IV.

PROPOSITIO VII.

Si tale Residuum habuerit eandem proportionem ad circuli vel chordæ dimidium vel quartam partem, quam Totus circulus habet ad aliam aliquam Partem sui consonam; consonabit etiam cum Toto circulo; si ut ad portionem dissonam, dissonabit.

Circulus enim totus, ejusq; dimidium, & pars Quarta, sunt in proportione continuè dupla: quare (per Pr. IV) quæ residua Parti tali circuli consonant, consonant & toti; & quæ ab illa dissonant, etiam ab hoc dissonabunt. At consonant Parti tali Residua illa, quæ proportionem eandem habuerint ad illam, quā

Totus

Totus ad quamcunq; partem consonam : dissonant q; à Parte tali, quæ proportionem ad illam habuerint, quam circulus ad quamcunq; partem dissonam : idq; per Axioma V.

Ergo talia Residua consonant & Toti circulo ; contraria dissonant à toto circulo.

Hæc prop: est propter sequentem P. VIII.

PROPOSITIO VIII.

Ad abscissam vero Partem si proportionem eandem habuerit Residuum, quàm Totus circulus ad Partem quamcunq; consonam ; consonat etiam cum abscissa, sicut priori propositione cum Toto consonabat : sin eam, quam Totus ad aliquam dissonam Partem; dissonabit & ab abscissa parte & à Toto.

Primum membrum nititur Axiomate V: ut & posterioris membri particula una, quod Residuum dissonet à Parte abscissa. Quod verò tale Residuum dissonet etiam a Toto, sic probatur.

Capit enim id, in dicta proportione, locum totius circuli per figurã indemonstrabilem divisi : quare etsi Residuum tale, est minus toto circulo, cujus est Residuum ; at majus tamen est semicirculo, ex definitione Residui, Quod si majus est semicirculo suo : quarta igitur circuli sui pars, quippe dimidia semicirculi, minor est Residui hujus dimidio. Quare ut Residuum ad circuli sui quartam ; sic erit aliquis circulus divisus à figura indemonstrabili, ad aliquam suam partem divisionis illius. At dissonat totus talis circulus à tali sua parte per Ax: III. Dissonabit igitur & dictum Residuum, à circuli sui quarta, per Ax: V. Dissonabit igitur etiam à toto suo circulo, per Prop: VII.

Corollarium ad has propositiones.

Sunt ergo

Consonæ Partes.	Consona Residua.	Dissonæ Partes.	Dissona Residua.	Respectu Totius
1. - - - - - - - - -	1. - - - - - - - -	- - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - 2.
1. - - - - - - - - - -	2. - - - - - - - -	- - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - 3.
1. - - - - - - - - - -	3. - - - - - - - -	- - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - 4.
1. 2. - - - - - - - -	3. 4. - - - - - -	- - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - 5.
1. - - - - - - - - -	5. - - - - - - - -	- - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - 6.
1. 3. - - - - - - - -	5. - - - - - - - -	- - - - - - - - -	7. - - - - - - - - -	- 8.
1. 3. - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - - - - - - - -	7. 9. - - - - - - -	- 10.
1. 5. - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	- - - - - - - - -	7. 11. - - - - - - -	- 12.
1. 3. 5. - - - - - -	- - - - - - - - - -	7. - - - - - - - -	9. 11. 13. 15. -	- 16.
1. 3. - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	7. 9. - - - - - -	11. 13. 17. 19.	- 20.
1. 5 - - - - - - - - -	- - - - - - - - - -	7. 11. - - - - -	13. 17. 19. 23.	- 24.

Et cætera.

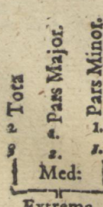
CAPVT

CAPUT II.

De sectione Harmonica Chordæ.

Hactenus Originem docuimus Harmonicarum proportionum, eamq; duplicem, unam immediatam à figuris demonstrabilibus, ijsdemq; & congruis; alteram mediante proportione dupla, quâ nititur consonantiarum identitas. Cùm autem infinitæ sint harmonicæ proportiones, eæq; quoad nostrã cognitionem adhuc rudes impolitæ inconspicuæ & innominatæ, & coacervatæ seu disjectæ potius, ut aliqua rudium lapidum lignorumq; copia; sequitur ut progrediamur ad eas poliendas, ad nomina ipsis indenda, deniq; ad pulcherrimum ædificium Systematis Harmonici, seu scalæ Musicæ ex ijs extruendum: cujus constitutio non est arbitraria, ut quis cogitare possit, non inventum humanum tale quod mutari etiam possit, sed Rationabilissima, Naturalissimaq;, adeò, ut Deus ipse Creator illam expresserit in contemperatione motuum cœlestium. Coagmentantur autem Proportiones Harmonicæ in unum Systema, per sectiones chordæ harmonicas; quæ quot sint numero, id hoc capite perquirendum erit.

DEFINITIO.



Cum tota chorda secatur in partes tales, quæ & inter se, & cum tota singulæ consonent: sectio Harmonica nobis dicetur. Medium verò sectionis hujus, Musicè (id est consonè) proportionatæ, est partium duarum æqualium una; vel si inæquales, earum Major: extrema proportionis consonæ sunt, Pars reliqua vel minor, & Chorda tota.

Observet Geometra Analogiam proportionis divinæ, seu secundum Extrema & Medium: in qua Tota habet eandem proportionem ad partem Majorem, quam & Major habet ad Minorem. Quod enim in hac sectione Geometricâ est Proportio eadem: id in nostra sectione Musica est Qualitas eadem; quæ Consonantia, Concordantia, Congruentia, Harmonia dicitur. Cave tamen subsumpseris Consonantiam specie eandem, sicut illic Proportio est unica.

Veteres hujus sectionis non meminerunt hoc sensu, quia veras Consonantiarum causas nesciverunt: de ipsorum verò sectione chordæ, agemus inferius.

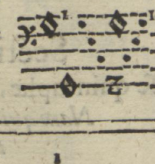
PROPOSITIO IX.

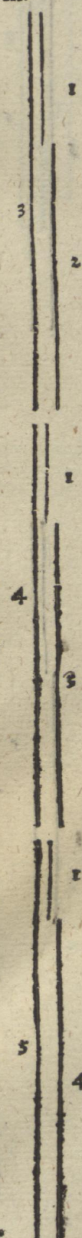
Sectio chordæ in partes duas æquales, est Harmonica.

Nam

Nam quia partes æquales sonum edunt eundem in una aliqua tensione, per Axioma II. Tota verò est singularum dupla; consonat igitur identicè cum earum unaquaq;, per Prop. I. Tres igitur consonantiæ; quare per definitionem, Chorda secta est harmonicè.

Notæ ex Musica nostra usitatâ, anticipandæ ex sequentibus causâ captus facilioris.

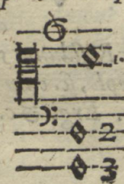




PROPOSITIO X.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis duplæ est Harmonica.

Partes enim hujus proportionis consonant identicè, per Prop. I. Et quia pars major est dupla minoris, tota igitur est tripla minoris. Est igitur ad minorem, ut circulus ad partem trigonico latere resectam, & consonam, per Corollarium ultimum capitis prioris: quare & ipsa Tota parti minori consona est, per Ax. V. Consonat igitur & ejus duplæ, sc. Residuo, per Propos. IV. Tres igitur per hanc sectionem consonantiæ constituuntur, Ergò.

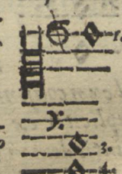


PROPOSITIO XI.

Sectio Chordæ in duas partes, proportionis inter se triplæ, est Harmonica.

Nam quia partes 1. & 3. sunt ad invicem ut pars Circuli Consona ad totum, consonabunt & ipsæ inter se, per Ax. V. Et quia 1. & 3. faciunt 4. pars 1. cum toto 4. consonabit per Axioma I. & per Pro: III.

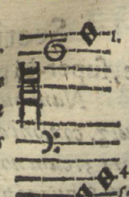
Deniq; quia Residuum 3. consonat cum parte 1. consonabit etiam cum ejus quadruplo 4. sc: cum tota chorda. Quare & hic tres sunt consonantiæ.



PROPOSITIO XII.

Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quadruplæ, est Harmonica.

Nam quia partes sunt in quadruplâ prop: consonant igr inter se identicè, per Prop. III. & quia 1. & 4. faciunt 5. ergo pars 1. cum tota 5. consonat, per Axioma I. & Corollarium dictum. Quare tota 5. consonat etiam cum partis 1. quadrupla 4. per Pr. IV. Tres igitur fiunt consonantiæ. Ergo &c.

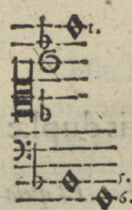


PROP.

PROPOSITIO XIII.

Sectio chordæ in duas partes proportionis inter se quintuplæ, est Harmonica.

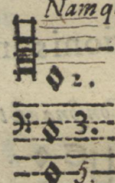
Nam quia pars est 1. residuum 5. habent igr. proportionem, quam circulus totus ad partem consonantem, per Ax. I. & Corollarium dictum. Quare & ipsæ inter se consonæ sunt, per Ax. V. Et quia pars 1. cum Residuo 5. facit 6. totum: igitur (per Ax. I. & Corollarium) pars 1. consonat cum toto 6. Et quia Residuum 5. est ad quartam partem de toto Circulo 6. (scilicet ad 1 s. hujus divisionis) ut Circulus totus 10. ad partem consonam 3. per Corollarium: quare & Residuum 5. cum toto 6. consonabit, per Prop. VII. Vel quod eodem redit, quia Residuum 5. est ad totius Circuli 6. duplum 12. ut pars consona ad totum, per Corollarium: quare & hoc Residuum 5. consonabit cum 12. duplo totius, per Ax V. Ergo etiam cum simplo, sc. cum ipsa tota 6. consonabit, per Prop: IV. Ita tres fiunt consonantiæ. Ergò &c.



PROPOSITIO XIV.

Sectio chordæ in duas partes, proportionis inter se sesquialteræ, est Harmonica.

Nam quia pars 2. cum Residuo 3. constituit proportionem sesquialteram, habet igitur se Pars ad Residuum, ut aliquod consonum Residuum 2. se habet ad circulum 3. per Corollarium; quare & pars hæc 2. cum suo Residuo 3. consonabit, per Ax. V. Et quia pars 2. cum residuo 3. facit totum 5. pars verò 1. ejusq; residuum 4. cum suo toto 5. consonat per Corollarium: consonabit igitur etiam tota 5. cum consonæ Partis 1. duplâ 2. quæ hoc loco nostra Pars est, vel cum consoni Residui 4. dimidio 2. Per Prop: IV. Idem sequitur etiam simpliciter ex Propositionis V. parte primâ axiomaticâ; quia subtensa duabus quintis demonstrabilis est, quare & Consona. Deniq; quia partis 2. Residuum 3. est ad totius 5. partem quartam, ut totus circulus 12. ad partem consonam 5. per Corollarium: consonabit igitur & Residuum nostrum 3. cum toto 5. Per Prop. VII. Tres igitur consonantiæ existunt. Ergo.



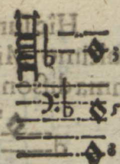
PROPOSITIO XV.

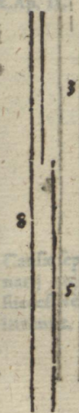
Sectio chordæ in partes duas, proportionis inter se, super-bipartientis tertias, seu 5. ad 3. est Harmonica.

Nam quia proportio partis 3. ad Residuum 5. est eadem, quæ alicujus Residui 3. consoni ad totam 5. per Corollarium: quare per Axioma V. etiam nostra pars 3. cum nostro residuo 5. consonabit. Et quia pars 3. cum residuo 5. facit totam 8. quare p Corollarium, pars 3. consonabit cum tota 8. Deniq; quia Residuum

5. ad

5. ad totius 8. partem dimidiam 4. se habet ut totus circulus 5. ad Residuum 4. consonum; vel ad totius 8. Partem quartam 2. ut totus circulus 5. ad partem consonam 2. per Corollarium: consonabit igitur Residuum nostrum etiam cum Toto 8. per Prop: VII. Tres igitur & hic fiunt consonantiæ, Ergo.





PROPOSITIO XVI.

Si chorda secetur in duas partes Effabiles, interq; illas & totam, hoc est inter tres terminos fuerit dissonantia una; oportet & alteram dissonantiam inter illos esse.

Nam causa dissonantiæ erit, quod vel tota vel pars habeat numerum portionum illius divisionis, proprium figuræ indemonstrabilis. Atqui talis Numerus neq; majori alicui Numero, qui proprius sit figuræ demonstrabilis, consonè sociatur, neq; ulli minori se ipso, per Axioma III. & V. & Prop: V. & VII. Terminus igitur ille, qui constat numero tali Portionum, dissonat à duobus terminis reliquis, sectionis illius; & sic duæ sunt dissonantiæ simul.

Huic propositioni in geometria simile est hoc, quod si recta secetur in partes Effabiles, fueritq; earum una incommensurabilis alicui Tertiæ (non Toti ex utraq; compositæ ut hîc): alteram quóq; eidem Tertiæ incommensurabilem oportet esse.

Aut, si recta secetur in partes inter se incommensurabiles: utraq; erit Toti incommensurabilis.

PROPOSITIO XVII.

Si chorda secetur in duas partes longitudine Effabiles, fuerintq; inter illas & totam, hoc est, inter tres terminos, consonantiæ duæ; oportet & tertiam esse consonantiam.

Si enim duæ consonantiæ sunt, cum sint proportionum non plures quàm tres: non poterunt igitur esse duæ dissonantiæ: si non duæ dissonantiæ, ergò nec una, per XVI. conversam: Ergo omnes tres proportiones erunt consonantes.

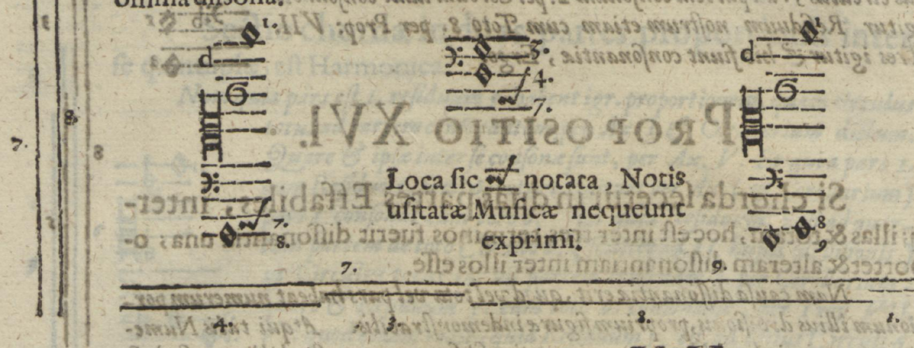
Sic in Geometria, si recta secetur in partes inter se commensurabiles, tota utriq; partium erit commensurabilis.

PROPOSITIO XVIII.

Sectio chordæ in partes duas longitudine Effabiles, in qua vel Tota vel Partium altera numerum portionum acquirit, proprium figuræ indemonstrabilis, (quando quidem Numeri & Totius & Partium inter se Primi fuerint) non est Harmonica.

Demonstratur ut XVI. Fiunt enim ex tribus trium terminorum proportionibus ad minus duæ dissonæ, contra Definitionem præmissam.

Hîc sunt tria exempla, in primo major pars, est septem octavæ, in ultimo Minor est una Nona: in medio, Totum capit partes septem, omnia dissona.



PROPOSITIO XIX.

Post Octogonicam nulla datur sectio chordæ Harmonica.

Sequentes enim sectiones aut fiunt per figuras indemonstrabiles, earumque stellas, & tunc partes licet, inter se consonare possint, tamen dissonant à toto, per Ax. III. Aut per figuras demonstrabiles demonstratione impropriâ, ut per Pentekædecagonum; dissonantque propriæ partes sectionis à toto, per Corollarium ad Ax. III. Aut per demonstrabiles demonstratione propria: quæ post Pentagonum omnes sunt parilateræ, vide librum I. Ergo partes talium sectionum proprias, oportet constituere numero portionum sectionis impari; si enim pari numero sumerentur, Pars esset non hujus sectionis sed prioris propria: ut divisâ chordâ in 10. si portionum 4. vel 6. sumpseris, perinde est, ac si divisâ chordâ in 5. sumeres portionum 2. vel 3. Cùm ergò Pars sit numero impari, Tota numero pari; ipsa quidem Pars poterit consonare Toti, si non sit major quinario (per Pr. V.) at una consonantia non sufficit ad sectionem harmonicam, ut patet ex definitione: tunc verò dissonum erit Residuum: tota enim ponitur portionum plurium quàm 8. & Residui definitio est, ut sit majus dimidio, sc: majus quam 4. Minimum ergò Residuum in divisione octonaria, est 5. in numerosioribus est majus quàm 5. In omnibus ergò sectionibus Chordæ post Octonariam, Residua sunt impari numero, majori quàm 5. At qui Numeri impares, majores quàm 5. proprij sunt figurarum indemonstrabilium, per XLV & XLVII libri primi. Ergò per Prop: XVIII hujus, Residua hæc causantur sectiones non harmonicas.

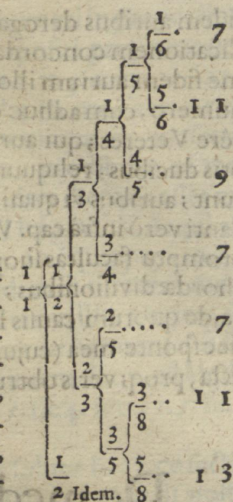
Corollaria.

I. Sectiones unius chordæ Harmonicæ sunt numero septem, non plures.

II. Propagatio numerorum, qui sunt characteres sectionum, fit hoc pacto. Initio ponitur Fractionis formâ Totum, unitas scilicet supra pro

Cap. II.

prà pro numeratore, & unitas infrà pro denominatore: deinde uterq; numerus seorsim ponitur suprà, & summa utriusq; utrinq; infrà; ut ex una qualibet fractione duo oriantur rami, eousq; dum ex summa fiat numerus index figuræ indemonstrabilis.



Has sectiones chordæ septem primùm auditu indice inveni, totidem nempe, quot sunt Harmoniæ non majores unâ Diapason: postea causas & sectionum singularum, & universarum Numeri, non sine labore ex penitissimis Geometriæ fontibus erui. Legat curiosus lector, quæ de his sectionibꝰ ante annos 22. scripsi in Mysterio Cosmographico, Capite XII. & perpendat, quomodo fuerim illo loco hallucinatus super causis sectionum & Harmoniarum; perperam nisus earum numerum & rationes deducere ex numero quinq; corporum Regularium solidorum: cùm verum sit hoc potius, tam quinq; figuras solidas, quàm Harmonias Musicas & chordæ sectiones, communem habere originem ex figuris Regularibus planis. Et Ptolemæi quidem Musica cum expositione Porphyrij, quorum loco allegato mentionem feci, hactenus manuscripta nactus sum, ex liberalitate Jo: Georgij Heervvardi Cancellarij Bavarici; ex quorum libro tertio partem potiorem in Appendicem ad libros IV. & V. hujus operis transtuli: causas verò Harmoniarum genuinas in ijs non inveni; adeoq; ne sectionum quidem harum, Numeriq; earum septenarij, ulla fit mentio.

Causæ septenarij hujus successivè inventæ.

Ignoratæ a Ptolemæo & Porphyrio.

Etsi verò maturè satis animadverti, causas à figuris planis petendas; ut cujus rei semina jam in allegato capite XII. Mysterij sparsa vides: attamen diu admodum me torserunt, priusquàm omnibus animi mei scrupulis satisfieret. Primùm enim Figuræ demonstrabiles à non demonstrabilibus erant separandæ; posteà causa invenienda, cur cùm sectiones hæ essent ex figuris, sectiones quidem intra septenarium consisterent, figuræ in infinitum excurrerent. Tertiò discrimen inter Pentekædecagonum & demonstrabiles cæteras erat statuendum; quia vidi, figuram illam exclusam esse ab Harmoniarum procreatione, teste auditu. Et habebant singula capita suas cautiones concisiores, quarum una quælibet me diu tenuit occupatum. Exemplo sit propos: V. quam ultimò omnium, cùm jam describerem opus, vidi addendam, quod hactenus ignoraveram. Nisi enim & illa inter principia esset, et, si verbi causa, septem vicesimæ propterea essent aptæ ad statuendam harmoniam, quia sunt per tres vicesimas (cum quibus semicirculum faciunt) demonstrabiles; tunc & septem decimæ, & quinq; septimæ, eóq; & duæ, & una, septimæ, harmonias facere convincerentur, quod omnibus modis repudiant & aures, & Axiomata nostra.

Igitur vel solo allegato libri mei Mysterij cosmographici testimonio, satis est munitus auditus, contra Sophistarum obtrectationes,

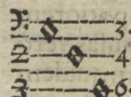
fidem auribus derogare ausuros circa divisiones adeò minutas, & dijudicationem concordantiarum subtilissimam: quippe cùm videat lector me fidem aurium illo tempore secutum esse, in constituendo sectionũ numero, cùm adhuc de causis laborarem; nec idem hîc fecisse, quod fecêre Veteres; qui aurium judicio progressi aliquatenus, mox contemptis ducibus, reliquum itineris, Rationem erroneam secuti, perfecerunt; auribus vi quasi pertractis, & planè obsurdescere jussis. Ex abundanti verò infrà cap. VIII. hujus libri operam dedi, ut cuilibet esset in promptu facultas suopte Marte consulendi auditum super his alijsq; chordæ divisionibus; earumq; testimonium pensiculandi; ut certus sit, ea, de quorum causis laboramus, sensuum experientiâ certissimâ niti, nec sponte mea (cujus criminis Pythagorei in parte rei sunt) esse conficta, proq; veris obtrusa.

Auditus sincero testimonio constat hic septenarius.

CAPUT III.

De medietatibus Harmonicis, & Trinitate concordantium sonorum.

Vana est definitio proportionis Harmonicæ, quod sit illa, ubi tribus Nnmeris ordine naturali locatis, binorum vicinorum Excessus sunt in proportione Extremorum: vt in numeris 3. 4. 6. maximus 6. est duplus minimi 3. & sic etiam differentia 2. inter binos vicinos majores 4. 6. est dupla differentiæ 1. inter binos vicinos minores 4. 3.



Inseram tamen modum inveniendi numeros continentes talem proportionem, Musicam ab authoribus dictam: quia crebrò ex Harmonicâ doctrinâ transsumitur in Ethicam & Politicam. Modus est talis. *Propositis duobus numeris inter se Primis, qui continent proportionem & Extremorum (è tribus musicè contemperandis ex sententiâ veterum) & differentiarum vtriusq; à Medio; Multiplica vtrumq; in seipsum & ambos in se mutuò: factorum trium duos minores adde pro Minimo inveniendorum, duos majores adde pro Maximo, Medium duplica pro Medio Musico veterum. Verbi causa, sint inveniendi tres numeri in proportione Musica veterum tali, vt Extremi habeant inter se proportionem eam, quæ est inter 3. & 5. Ter 3. sunt 9. Ter 5. sunt 15. Quinquies 5. sunt 25. sunt igitur facti 9. 15. 25. Adde 9. & 15. fiunt 24. Adde 15. & 25. fiunt 40. duplica 15. fiunt 30. Sunt igr hi tres quæsiti 24. 30. 40. quorum differentiæ (Extremorum à medio) 6. 10. Nam vt 3. ad 5. sic 24. ad 40. sic etiam 6. ad 10. In minimis inter se Primis 12. 15. 20.*

Modus constituendi quamcumq; Medietatem Musicâ ex sententia veterum.

Hæc quidem verè est harmonica proportio etiam mihi, quia non tantum proposita proportio inter 3. 5. est harmonica, per Prop: VIII. Coroll: sed etiam inventus Medius numerus 15. consonas facit proportiones cum Extremis 12. & 20. per idem Coroll: At hoc non semper fit. Quoties enim inter duos numeros hoc pacto propositos, medium Arithmeticum cum extremis dissonantes proportiones determinat, toties
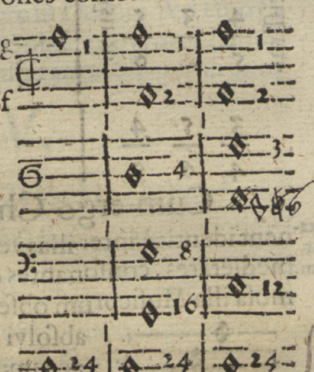
Elenchus hujusmodi.

CAP. III.

toties proveniunt etiam ex hac operatione tres numeri in proportione reverâ non Harmonicâ, quamvis duo initio propositi proportionem solitarij contineant harmonicam. Sic fit in 1.6. in 1.8. in 3.4. in 4.5. in 5.6. in 2.5. in 3.8. in 5.8. Verbi causâ inter 2.5. hoc est 4.10. medietas Arithmetica est 7. non harmonica, quia 7. neq; cum 4. neq; cum 10. consonat, per Pr. V. Operare ergo secundùm Regulam; prodibunt numeri 14.20.35. cum excessibus 6.15. ubi 20. secundũ veteres dicenda esset medietas harmonica, quia ut 14. ad 35. (id est 2. ad 5.) ita 6. ad 15. Atqui aures omninò repudiant 20.35. (quippe 4.7.) & 14.20. (quippe 7.10.) Vid. pag. 86. Neque tamen ob id &c.
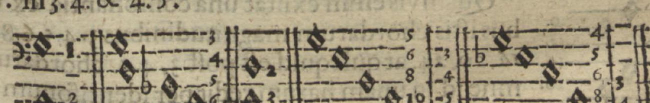
In sectionibus igitur harmonicis cap II. totidem se offerunt medietates, quot sunt sectiones, unâ minus: & Medietas in illis quidem sectionibus sumitur strictiori significatu, quòd sit chordæ harmonicè sectæ in inæqualia, Pars major, seu numerus illam exprimens. Sic 2. est Mediũ harmonicum inter 1.3. sic 3. inter 1.4. interq; 2.5. sic 4. inter 1.5. sic 5. inter 1.6. interq; 3.8.

Præter has verò sunt etiam aliæ Medietates, solutæ hac lege sectionis totius chordæ in partes duas, comprehensæ tamen generali nostra definitione: & secantes non chordam unam, ut priori capite, sed proportionem chordarum, in minores proportiones consonas.



Primùm omnes proportiones majores duplâ resolvuntur in sua principia, ablatione proportionis duplæ, ut 1. 24. constat ex quatuor duplis (sc. ex sedecupla) & sesquialterâ: Quare Medietates Harmonicæ hoc quidem nomine inter 1. & 24. intercedunt istæ 2. 4. 8. 16. superiùs collocatâ sedecuplâ; vel istæ 12. 6. 3. 2. Vnâ duplâ superiùs collocatâ, tribus inferiùs: nam variè fieri potest.

Deinde Proportio dupla resolvitur in has consonas 3. 4. & 2. 3. vel in 3. 4. & 4. 5. & 5. 6. vel in 4. 5. & 5. 8. vel in 5. 6. & 3. 5. Deniq; sesquialtera 2. 3. resolvitur in 4. 5. & 5. 6. Sic 5. 8. in 5. 6. & 3. 4. sic 3. 5. in 3. 4. & 4. 5.



Tres igr istæ proportiones 3. 4. & 4. 5. & 5. 6. sunt ex consonis minimæ, hoc est immediatæ, seu medio Harmonico carentes, cæterarum scilicet Elementa consona.
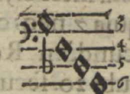
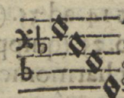
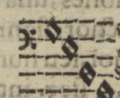
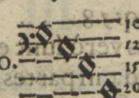
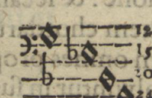
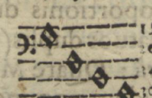
Bina Medie. Harmonica.

Ex his autem sequitur, unius duplæ duas esse posse medietates, inter se quoq; consonas, idq; sexies. Nam quia dupla habet tria Elementa minima consona; sexies eorum ordo potest variari. Nam 3. 4. vel est primo loco â chorda minori, vel medio, vel ultimo; & in uno quoq; casu, reliquorum Elementorum aut majus 4. 5. est versus chordam minorem, aut minus 5. 6.

Singuli casus sunt exprimendi singulis Numerorum Quadrigis, ut in tabella sequitur;

 Ordo

CAP. III.

Ordo Proportionum Consonarum minimatum in una dupla.			Fasciculus binarum Medietatem Harmonicarum inter chordas Proportionis duplæ.
3/4	4/5	5/6	3. 4. 5. 6. 
4/5	5/6	3/4	4. 5. 6. 8. 
5/6	3/4	4/5	5. 6. 8. 10. 
5/6	4/5	3/4	10. 12. 15. 20. 
4/5	3/4	5/6	12, 15, 20. 24. 
3/4	5/6	4/5	15. 20. 24. 30. 
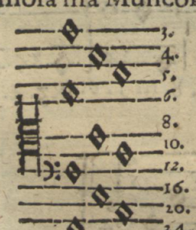
Locus Termini minoris seu acutissimi.

Locus Termini majoris, seu gravissimi.

Ex his verò sex bigis medietantum harmonicarum, una sola, in numeris *10. 12. 15. 20.* patitur definitionem veterum. Nam 12. est medium (illorum sensu) Musicum inter 10. & 15. sic 15. est medium Musicum inter 12. & 20. Excessus enim sunt 2: 3. 5. Vt verò extremi unius trigæ 10. ad 15. sic 2. ad 3. Et ut extremi alterius trigæ 12. ad 20. sic 3. ad 5.

De Trinitate concordantiarum.

Cum ergo Chordæ proportionis duplæ consonent identicè; inter illas verò non possint esse una vice plures quàm duæ medietates, consonantes & inter se & cum duplis ipsis: hinc orta est famosa illa Musicorum observatio, qui trinis vocibus omnes harmonias absolvi mirantur. Nam quotcunq; voces præterea accumulentur, singulæ in trium unam redeunt per duplæ proportionis consonantiam identicam.



Quamvis enim existat una consonantia ex omnibus istis chordarum magnitudinibus 3. 4. 5. 6. 8. *10. 12. 16. 20. 24.* at quicquid est post 3. 4. 5. chordarum, omne id in unam harum redit per identisonum: ut 6. in 3. & 8. in 4. & *10.* in 5: sic 12. in 6. & 3: sic *16.* in 8. & 4: sic *20.* in *10.* & 5: sic 24. in 12. 6. & 3.

Causam hujus rei frustra petunt aliunde, alij ex trina dimensione quantitatis perfectæ, seu corporis; ut quod patet in longum, latum & profundum: alij ex numeri ternarij perfectione: alij ab ipsa adoranda Trinitate, in Divinitate.

Frustra, inquam, omnes: Nam neq; solida quantitas hoc negotiũ ingreditur, cùm ortum harmonicarum proportionum ex figuris planis docuerimus, & longissimè diversa sit, causâ scientiæ, solida quantitas, à planâ, quippe illa duabus medijs proportionalibus utitur, quas sciri

sciri promiscuè est impossibile: neq; numeri ulla vis esse potest, quatenus ut numerans consideratur; neq; etiam origo hujus Trinitatis immediatè est ab essentiâ divinâ, per causationem exemplarem: cùm apparuerit suprà, componi causam rei ex principijs explicatis, quæ nequaquam intendunt numerum aliquem vocum per se; sed quæ voces ipsas inter se singulas singulis coaptantia harmonicè, & sic quasi aliud agentia per accidens efficiunt aliquid simile divinis, propter eundem numerum: quod idem etiam in plurimis rebus alijs frequenter contingit.

Breviter, Numerus hic ternarius non est efficiens causa Harmoniarum, sed effectus ipsius, seu effectæ harmoniæ comes; Non informat harmonias, sed est formæ resplendescentia; Non est materia vocum harmonicarum, sed est soboles procreata ex materiali necessitate: Non est finis οὗ ἕνεκα, sed est extremitas operis; deniq; nihil est de reipsa Harmonicâ, sed est Ens rationis secundarium, & mentis conceptus, secundæ intentionis. Nihilo magis enim est quærendum, cur voces solum ternæ consonent harmonicè, quarta & omnes aliæ per duplæ proportionis consonantiam redeant quodammodò in idem: quàm cur sex tantum bigæ sint in qualibet Octava, senæ consonantiarum triplicium formæ. Vt enim Senarius iste non est à sex diebus creationis; sic neq; ille Ternarius est propter Trinitatem personarum in Deitate. Sed cùm sit Ternarius communis reb⁹ divinis & mundanis; ubicunq; is occurrit; superveniens mens humana, causarũ ignara, conspirationẽ hanc miratur.

CAPUT IV.

De ortu concinnorum intervallorum quæ Consonis minora sunt.

Cum sensus testetur, Ex chordis æqualiter tensis, illarum sonitus esse graviores, quæ sunt longiores, illarum acutiores, quæ breviores; hinc voces istæ junctæ *Acutum & Grave*, differentiæ sunt Harmonices propriæ. Nam singulæ q;dem seorsim aliarum singularum sunt scientiarum: in quibus copulantur cum oppositis alijs; Acutum cum Obtuso, in Geometria; Grave cum Levi, in Physica. Et aliter, Acutum in Mechanicis sonat subtile & penetrans; Grave in sensualibus sumitur de odoribus, qui, ut gravia pondera, ob quandam magnitudinem, sunt minùs tolerabiles. At junctæ *Acutum & Grave*, interq; se oppositæ, non nisi de vocibus accipiuntur. Retinent tamen aliq;d de pristino significatu. Nam ut in Geometria Acutum est minus Obtuso, sic etiam in Harmonice, vox acuta sonat parvam, eoq; penetrantem & altam, idiotismo Teutonico, & voli tantem quasi in sublimi, pp quandam levitatem. Et ut in Physica Gravia habent magnum pondus, Levia parvum: sic etiam hîc, Gravis vox sonat magnam: utq; Gravia in libra fundum & inferiora petunt, levia in altum exsiliunt; sic etiam in Harmonice, vox gravis propter magnitudinem reputatur pro ponderosa, eôq; inferiori seu profunda (*bassa*); vox acuta, uti dictum, pro alta.

Quid Grave? Quid Acutum? Quid Profundum? Quid Altum?

Nam

Nam quòd in Testudine Hypatē, id est Summa, edebat gravem sonum, id est tantū ob ejus situm in instrumento, vt adhuc hodie, non ob aliquā vocis similitudinem cum levibus & supervolitantibus. Situs autem ejus in instrumento rationem habet mechanicam, ex eo quod Nete, id est Ultima & Infima, quia sonat acutissimè, fuit pulsanda creberrimè; cùm parvis conveniat motus velox: & verò deorsum pulsamus expeditiùs ob conformationem pollicis, quàm sursum. Accedit inter causas, experientia gutturis humani. Nam & viri communiter proceriores fœminis, adulti pueris, graviorem etiam vocem emittunt, quasi profundiùs petitam; & singuli homines, ipso sensu tactus docente, graviorem vocem profundiùs eliciunt, altiorem superiùs; & qui gravissimè cantant, corpus extendunt, ut quàm profundissimè vox exeat. Tendunt quidem collum etiam qui acutè canunt, sed non ut longum collum faciant, sed ut rectius constringant supremos circulos gutturis.

His igitur de causis natus est in Harmonicis conceptus Alti & Profundi, pro quo crebrò usurpamus Acutum & Grave. Cùm igitur Altum & Profundum sint aliâs vocabula loci; consuetudo sermonis, hæc sua principa secuta, vocibus etiam id accommodat, quod locorum est proprium, scilicet Intervalla, Græcè διαστήματα. Nam loca διϊστάναι distare dicuntur. Deniq; disciplina Harmonica hanc vocem etiam in picturas seu Diagrammata sua (de quibus inferius) transtulit; quæ altis & profundis lineis constant, quo pacto restitutus est illi sensus Geometricus.

Quid Diastema Intervallum.

Quæ igitur hactenus dicebantur Proportiones chordarum, in posterum ferè dicentur Intervalla vocum, quas emittunt chordæ longitudinis inæqualis. Nam voces idem sonantes, quibus respondent chordæ ex æqualiter tensis æquè longæ, Intervallum non faciunt, cum sint altitudinis ejusdem.

Etsi libro V. abstinendum erit ab hoc sensu vocis Intervallum; propterea quòd ibi crebro usu repetenda erit vox ista in sensu astronomico, de linea recta inter Corpus Planetæ & Solem, item, de eo spacio quod inter diversos orbes interest.

Porrò sicut præcedenti capite proportiones bifariam considerabantur, sc. vel singulæ per se ipsas, vel invicem comparatæ causâ ordinis, qui extendebatur à compositæ alicujus proportionis termino seu chorda minori ad majorem vel longiorem, & vicissim: sic nunc etiā Intervalla vel singula per se, vel invicem comparata, considerantur causâ loci harmonici; ut in continua ordinatione aliquot intervallorum, (sic ut bina semper contigua, habeant eundem terminum communem, qui sit unius major terminus, alterius vergentis ad graviores voces minor) semper illud intervallum dicatur inferius, quod est inter voces graviores, illud superius, quod est inter acutiores.

Quid superius quid inferius intervallum.

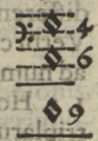
Et in Geometria quidem proportiones agnoscuntur æquales, licet sint inæquales termini unius, terminis alterius, & excessus terminorum unius, inæqualis excessui terminorum alterius: Ut si sint tres chordæ in proportione numerorum 4. 6. 9; eadem censetur proportio

Quæ Intervalla æqualia.

Cap. IV.

4. 6. quæ 6. 9. non obstante quòd cùm ipsi termini, tum etiam excessus 2. & 3. inæquales sunt.

In Harmonice similiter omnia intervalla vocum à chordis, quæ sunt ejusdem proportionis, venientiũ, & censentur æqualia & scribuntur etiam nota numericâ eâdem; quin etiam linearum intervallis æqualibus pinguntur in diagrammate: sic ut penitus obliviscamur ejus inæqualitatis, quæ est inter excessus diversarum chordarum.



Sequitur igitur, ut proportionis minoris, Intervalla minora dicamus, majoris Majora, sine respectu magnitudinis aut parvitatis respondentium utrinq; terminorum.

Quid inter valla consona quid dissona?

His igitur definitionum loco præmissis; nunc porrò dispiciendum est de differentijs intervallorum. Hactenus quidem proportiones omnes, quas consonas esse demonstravimus, unâ æqualitatis exceptâ, pro totidem Intervallis itidem consonis sunt habendæ: proportiones verò quas dissonas diximus, pro intervallis itidem dissonis. Cùm verò inter dissona intervalla magna sit differentia: sic ut non tantũ consona à Naturâ doceantur, & illius instinctu ab auditu probentur; sed etiam alia minora Intervalla ab eodem sensu stabiliantur; quæ licet dissona sint, apta tamen sunt, per quæ Cantus traducatur; Harmonice Naturam secuta, nomen ijs imponit Concinnorum, eaq; distinguit ab Inconcinnis, quæ nullius cantus ordinati tractum ingrediuntur: Græcè dicuntur ἐμμελῆ & ἐκμελῆ.

Quid Intervalla concinna, quid Incõcinna, causa Nominis?

Quod naturæ ingenium in discrimine Concinnorum & Inconcinnorum cum viderent Veteres: quærendum igitur existimarunt, quodnam esset commune omnibus Concinnis & Consonis minimum Elementum, ex quo secundùm aliquem numerum sumpto, quodlibet ex Consonis & Concinnis componeretur. Necesse enim videbatur existere aliquod tale minimum Intervallum, ut simplex, & ortu prius ipsis Consonantijs, quæ videbantur compositæ ex tali minimo, utpote cùm essent intervalla alia alijs majora.

Atqui res longè aliter habet, quod multis exemplis doceri potest. Nam si specierum omnium Individua, quæ magnitudine differunt, ex uno communi Minimo constant; erit igitur una aliqua minima quantitas humanæ speciei, ex cujusmodi pusionum certo aliquo numero, veluti ex elementis, quilibet homo componatur, procerus ex multis, pumilus ex paucis. Non minus enim in harmonicis qualitas ista, Consonantia, informat chordarum proportionem, seu vocum intervallum, quàm forma hominis molem illam materiæ informat, quæ hominis cute ambitur. Et cur obliti sunt Geometriæ, in qua plurima sunt exempla omnis generis quantitatum incommensurabilium; quarum definitio est, nulla penitus communi mensura, quæ sit ex eodem genere quantitatum, tanquam aliquo compositionis Elemento quantitatis certæ, communicare?

Haec et sequentia, non satis apte composita, autor emendat fol: (pag:) 255.

Sic igitur tenendum est, Intervalla consona (præterquàm quorum unum est alteri Multiplex) esse, ut proportiones illas ipsas, incomensurabilia;

Intervalla Musica pleraq; incommensurabilia.

Cap. IV.

rabilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentiæ numeris exprimantur, quod in simplicibus numeris est signum commensurationis, hæ tamen differentiæ, quippe non simplices numeri, sed fractiones, non sint differentium pars vel partes aliquotæ, secundum aliquem numerum. Verbi causa duæ proportiones 1. 2. & 1. 4. sunt inter se, ut numerus 1. ad numerum 2. sunt ergo commensurabiles; nam 1. 4. est dupla ipsius 1. 2. Hoc in sola serie continuè duplarum locum habet. Nam in serie triplarum, & cæterarum Multiplicium, non dantur duæ proportiones consonæ, ut 1. 9. est quidem tripla ipsius 1. 3. at sola 1. 3. est inter consonas, 1. 9. verò est inter dissonas, per Ax: III. Idem videre est etiam in non multiplicibus, ut in sesquialterâ 2. 3. consonâ, datur sanè ejus multiplex & sic commensurabilis; Nam 4. 9. est ad 2. 3. ut Numerus 2. ad 1. at 4. 9. non est inter consonas. Econtra sint aliæ duæ consonæ, quàm ex serie continuè duplarum, ut 1. 4 & 2. 3. hæ duæ proportiones non sunt inter se commensurabiles, hoc est, non ut numerus ad numerum: Excessus enim 3. 8. ipsius 1. 4. super 2. 3. non metitur neq; 1. 4. neq; 2. 3.

Consona igitur Intervalla, Naturâ priora sunt minoribus intervallis, quæ concinna appellamus: nec illa componuntur ex istis tanquam ex Elementis, aut ex minori aliqua quantitate: sed contra hæc ex illis, tanquam ex causis oriuntur.

Vbi notanda est vox ambigua compositionis; quæ interdum ortum denotat rei naturalem, interdum verò divisionem rei quantitativam, quæ non ortus est, sed destructio potius; ut cùm circulum dicimus constare ex tribus trientibus, dividentes prius circulum mente in tria, aut cum humanum corpus dicimus esse compositum ex membris, non quod fuerint membra ante corpus, & corpus ex illis collectum & constructum, ut domus ex lapidibus & lignis; sed quia corpus causâ molis in hæc membra, quæ singula seorsim corpus organicum amplius non sunt, est dividuum.

Priori significatu negandum est, Intervalla consona vel ex alijs consonis vel ex concinnis componi; posteriori significatu sanè constant, & sic quasi componuntur, (quod ipsi in superioribus usurpaveramus) intervalla consona majora ex minoribus consonis, Consona minima ex concinnis &c. quia in hæc velut elementa dissolvuntur: at non constant diversa inter se ex unius communis minimæ speciei intervallis aliquam multis, nec in talia dissolvi possunt.

Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem caussam habet, distinctam à causis cæterarum, ut in superioribus explicatum. Consonantia enim ipsis intervallis competit, non ut quanta sunt simpliciter, neq; simpliciter ut sunt Relationes; sed ut qualitativæ (hoc est quodammodò figuratæ) sunt relationes. Itaq; commune ipsarum minimum intervallum constituere velle, res est impertinens; cum minimum & maximum non in qualitativis sed in nudis quantitatib⁹, earumq; proportionibus considerentur: Consona verò, ut consona, dividere, est speciem abolere consoni, & pro eâ vel alias consoni species, vel concinna dissona, vel etiam planè Inconcinna intervalla constituere. Non habet igi-

CAP. IV.

bet igitur Intervallum causas aut Elementa consonantiæ suæ à partibus veluti principijs; sicut quantitates commensurabiles accrescunt multiplicatione communis mensuræ, & cum hac mensura sub uno & eodē genere consistunt: sed è contrario, quæ veteres pro principijs habuere consonantiarum (Tonos puta & semitonia & dieses) ea ex Consonantijs ut principijs suis genuinis oriuntur.

Speciem Consoni ut tale non oriri ex numero concinnorum ut partium.

Etsi enim Consona hæc constant ex illis Concinnis non Consonis, (si non ex uno aliquo communi, saltem ex pluribus inter se diversimodè compositis) id tamen non referendum est ad ipsam Intervalli consonantiam. Si enim Concinna conciliarent intervallo majori, ex se composito, suam consonantiam; semper hoc fieret in quacunq; concinnorū multiplicatione, & tanto melior esset consonantia, quanto plura in intervallo concinna; Id vero falsum est, nam ut infra audiemus, duo toni compositi consonantiam faciunt, tres compositi dissonans intervallum constituunt.

Quod autem consonum in Concinna dissona solui potest, ut sequetur; id illi consono per se considerato planè est accidentarium: fitq; tantum modò, quatenus inter se comparantur plura consona, quodlibet ex suis ortum principijs.

Definitio Intervalli Concinni.

Concinna igitur intervalla definiuntur esse, omnes consonorum duplo intervallo minorum, differentiæ; nec alia Concinna recipit naturalis facultas auditus, quam quæ ex hac subtractione oriuntur: ut ita consona intervalla habeant ortum ex Geometria & figuris demonstrabilibus: Concinna verò ex ipsis consonis, sintq; concinna in ordine ad consona, quemodmodum in Geometria Apotomæ (lineæ ineffabiles) sunt ad effabiles potentiâ; quia etiam illæ definiuntur subtractione lineæ Effabilis ab Effabili lineâ.
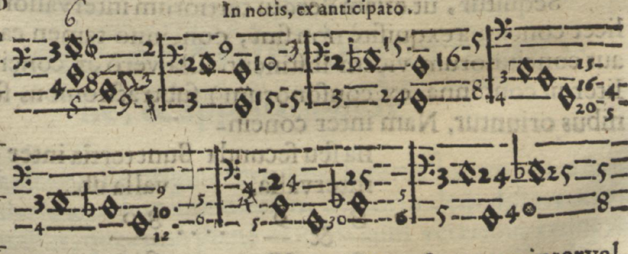
Ortus Concinnorum ex consonis

Porrò comparationis seu abstractionis Methodus alia est generalis seu arithmetica, alia specialis, Harmonices propria. Arithmeticè quidē eliguntur Consona minora duplo, quorum unum non sit alterius pars talis, quam designaverit aliqua Medietas harmonica cap: superioris.

Intersunt ergò

Inter consona ista.	Concinna hæc.
$\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$	$\frac{8}{9}$
$\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$
$\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$	$\frac{15}{16}$
$\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$
$\frac{4}{5}$ & $\frac{5}{6}$	$\frac{24}{25}$
$\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{8}$	$\frac{24}{25}$

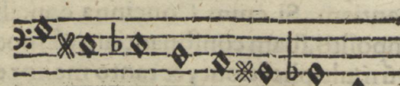
In notis, ex anticipato.



Harmonica comparatio Consonorum intervallorum respicit ortum eorum, & quam quodlibet ex ortu suo sortiatur altitudinem. Nam per omnes proportionum comparandarum terminos majores unus & idem circulus Totus repræsentatur, eiq; analoga chorda integra, communis omnibus sectionibus Harmonicis.

monicis. Igitur omnibus numeris majorum terminorum ex sectionibus 7. Harmonicis, scilicet 2. 3. 4. 5. 6. 5, 8. quærendus est communis minimus dividuus 120; & chorda tota est distinguenda in totidem partes æquales, ut sonus totius chordæ constituatur pro communi termino majore omnium consonorum per sectiones factorum, & accomodandi termini minores, ut inter se comparati constituant intervalla concinna, quæ hoc capite investigantur: prodeunt autem eadem, quæ prius arithmeticè.

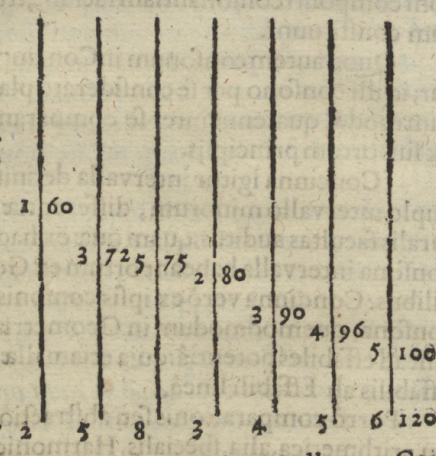
Ecce in Notis ex anticipato.



60. 72. 75. 80. 90. 96. 100. 120.

Nam De 120. pars $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ est 60, 72, 75, 80, 90, 96, 100. Et partium proportio hæc.

72 & 75: $\frac{24}{25}$; 75 & 80: $\frac{15}{16}$; 72 & 80: $\frac{9}{10}$; 80 & 90: $\frac{8}{9}$; 90 & 96: $\frac{15}{16}$; 96 & 100: $\frac{24}{25}$; 90 & 100: $\frac{9}{10}$.



Hic igr est ortus intervallorum Concinnorum dissonorum, quibus paulò post sua dabimus nomina.

De genesi tertiorum intervallorum.

Sequitur, ut etiam de ortu tertiorum intervallorum dicam, quæ licet concinna exquisitè non sint, concinno tamen cantui inserviunt, aut concinnorum vicem sustinent. Illa verò ex concinnorum (similiter ut concinna ex consonorum) subtractionibus seu comparationibus oriuntur. Nam inter concinna seu secunda intervalla. Sunt tertia intervalla ista.

$\frac{8}{9}$ & $\frac{9}{10}$ .... $\frac{80}{81}$

$\frac{8}{9}$ & $\frac{15}{16}$ .... $\frac{128}{135}$ Quod componitur ex 24.25.&80.81. & paulo admodum est minus quàm duæ 15.16.

$\frac{9}{10}$ & $\frac{15}{16}$ .... $\frac{24}{25}$

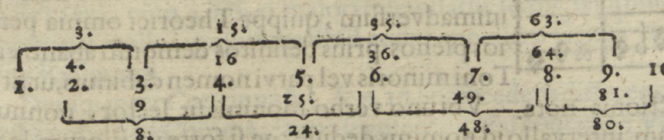
His

His addi poteſt duplicatum intervallum 15. 16. ſc. 225. 256. q͠d paulò minus excedit intervallum 8.9. quam 15. 16. intervallum 128. 135. Et priora quidem tria oriuntur ex ſubtractione mutua Concinnorum diverſorum: hoc vero ex additione duorum concinnorum æqualium, ſed minus uſitatè.

Atq; hinc emicat

Corollarium arithmeticum

pulchrum admodum in numeris & typo ſequenti.



Omnis ſc. numeri infra decem quadratum cum rectangulo binorum numerorum illum proximè circumſtantium conſtituit intervallū vel conſonum vel concinnum vel Tertium, excepto ſeptenarij quadrato 49. & rectangulis ejus duobus 35. & 63. Sed hic exulat concinnum 9. 10. & conſona pleraq;, præter 3. 4. Eſt igitur fortuitum, reſpectu ordinis Numerorum & facturæ hujus typj.

Fruſtra cauſas hinc petet arithmeticus, fruſtra ſeptenarij ſuperſtitione occupabitur Pythagoricus; tanquam numeri numerantis: altiùs res eſt repetenda ex Geometria, & Numeris numeratis & figuratis, ſc. ex ipſis figuris indemonſtrabilibus, quarum eſt prima ſeptangulum. Nam quo minus ultra decem typus continuari poſſit, ſequente Concinni natura; non jam ſeptenarius amplius impedit, ſed alij numeri figurarum indemonſtrabilium 9. & 11. qui rectangulum efficiunt 99. q͠d cum quadrato Denarij 100. conſtituit intervallum penitus abhorrens à natura Cantus. Uſq; adeo multum intereſt inter Axiomata doxaſtica & epiſtemonica.
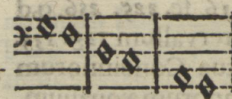
Ordo concinnorum in perfectione, & appellationes.

Diximus hactenus de origine & ordine Intervallorum, quæ ſunt minora conſonis: dicendum nunc etiam de eorundem differentijs, deq; appellationibus, quas non planè eaſdem cum veteribus retinere poſſumus, cùm & in rebus ipſis & in cauſis earum, nobis ab illis diſcedendum fuerit.

Conſentaneum igitur eſt ſupra dictis, preſertim Axiomati II. ut horum intervallorum ad concinni naturam pertinentium, quodlibet retineat naturam illorum conſonorum, à quibus conſtituitur. Cùm igitur ex conſonis duplo intervallo minoribus, perfectiſſima ſint iſta 2.3. & 3.4.

CAP: IV.

Tonus Major quid?



propter figurarum Nobilitatem à quibus originē ducunt: etiam ſoboles earum cōmunis inter concinna, ſc. 8. 9. cæteris erit præferenda. Hoc igr intervallum cōmuni cum veteribus nomine TONVM dicamus, & propter hanc præcellentiam, Tonum perfectum, propter verò magnitudinem proportionis, Tonum Majorem.

Viciſſim ſi compares perfectum 2. 3. majus cum majori imperfecto 3. 5. ſuperiùs, vel ſi perfectorum minus 3. 4. cum imperfectorum minori 5. 6. inferiùs, naſcetur ex hoc connubio intervallum concinnum imperfectius 9. 10. quod eſt minus quam 8. 9. quod intervallum cum in

Tonus minor.



veteri Muſica ante Ptolemæum ferè non eſſet animadverſum, quippe Theorici omnia per tonos plenos prius definitos demonſtrabant; ei nos Toni minoris vel parvi nomen dabimus, ut ſit hæc imperfectionis nota. Vbi uno verbo monitus ſit lector, nonnullos alij cuidam intervallo id nominis dediſſe; ne ſi forte in illorum lectionem inciderit, oſcitantia perturbetur.

Sin autem perfectum majus 2. 3. cum imperfecto minori 5. 8. ſuperiùs, vel ſi perfectum minus 3. 4. cùm imperfecto majori 4. 5. inferiùs aſſociaſti; Concinnum ex comparatione ortum ſc. 15. 16. rurſum trahit aliquid imperfectionis ex origine hac ſua, diceturq; ſemito-

Semitonium.

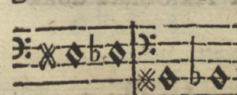


nium, vocabulo eodem, quod habet ipſū hoc intervallum in uſitatâ hodierna muſicâ, quia paulò majus eſt ſemiſſe Toni majoris. Hoc aliqui Tonum Minorem dictitarunt, à quibus lector ſibi caveat, ne perturbetur.

Hæc igitur tria orta a perfectis, comparatis vel inter ſe vel cum imperfectis, hoc obtinuerint, ut concīna per ſe & ſemper eſſent.

Contra ſi comparaſti inter ſe imperfecta, ex Pentagono vel Decagono orta, vel ſuperiùs 3. 5. cum 5. 8. vel inferiùs 4. 5. cum 5. 6.; intervallum hinc ortum, ſcil. 24. 25. tantæ eſt imperfe-
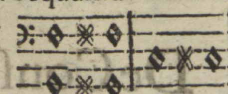
Dieſis.



ctionis, ut penè inter concinna eſſe deſinat. Hoc intervallum appellabimus Dieſin, voce veteri; quaſi dicas, remiſſionem chordæ. Nec laboro, ut ſub hac voce eandem cum veterib⁹ quantitatem intervalli proponam; quod iterum monuiſſe ſufficiat. Imperfectionis cauſæ ſunt tres; origo, parvitas (cùm non æquet partem toni perfecti tertiam) & quia eſt etiam inter Tertia connumeratum ſuperiùs, inter illa ſc. quæ concinnandis generibus cantus inſerviunt: oritur enim etiam ex tono minori & ſemitonio comparatis. Nam hoc intervallum non per ſe, nec ſemper concinnum eſt; non ſolet enim vox humana cantū una & eadem ἀγωγῇ per hoc intervallum traducere, ut per intervalla cætera; ſed negligit & tranſſilit illud, niſi tantum in variatione cant⁹, condimenti cauſa: tunc fit extraordinariè concinnum, ſed ſic ut quaſi novum genus cantus incipiat; & artis eſt laboriſq; non modici, voce humana ſine organo id aſſequi. Itaq; hoc intervallum tantum diſcriminat genera concinnorum, eoq; pacto ijs inſervit. Cœpi-

Cap. IV.

Cœpimus dicere de Intervallis tertijs; primum enim ex ijs 24. 25. seu diesis, idem fuit etiam concinnorum ultimum. Sequuntur nunc etiam reliquorum appellationes. Nam 128. 135. q.d oritur ex 15. 16. et 8. 9. potest apellari diesis major & irregularis; quod ut supra dictum paulo ad modum (sc. quantitate 2025. 2048.) est minus intervallo concinno semitonij & vix ab illo dignoscitur. Estq; hoc nomine inter concinna, quia dieseos legitimæ vicem sustinet; præsertim in mutatione cantus. Est enim genesis ejus non tam naturalis, quam usu necessaria, ut undiquaq; sint in promptu semitonia & dieses, propter varia condimenta cantus. Qua de causâ, cùm à Tono majori rescindatur semit: legitimum, hoc restante intervallo, possumus illud etiam appellare Græcâ voce Limma seu Residuum.



Diesis major seu Limma.

Deniq; inter Concinna 8. 9. & 9. 10. intercedens differentia 80. 81. potest à nobis dici Comma, latine segmentum seu concisio; Veteres enim Diesin suam in 4. partes concidebant, indeq; Commata illas appellabant, existimantes hoc esse commune Elementum consonorum omnium: hoc verò intervallum est parte quarta de nostra diesi paulo majus, minus parte tertia. Nam 24. 25. est 72. 75. vel 96. 100. Ergo pars tertia esset 74. 75. pars quarta 96. 97. circ: est verò 80. 81. inter utrumq;. Nos propiori numero possemus illud definire octavam partem toni majoris, sc. 8. 9. Quod etiam sic patet. Hic dividitur Tonus major 8. 9. in diesin 72. 75. semit: 75. 80. & comma 80. 81. comma verò fuit modò pars circiter tertia dieseos: igitur commata circiter 4. æquiparantur dimidio Toni; octo, toti Tono, proximè quidem, non omnimodè. Hoc igitur intervallum inter concinna illa planè non est, quæ deinceps canuntur, ob parvitatem auditu vix perceptibilem, nedum humano cantu per se seorsim, binis deinceps vocibus expressilem. At non ideo desinit esse concinnum ut 11. 12. & similia: quia comparamus etiam illa, quæ locis & tempore sunt dissita. Duplex verò semitonium ideò statuendum est, quia in divisione Tonorum deinceps ordinatorum, bina aliquando semitonia locantur deinceps; ijsq; in unum conflatis interdum pro tono utuntur, qui varietatem affectant & insolentiam, ad exprimendos graves animorum motus.

Comma.

8.	72.	24.
	75.	15. 25.
	80.	16.
9.	81.	

Semit: duplex.

Nota quod inter semitonium 15. 16. & Diesin 24. 25. est 125. 128. ferè 42. 43. seu comma duplex. Cui si addideris Comma 80. 81. fit 625. 648. ferè 27. 28. seu comma triplex. Idem verò 80. 81. ablatum à diesi 24. 25. relinquit 243. 250. quod est quamproximè 35. 36. Idem comma ablatum à semitonio 15. 16. relinquit Limma Platonicum 243. 256. quod est ferè 19. 20. additum verò ad 15. 16. facit 25. 27. quod est inter 12. 13. et 13. 14. Sic duo Toni majores 8. 9. faciunt additi 64. 81. quo intervallo ablato à 3. 4. constituit Plato Limma suum. Hoc verò 243. 256. ut limmate ablato à Tono majori, restabat Platoni 2048. 2187. quod ille Apotomen appellavit, estq; majus commate 80. 81. uno quam Limma nostrum 128. 135. & superat semitonium 15. 16. parum admodum.

Comma duplex. Triplex. Diesis diminuta. Limma Platonicum. Semit: auctum. Apotome Platonis.

Hæc quamvis sint inusitata intervalla; fiet tamen infra lib: V. aliquorum mentio.

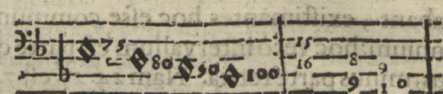
CAP. V.

CAPUT V.

De Consonorum intervallorum sectione naturali in Concinna, & hinc ortis eorum appellationibus.

Quæ essent Intervalla Concinna, id est auribus humanis in traductione cantus observabilia, & voce canentis imitabilia, dictum est capite præcedenti. Nunc singulari cura dispiciendum est nobis, in quæ Concinna quodlibet ex Consonis, naturâ Duce dissolvatur.

Resumptis igitur numeris ijsdem, per quos omnes sectiones harmonicæ naturales, chordæ unius, in unum conspectum collocatæ fuerunt: apparebit nobis, intervallum inter numeros 75. & 100, interpositis 80. & 90. abijsse in hæc tria concinna, in semitonium 75. 80. vel 15. 16. Tonum majorem 80. 90. hoc est 8. 9. & tonum minorem 90. 100. hoc est 9. 10.



Idem etiam est factum cum intervallo inter numeros 72. & 96. intercedentibus ijsdem 80. 90. Nam 72. 80. est 9. 10. Tonus minor: & 80. 90. ut supra, est Tonus major, deniq; 90. 96. est 15. 16. Semitonium. Utrinq; verò inter extremos, tam 75. 100. quàm 72. 96. intervallum 3. 4. deprehenditur. Quare cum Natura nos docuerit coaptare hos numeros, ob sectionem circuli per figuras demonstrabiles: Natura igitur duo intervalla sesquitertia, certi situs inter duos terminos proportionis duplæ, actu ipso sectionum, divisit in tria intervalla perfecta Concinna, Tonum majorem, tonū minorem, & semitoniū. Atqui trium intervallorum contiguorum, oportet esse locos seu voces seu chordas quatuor. Hinc igitur intervallum sesquitertium, dici cœpit Quarta, subaudi, Quarta vox à primâ seu superiore seu inferiore. Eâdem de causa Græci appellant hoc intervallum Διὰ τεσσάρων, quod latinis etiam litteris exprimimus, usitato modo scribentes Diatessaron.



Quarta seu Diatessaron

Sequitur igitur, ut quia intervallum sesquialterum superaddit tonum unum perfectum (quippe differentia inter 2. 3. & 3. 4. fuit 8. 9.) ex hoc ipso, dicatur Quinta, seu, Græcæ pronunciationis imitatione, Diapente; non obstante quod actu ipso in totidem concinna divisa non sunt per sectiones nostras harmonicas, intervalla sesquialtera: eâq; de causâ numerus unus, ad hanc divisionem plenariam necessarius, adhuc nobis desit: quem defectum Deus ipse creator etiam in planetarum motibus expressit, ut libro quinto audiemus.

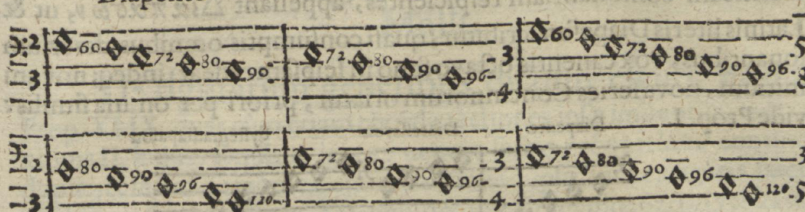
Quinta seu diapente.

Porrò quia sic etiam tàm 5. 8. quàm 3. 5. superaddunt sesquialteræ 2. 3. u-

2. 3. unum ex jam dictis elementis, illud quidem semitonium 15. 16. hoc verò tonum minorem 9. *10.*; ex hoc appellantur Sextæ, illud quidem major, hoc minor.

CAP. V. Sextæ, major & minor.
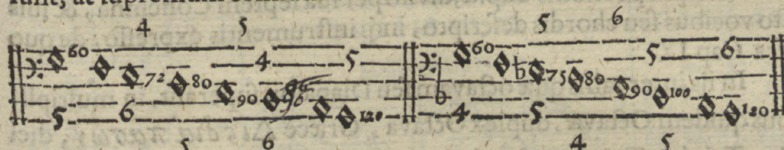
Diapente Diatessaron Dia hex



Vicissim quia tam 4. 5. quàm 5. 6. demunt de sesquitertia unum ex jam dictis Elementis, illud quidem semitonium *15.* 16. hoc verò tonum minorem 9. 10. ut ostensum est capite præcedenti, restant igitur ijs bina solummodò ex elementis concinnis, illi quidem Toni, major & minor; huic Tonus major & semitonium. Ex hoc quidam Intervalla hæc appellant voce Græca Ditonos, majorem & minorem vel semiditonum, cùmq; duo intervalla tres requirant terminos seu voces, ideò dicuntur, Tertiæ major & minor. Et horum intervallorum per sectiones chordæ naturales constitutorum cætera quidem actu sic divisa sunt, at supremum & imum actu divisum est nondum.

Quid tertia major & minor.

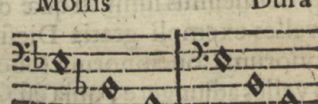
Galilæus Ditoni voce utitur ad significandum aliud quippiam ex veterrima Musica, quod differt à tertia, majore consonante Vide C. XII.



Et cum harmonicæ 3. 5. & 4. 5. sint ex Pentagono, cujus latus ineffabile, sed & 5. *8.* & 5. 6. misceant aliquid de natura Pentagoni; hinc fit ut biga utraq; sit imperfectioris consonantiæ; quæ quo minor est, hoc mollior & blandior auribus accidit; Minor verò est in 5. 6. & 5. 8. quia totum circulum, vel figura perfectiori (*s.* Hexagona, cujus latus est effabile longitudine) vel in partes proportionis continuè duplæ (quæ identica est) *sc.* in *6.* & 8. dividunt: Ergò 5. 8. & 5. 6. habentur pro sexta & tertia molli: 3. 5. verò & 4. 5. pro sexta & tertia durâ sive asperâ; & sic etiam appellantur.

Origo vocū Tertia, vel sexta dura, & Mollis.

Mollis Dura



Deniq; quia proportionis duplæ intervallum, ut supra dictum, ex sesquialtero & ex sesquitertio constat, quorum illud Quinta dicitur, hoc Quarta; quæ tamen bina in sui medio habent unum communem terminum, qui unius ultima est, alterius prima, versus plagam eandem in hunc modum;

Octava seu Diapalon.

Prima. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. 6. 7. 8.
Prima. Secunda Tertia. Quarta.

Sequitur igitur, ut ultima posterioris in numeratione, sit numero octava. Atq; inde hoc intervallum Octavæ nomen obtinuit. Græci ad identicam consonantiam respicientes, appellant Διὰ πασῶν, ut & Latinis literis Diapason scribitur; quasi consumptis omnibus diversum sonantibus, vox canentis octavo sono in seipsam redeat: indeq; novum initium, nova series Concinnorum oriatur, priori per omnia similis: vide Prop. I.

Quid octava seu Diapason.

Diapente. Diatessaron Systemadiapason



Frustra hic philosophantur de Numero, cur sc. octava vox consumat omnes, inq; idem redeat? verè enim respondendum est per petitionem principij, quia sc. natura fiat, ut intervallum proportionis duplæ, quod per Cap. I. est Identisonum, dividatur in intervalla concinna septem, quæ determinantur sonis octo: ut hoc capite probatum est. Ipsi putant fieri hoc, quod Numerus 8. sit primus Cubus & prima Tessera. At quid sectioni chordæ cum solidis? Et cur non etiam vox vicesima septima (secundus is cubus est,) redit eôdem?

Quid Systema?

Hinc adeò etiam Systematis nomen propriè & primò convenit intervallo proportionis duplæ, diviso per sua septem Concinna, & suis octo vocibus seu chordis descripto, inq; instrumentis expresso: de quo infra Cap IX.

Disdiapaso.

In ijs intervallis quæ octavam seu Diapason superant, in multiplicibus quidem Octavæ, duplex Octava, Græcè Δὶς διὰ πασῶν, dici solet, Triplex Trisdiapason, & sic consequenter: In cæteris verò exprimitur Diapason, ejusve multiplex, & additur excessus, hoc pacto, Quinta supra octavam, aut, Octava supra Quintam, Diapasonepidiapente, vel Διὰ πέντε ἐπὶ διὰ πασῶν. Interdum & numero pergimus, appellantes Nonam, Decimam, Duodecimam, &c.

Hæc igitur sectio intervallorum consonorum in concinna, naturalis est, quantitasq; hæc, & numerus elementorum concinnorum, ternario non major non sola aurium assuefactione nititur; sed auditus hoc habet ex instinctu naturali: nec possunt, præter ista, vel alia intervalla, vel alio numero pro concinnis sumi, in quæ dividatur quodlibet ex consonis. Nam si velles exempli gratia Diesin adjungere, primum illa est etiam dissonorum Concinnorum soboles; deinde si maximè illam tantum ideò velles adjungere, quia est Consonorum soboles; at solam non posses: traheret n. secum Limma seu Semitonium minus, quod tantùm à dissonis oritur. At consentaneum est, auditum illud à sobole consonorum distinguere, ijsq; admissis inter canendum, interq; secunda intervalla, hoc ceu spurium repudiare.

Quare etiam Diesis inter principalia Octavæ intervalla non erit.

CAPUT VI.

CAPVT VI.

De cantus generibus, Duro & Molli.

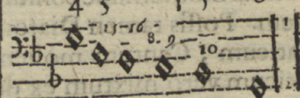
De figurarum generibus dictum est lib. primo, Prop. XLIX. quas cùm etiam chordæ sectiones ipsæ imitentur, per Axioma II. hujus; sequitur igitur, ut quia sectio proportionis continuè duplæ, & sectio Trigonica, ejusq; continuè duplæ, sunt ex figuris laterũ effabilium saltem primis, Triangulo & Quadrangulo: Sectio verò Pentagonica fit latere ineffabili; illæ igitur sectiones per Ax: IV. efficiant unum genus cantus, ista genus alterum; cui quidem non propter figuram Tetragonam, sed solùm propter identicam bisectionis consonantiam, ad miscetur etiam bisectio.

Hinc ergo nascuntur duo sectionum Genera, unum quidem habet sectiones has

Sectiones.	Communi denominatore.	Intervalla.
1/2	12	4/5
5/8	15	15/16
2/3	16	8/9
3/4	18	9/10
5/6	20	5/6
	24	

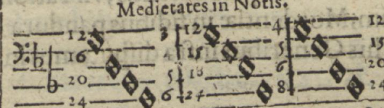
Genus molle.

4 5 | 5 6



12 15 16 18 20 24

Medietates in Notis.



In hoc genere ex sex bigis Medietatũ Cap: tertij admittuntur hæ.

3. 4. 5. 6.
vel 12. 16. 20. 24.

4. 5. 6. 8.
vl 12. 15. 18. 24.

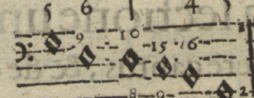
Et. 12. 15. 20. 24.

Alterum genus complectitur sectiones has.

Sectiones.	Com: Denominat:	Intervalla.
1/2	30	5/6
3/5	36	9/10
2/3	40	8/9
3/4	45	15/16
4/5	48	4/5
	60	

Genus durum.

5 6 | 4 5



30. 36. 40. 45. 48. 60.

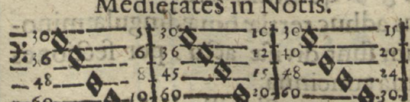
Hic insunt bigæ medietatum ex Cap. III. istæ

5. 6. 8. 10.
vl 30. 36. 48. 60.

10. 12. 15. 20.
vl 30. 36. 45. 60.

& 15. 20. 24. 30.
vel 30. 40. 48. 60.

Medietates in Notis.



Hæc

CAP. VI.

Hæc ſunt illa vulgo celebrata duo Cantus genera; & prior quidẽ dicitur cantus mollis, quia inveniuntur in eo ordinata ab imâ voce, intervalla, Tertia & Sexta, molles; poſterior verò cantus durus, ab ejuſdem denominationis intervallis eodem loco ſyſtematis octavæ ordinatis, quorum nominum ratio dicta eſt, capite V. præcedente.

Quemadmodum enim illic 5. 6. loco imo, non tulit 3. 5. ſic jam hic 4. 5. non fert 5. 8. quia natura cantus concinni requirit hoc, ut tertia cum ſexta faciat perfectam quartam ſeu diateſsaron.

Hinc igitur apparet naturalis ſepes utriuſq; generis. Nam cùm in cantu molli ſit imo loco 5. 6. in duro 4. 5. & differentia utriuſq; ſcilicet dieſis 24. 25. non ſit ex concinnis ordinarijs, per caput IV. ergò non poterunt eâdem cantus naturalis ſerie ſimul ſtare imo loco 4. 5. & 5. 6. ſed aſsumpta 4. 5. tertia majore, debet illâ vice exulare ab imo loco 5. 6. aut hac receptâ extruditur illa; ubi 4. 5. trahit ſecum 3. 5. & 5. 6. trahit ſecum 5. 8. ſextam minorem.

Rurſum autem hoc diſcrimen utriuſq; generis harmoniæ, Deus ipſe in motibus planetarum expreſſit, ut lib. V. audiemus.

De Veterum tribus illis Generibus, quorum hæc Nomina, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, hic conſultò ſuperſedeo dicere, ne confundam lectorem. Poſſis tamen Diatonicum interpretari, Cantum durum, Chromaticum, Cantum mollem, aut Diatonicos quidem ſingulos, chromaticum verò, mixtum ex duro & molli. Enharmonium verò nihil habet reſpondens in cantu naturali; in uſuali verò Muſica reſpondent illi quadantenus, vibrationes Vocis humanæ, tremor Organorum, Mordentiæ in fidibus panduræ, & ſimilia.

Vide quæ de his Generibus infra diſputamus in Appendice ad textum Ptolemæi. — Ibi nihil inveniet lector.

CAPUT VII.

De plenaria ſectione unius Octavæ in utroq; genere cantus, & de ordine naturali concinnorum omnium.

Igitur hactenus Natura ipſa oſtendit, in cantu molli, tertium ab infra concinnum, eſſe Tonum minorem 9. 10. quartum, Tonum majorem 8. 9. quintum, ſemitonium 15. 16. in cantu verò duro, tertium ab infra 15. 16. quartum 8. 9. quintum 9. 10.

*R*eſtant in utroq; genere Cantus adhuc tertiæ binæ, ſingulæ minores & ſingulæ majores, quæ nec dum ſunt diviſæ actu, per ſectiones chordæ naturales, in elementa minima concinna.

Primùm videamus, in quæ Concinna poſſint illa dividi, deinde quo ordine collocanda ſint ſingula.

Satis autem natura docet, ſi poſſimus illa dividere in eadem elementa, ex quibus hactenus vidimus conſtare, natura monſtrante, Diateſſa-

tessaron consonantias; non debere nos uti alijs, quarum exempla natura non monstrat. Docet igitur Arithmetica, 4. 5. constare ex 8. 9. & 9. 10. sic 5. 6. ex 8. 9. & 15. 16. En eadem concinna, quæ & hactenus.

Quod nisi ordinaveris imo loco Tertiæ cujusq; inferioris, Tonum majorem; non poterit esse chorda una in utroq; genere cantus. Si enim in cantu molli non poteris imo loco ponere tonum majorem, oportet igitur ut ibi colloces semitonium 15. 16. quia hæc duo sola insunt in intervallo 5. 6. indiviso. In duro contrà esset collocandus imo loco Tonus minor, quia illud consonum indivisum, scilicet Tertia major, non habet semitonium, quod antea in molli ponendum fuisset imo loco; ita fierent duæ Chordæ, quarum longior cum maximâ constitueret semitonium, pro cantu molli, altera tonum mai(ino)rem, pro duro.

Accedit secundò quòd naturæ consentaneum videtur, ut, ubicunq; liberam sectionis electionem habemus, majora intervalla vergant ad sonos graves, quia etiam ipsi graves acutis sunt minores.

Eâdem prima ratione evincemus etiam, superiorem tertiam, indivisam hactenus, sic esse dividendam, ut tonus major sit loco summo, ne septima chorda gemina fiat. Est enim in cantu molli superius 4. 5. in duro 5. 6. naturali methodo in superioribus traditâ. Si ergò Tonum perfectum (alterum scilicet elementum Tertiæ) ordinaremus loco inferiori huius Tertiæ superioris; tunc intervallum idem à diversæ altitudinis vocibus consurgens, pertingeret etiam ad diversæ altitudinis voces, quas pro unâ faceret duas. Hæ rationes demonstrativæ & planè necessariæ, sufficiunt contra authoritates Ptolemæi, Zarlini, Galilæi, qui imo loco octavæ habent tonum minorem.

Igitur chordæ octo explicantur his numeris ad eundem communem minimum denominatorem redactis.

Systema Octavæ

In cantu molli.

Voces seu Loca	In Notis.	Longitudo chordarũ.	Vel	Quartæ Superior.	Media naturaliter divisa.	Vel	Ima.
VIII.		72.	360.	24			
VII.		81.	405.	27			
VI.		90.	450.	30	30.	15.	
V.		96.	480.	32	32.	16.	
IV.		108.	540.		36.	18.	27.
III.		120.	600.		40.	20.	30.
II.		128.	640.				32.
I.		144.	720.				36.

CAP. VII.

In cantu duro.

Voces seu Loca	In Notis.	Longitudo chordarũ.	Quartæ. Superior	Media naturalr divisa.	Ima.
VIII.	◊	360.	120.		
VII.	◊ 40	405.	135.		
VI.	◊ 45	432.	144.	36.	
V.	◊ 48	480.	160.	40.	
IV.	◊	540.		45.	135.
III.	◊ 36	576.		48.	144.
II.	◊ 40	640.			160.
I.	◊ 45	720.			180.

**Vide etiam hunc typum, qui eodem redit.

Loca C. duri	VIII.	VII.		VI.	V.	IV.	III.	II.	I.
Chordæ	360.	405.	432.	450.	480.	540.	576. 600.	640.	720.
Loca C. mollis	VIII.	VII.	VI.		V.	IV.	III.	II.	I.

Expressas vides in numeris minimis, non tantũ omnium octo lõgitudinum proportiones, sed etiam quatuor supremarum, & quatuor imarum, numeris minoribus; inprimis verò trium supremarum & trium imarum, de quarum medijs earumque numeris mihi cum authoribus hoc in capite controversia intercedit, Nam VII. in utroq; Genere cantus est 405. Et II. utrinq; 640.

Memineris autem, chordas uniuscujusq; Generis tantum principales octonas in hoc capite poni: de accessorijs, quarum unam Cantus durus adsciscit loco pene supremæ, in sequente dispiciemus: hic enim id agimus, vt videamus, quomodo penesupremæ & penimæ constituendæ sint, ut in utroq; Genere possint esse eædem.

Et quia in conjunctione harum utriusq; cantus principalium octo chordarum, fit ut duæ earum geminentur in Instrumentis Musicis: fiunt ergò in communi systemate, chordæ principales unius Octavæ, decem, agnoscuntur tamen (& sic etiã appellantur) Loca non plusquàm octo. Vide originem vocabuli Cap: IV. **

CAPVT. VIII.

De numero & ordine minimorum intervallorum unius Diapason.

Intervalla imum & summum, ut & quartum, naturâ hoc, illa naturæ imitatione, facta sunt Toni majores: à quibus rursum imitatione naturæ, quæ tonum minorem secat in semitonium & diesin, abscinduntur itidem semitonia 15. 16. propter majorem varietatem, in cantus flexibus seu anfractibus præcipuè; idq; superiori parte intervalli: restant igitur in parte inferiore Limmata, seu dieses majores 128. 135. quod diesin 24. 25. uno commate superat. Præ-

Præcipua verò est hujus abscissionis necessitas in supremo intervallo, quod capite præcedenti tonum majorem fecimus, quia cantus durus semitonio in summo, vel tono majore promiscuè & pro re nata utitur, crebrius tamen illo & penè soleñiter, eò quod sicut septima ordinaria facit cum quarta Epitriton seu Diatessaron 3. 4.: (sc. 405 cum 540. capitis superioris): sic etiam hæc VII. extraordinaria, diapente perfectum seu 2. 3. cum III. facere amet, quia III. est propria generis duri, sc. 576. ut argutior hoc pacto cantus fiat. Et verò 2. 3. de 576. est 384. q; d cum VIII. scilicet cum 360. facit 16. 15.

CAP. VIII.

Cape hoc Exemplum in Notis ex anticipato. Etsi haud contenderim si quis affirmaverit, hujus melodiæ proprietatem sic rectius exprimi.



Sed de hac re infra ex professo.

Itaq; fiunt in una octava in universum chordæ tredecim, his numeris seu terminis minimis: quibus interposui intervalla omnia minima secundum naturalem ordinem in pleno & perfecto Systemate organico.

	Longitudines chordarum.	*Intervalla concinna vel quasi.*
Supra.	1080	
		Semitonium.
	1152	
		Limma.
	1215	
		Semitonium.
	1296	
		Diesis.
	1350	
		Semitonium.
	1440	
		Semitonium.
	1536	
		Limma.
	1620	
		Semitonium.
	1728	
		Diesis.
	1800	
		Semitonium.
	1920	
		Semitonium.
	2048	
		Limma.
Infra.	2160	

In notis usitatis.



Vides.

CAP. VIII.

Organistarum Atechnia.

Vides duobus locis concurrere bina ſemitonia infra dieſin, quod ſupra dicebamus futurum. Atq; id arripiunt artifices in organis, & duobus ſemitonijs pro tono vtuntur, quoties inſolentiorem aliquam mutationem inſtituunt. Etſi ex artis inſtituto contemperant omnia intervalla, ſic ut nullum ſincerum relinquatur, ſed ut intervalla, quæ debebant eſſe perfecta, minimo perfectionis damno, ſublevent & leniant cæterorũ imperfectionem; quâ ratione fit, ut toni omnes organicis ſint æquales, limma etiam æquale ſemitonio, adeòq; duo ſemitonia faciant illis tonum, perfecta biſectione; quod ut tanto facilius ſuccedat, ne dieſis quidem perfectionem ſuam demonſtrativam apud illos retinet.

Sectio Monochordi expedita pro chely eiusq; reprobatio per Auditus ſenſum.

Hic locus poſtulat, ut quæ ſupra ſub finem capitis ſecundi promiſi, præſtem: nimirum ut cum meis inventis comparem ſectionem Monochordi Teſtudinariam, à Vincentio Galilæo, ni fallor, ex Ariſtoxeno prolatam; & ſuper ea quoq; aures interrogem, ſic tamen, ut Ratio eloquatur, quod ipſas dicturas eſſe conſentaneum fuerit.

Cùm enim Diapaſon conſtet ex concinnis intervallis ſeptem; unde nomen habet OCTAVÆ, ut dictum capite priori: inter quæ intervalla ſunt quinq; toni, duo ſemitonia; & tonorum quilibet biſecari poſſit in partes ſemitonio proximas, ut ita fiant intervalla duodecim hoc cap: definita, literis *G. Gę. A. b. ♮. c. cę. d. dę. e. f. fę. g:* hinc occaſione capta Muſici inſtrumentarij duodecim & ipſi intervalla in uno Diapaſon ſtatuerunt; id verò viâ minimè laborioſa, ſed omninò facili & expedita, ut mechanica pleraq; par eſt eſſe; quæ talis eſt. Totam colli teſtudinarij longitudinem, inter duo quidem Ephippia ſeu magadia, quibus incumbens chorda, liberam tota longitudine intercepta vibrationem obtinet, dividunt in partes æquales 18. & primam à Verticillis ligaturam ſeu Tactum ſic ponunt, ut ſupra ſit pars 1. infra 17. Deinde has reſiduas 17. deletis diviſionis punctis, de novo in alias 18. dividunt, & ſecundâ ligaturâ abſecant unam ut prius, idq; repetunt duodecies: cum duodecimâ abſectione dicunt relinqui tantam Partem Chordæ, ut ſit inter illam & Totam Conſonantia diapaſon. Sit ergò longitudo chordæ 100000. Si 18. partes fiunt 100000. quid 17.? prodit 94444. Rurſum ſi 18. valent 94444 quid 17? prodit 89198. Et ſi 18. valent 89198. quid 17? prodit 84242. &c. Hoc pacto prodeunt numeri duodecim pro totidem intervallis, quibus ad latus poſiti ſunt Numeri, quantos poſtulat vera ratio hactenus demonſtrata, in quantitate chordæ totius.

Hæc ratio ſi exacta eſset; tunc ſanè proportio repetita duodecies æqualis eſset proportioni duplæ inter 1. 2. quod ſciunt boni Arithmetici falſum eſſe; cùm 1. 2. & 17. 18. ſint incommenſurabiles. Hæc tamen

CAP. VIII.

	Ratio Galilæi.	Vera ratio hactenus demonstrata
G.	100000.	100000.
Gę.	94444.	93750.
A.	89198.	88889.
b.	84242.	83333.
♮.	79562.	80000.
c.	75242.	75000.
cę.	70967.	71111.
d.	67025.	66667.
dę.	63301.	62500.
e.	59785.	60000.
f.	56463.	56250.
fę.	53325.	53333.
g.	50363.	50000.

Numerorum formâ eâdem expressa.

tamen mechanica sectio chordæ satisfacit auditui utcunq; ; propterea quòd numeri singuli ad ; veros juxtà positos appropinquant, & quia chordæ chelyum tensiles sunt, & diversi quodammodò soni, acutiores in principio, cùm est earum motus adhuc magnus, recens dimissarum à digito; graviores & remissiores, cùm latitudo vibrationis contrahitur in angustū, chordâ in se redeunte. Quin etiam in tactu leniori vel fortiori differentia est, inq; latiori vel reductiori, pro scientia Musici. At si auditus judicium cum Rationis sollerti indagine examines; statim apparebit dissensus: quod sic probo. Agnoscunt sanè aures harmoniam inter 100000. & 50363; ut affirmat Mechanicus: agnoscunt eandē etiā inter 100000. & 50000. ut ego affirmo. Quæritur utrum nihil diversitatis animadvertant aures, & utrum harmonia hæc obtineat tantam latitudinem? Respondeo ex meis sectionibus harmonicis Cap: II. quod non. Nam quomodò nihil discernunt inter duas Consonantias, chordarum 100000. 50000. & chordarum 100000. 50363. eodem modo neq; discernent inter duas Consonantias, chordarum 100000 50000. & chordarum 100000. 49637. quia æqualis hic & illic est differentia binarum consonantiarum.

Atsi non juxta totam 100000. pulsetur pars hæc vel illa, sed partes ipsæ, hinc 50363. inde 49637. juxta seinvicem pulsentur: tunc omninò necesse est, partem breviorem emittere sonum acutiorem, partem longiorem graviorem: & hæc differentia sonorum facile deprehenditur ab auribus, in examine unisonarum partium. Patet ergò, quòd aures non aliâ de causa judicent eandem esse consonantiam inter 50363. 100000. & inter 49637. 100000.; quàm quatenus 50363. & 49637. æquales esse videntur; id est, quatenus nihil sensibile differunt nec hæc nec illa à 50000. Ergo si respondeant aures secundum Rationis interrogata; dicent, exactam Harmoniam inter 100000. & 50000. hoc est inter 2. & 1. interesse. Quare falsum est, exactam esse Consonantiam inter 100000. & 50363.

Idem judicium est de Harmoniâ inter 100000. 67025. nam etsi primò non discernunt eam aures a 66667. justa longitudine Partis verè consonantis: at residuum illius 32975. non est dimidium ipsius 67025. Aliter ergo consonabit duplū illius 65950. aliter ipsa 67025. cùm inter se collatæ hæ chordæ diversum sonum faciant. Quòd igitur in Harmonia non discernunt illos aures, fit ideò, quia medium numerum probant, si sensus ratione acuatur, scilicet 66667. ut ejus complementum sit 33333. dimidium sc: illius exactè.

Stabilito jam sensus acumine in dijudicatione Harmoniæ 2. ad 3.

itemq; 1. ad 3. sequitur ut similiter etiam de 2. & 3. cum 5. judicemus, deq; 1. & 3. cum 4. Nam si 59785. consonaret cum 100000. atq; sic etiam residuum 40215. certè hoc non est bes de illo; cum tamen Bessis Consonantia perfecta justificata jam sit, sc. 60000. cum 40000. Hoc pacto transfertur auditus, si ratione acuatur, ab una sectione ad aliam, incipiens ab unisono, cujus agnitio & dijudicatio est facilima, usq; dum omnes pervadat, probans partes, quas mei numeri signant, repudians Mechanicas primi ordinis.

Vide argutissimam aliam hujus generis contemperationem apud Vincentium Galilæum, non ignorantia demonstrativæ sonorum quantitatis, sed studio singulari factam, Atq; Ego quidem usum ejus Mechanicum agnosco, ut organis eâdem penè libertate intensionis, quæ est in humana voce, possimus uti: ad speculationem verò, imò ad Naturam cantus dignoscendam perniciosam existimo: queq; hoc efficiat, ut Organum ingenuitatem humani cantus verè nunquam assequatur.

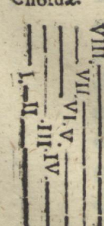
CAPVT IX.

De Diagrammate, hoc est chordarum seu vocum denotatione moderna, per lineas & literas Alphabeti & Notas: deq; Systemate.

Non sine lite res est; sed sequor ego rationes necessarias. Musici nostræ ætatis pingunt chordas, aliter in diagrammatib' Testudinarijs, aliter in cantorijs. Illic enim singulæ lineæ diagrammatis, singulas chordas notant, quarum quælibet pro diversis tactibus, diversos præstant sonitus, si pulsentur: in Cantorijs typis, non lineæ tantum singulæ singulas voces seu chordas, sed ipsa etiã intervalla duarum linearum significant unam chordam inter mediam.

Lineæ.

Chordæ.



Hoc pacto 4. lineæ transversæ cum tribus intervallis, denotant 7. chordas, & 5. lineæ cum 4. intervallis, chordas novem. Deinde exprimunt voces canori Systematis vel Notis peculiaribus, suo quamlibet loco diagrammatis; quæ Notæ simul temporis mensuram innuunt, vel literis alphabeti primis septem, vel deniq; sex syllabis, *ut, re, mi, fa, sol, la,* vel ut hodie Belgæ, septem istis, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni.*

Notæ.

Literarum necessitas.

Nam quia cantus genera duo sunt, durum & molle, quorum ab una communi voce imâ inceptorum, hæc est differentia, quod tertia & sexta in duro cantu, sunt una diesi altiores quàm in molli; chordæ itaque, tertia & sexta, non possunt manere stabiles in utroq; cantu, sed oportet illas vel geminas facere in instrumentis & organis, ut factum in numeris, fine Cap. VII. vel tactu variare, ut credo factum olim in lyra & syringibus. Eadem de Diagrammate & voce humanâ sunt dicenda. Cùm enim pro utriusq; generis octavis ab eâdem radice surgentibus unum solum diagramma fiat, inq; eo tantum octo loca, octo sonorum

indices; ab utroq; verò genere cantus in unam octavam coacerventur principales chordæ decem, per cap. VII. omnivariæ verò tredecim, per Cap. VIII: fit ut duo soni, Diesi vel Limmate distantes, pingantur eodem diagrammatis loco, seu is linea sit, seu interlineare intervallum; quia dieses & limmata non canuntur deinceps, ut Toni & semitonia; qua de causa etiam nolui illas, cum aliquibus, semitonia minora dicere. Hac igitur de causa præfigendæ fuêre lineis & intervallis, chordarum imaginibus, certę Notæ, ex quibus cantus durus à molli internosceretur, constaretq; locus semitonij, sive ordinarij, seu etiam cæterorum, ex tonis majoribus abscissorum. Est & alia necessitas occultior, non ex diversitate Generum, sed in quolibet cantu, ex inæqualitate Tonorũ majoris & minoris; ut ij in diagrammatib⁹ sint contra se distincti. Nam syllabas *Ut*, *Re*, *Mi*, necesse est esse generales & applicabiles tam majori quam minori Tono: quare utcunq; satisfaciant hæ denominationes, canere discentibus, & Organicis practicis: at Theoricis minimè satisfaciunt. Ex hoc igitur officio hæ literæ, quando præfiguntur Diagrammatis, Claves appellari solent, quòd sine ijs, cantori non pateat ingressus in diagramma.

CAP. IX.

Eædem verò literæ etiam adhibentur in organis Musicis: inscribuntur enim manubrijs plectorum in Tensis, aut Epistomiorum in inflatis, à qua inscriptione Manubria illa, privato jure Claves dicuntur, & ordo ipse, seu Systema ex Manubrijs omnibus, Claviarium, das Clavier, & instrumenti genus Clavichordium; quòd chordæ clavibus, hoc est manubrijs foris depressis, plectrisq; intus exsilientibus, pulsentur.

Quin etiam sunt diagrammata, pro Organistis scribi solita, in quibus pro lineis nigris, sunt series literarum, indicantium, quænam Claves tangi debeant: ubi literæ sunt pro Notis, quas adhibebant diagrammata cantoria, in lineas aut intervalla positas.

Tabulatura, seu diagrammata.

Circa literas has, aliqua nobis veniunt observanda jucundè. Primùm non omnes literæ suis imponuntur lineis & intervallis, sed solum istæ, *F. G. C.* quoties locus uni earum est super linea, *B.* verò etiam tunc, cùm locum habet in intervallo.

Deinde litera *C.* habet signum longe diversum quale sc: hic ad latus pictũ: puto signum hoc natum ex detorsione scripturæ veteris literæ *C.* Nam quia latis calamorum mucronibus utebantur scriptores; Notæ pleræq; compendiosâ scripturâ fiebant quadratæ; nec poterat ijs calamis rotundum *C.* pingi: itaq; *C.* fecerunt, ex tribus lineolis, una tenui, vice cavitatis, & duabus crassis, vice cornuum, ducto in latitudinem calamo sic. Iam lineola tenuis, properante calamo, ut plurimum facta fuit longior, & extans utrinq; ultra cornua, sic. Ut autem cornua terminarentur, lineolas primæ parallelas duxerũt sic. Et sic tandẽ ex duabus talibus lineolis una facta est, primæ similis & parallela, totumq; signum tale, quod, ut Notæ ipsæ in lineis, hiatu claami fit cavum, sic.

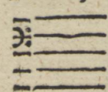
Vnde signum

Occurrit tamen & hoc, an non signum hoc ex usu vocis, Scala Musica, fuerit natum, cum figuram præ se ferat scalæ: quasi principium

CAP. IX.

Scalæ Musicæ notaverit, ubi ponebatur. An verius, prius ex litera *C.* scalæ effigiem factam, postea ex hujus effigiei crebro usu, scalam dici ceptam, quod propriè diagramma erat?

De litera *f.*



Cùm verò locus non est literæ *C.* in linea (quia olim ut plurimùm lineæ erant tantum quatuor.) tunc locus est literæ *F.* in linearum una: quæ scribitur in cæteris vocibus altioribus genuinâ suâ notâ, in Basso semicirculo recurvo cum duobus juxta punctis: quod signum puto inter initia, priusquàm detorqueretur, fuisse græcum γ gamma minusculum, sic ut duo puncta addita significent Digamma, quia nostrum *F.* est Græcorum duplex Γ. Nam à Græcis defluxisse hanc rationem signandi sonos Systematis per literas Alphabeti, fidem facit Vincentius Galilæus, prolatis Græcarum Cantilenarum exemplis antiquissimis. Et in confesso est, etiam simplex Græcum Γ, in latina nostra Musica locũ invenisse; ut jam dicetur.

De litera *g.*

Hæc igitur *F*, est altera signata clavis: signantur autem ambæ juxta invicem, ubi commodi loci pro utrâq; occurrunt. Tertia est *G*, quæ in vocibus altioribus exprimitur, cùm ei locus est in lineâ. Signatur ex antiquo more etiam in ima linea diagrammatis. Nam scala Musica hodie incipit a voce Γ *ut*, seu *Gammut*, quæ indicat *G* phthongum gravissimum: ut ita Digamma & Gamma, sint idem quod *F.* & *G.*

De litera *b.*

Sed & *b.* in mollis cantus diagrammate pingitur insuper, ad discriminandum genus cantus, sive in lineam competat, sive in intervallum: significat ejus præsentia cantum mollem, absentia durum. At non hoc tantum, verùm etiam in alijs lineis vel intervallis, quæ non sũt Clavi *b.* tributa, reperitur nihilominus, & abusu quodam repetitur litera *b.* pro signo semitonij seu *S*yllabæ *FA.*

De litera ♮.

Contrà quando extraordinariè Semitonium statuitur loco toni, & Syllaba *Mi*, loco *S*yllabæ *Fa*, tunc notæ præmittitur litera ♮. aut signum ab eâ derivatum. Nam veteres procul dubio sic pingebant ♮; at pro eo nos ✗ vel ⋇; quod Galilæus idem lectori dicere velle existimat, quod olim Græca vox diaschisma; satis enim evidenter fissuram exprimit, & indicat nobis abscissiones semitoniorum, de quibus egimus capite præcedenti VIII.

In Manubrijs Tensorum Organorum non committimus hanc ambiguitatem cum litera *b.* loco sc. non suo. Nam primò omnes Claves seu manubria sonorum illorum, qui constituuntur abscissis semitonijs à tono, & qui augent numerum octonarium Systematis octavæ; & eminentia sunt, seu extantia supra manubria principalia plana; & nigra colore; deinde cuilibet nigræ Clavi inscribitur litera vicinæ Clavis, sed caudata, ad distinctionem; (excepto ♮. loco cujus *b.* simplex nigra clavi ponitur) & cauda significat vocem altiorem, ut *f. fę. g. gę, b.* ♮. *c. cę. d. dę*, sed inter *f fę. g gę. c cę.* est limma, & inter *b* ♮. diesis, inter easdem sc. literas, sicut etiã earum binæ voces in uno solo loco diagram-

gram̃atis exprimuntur. At inter *d dę*. est semitonium; sic ut hæ duæ literæ, licet eædem, non tamẽ adscribantur loco eidem, sed succedentibus. Diesis verò est inter *dę*, *c*. & competunt hæ diversæ literæ in locum eundem: quæ diversitas concedenda est mori antiquo, & usu mollienda. Deniq; inter *fę g*, *gę a*, *a b*, ♮ *c*, *d dę*, *ef*. sunt Semitonia. Itaq; cautio hic est adhibenda, ne per analogiam aliquam ex scriptura eâdem, de intervalli identitate quicquam præsumamus. CAP. IX.

Illud etiam præcipuè mirum, & condonandum similiter antiquo mori; quòd in non nullis Clavichordijs & organis (in quibus continuantur octavæ) cùm propter identitatem consonantiæ Diapason eædem literæ jure merito repetantur, non id tamen fit initio facto à prima *A*, sed à secunda *b*. Hic enim est ordo characterum. *C. D. E. F. G. A. b. c. d. e. f. g. a. bb. cc. dd. ee. ff. gg. aa. bbb. ccc. ddd. eee. fff. ggg. aaa. &c.*

Porro quod est diagramma in charta, hoc est Systema in organo, series scilicet chordarum omnium, unum intervallum consonum dividentium: quod, ut Cap: V. dictum, primò omnium convenit intervallo diapason: ex eo majoribus omnibus, quanta illa quodlibet Instrumentum complectitur. Systema.

Etsi verò non est instituti mei, multum immorari in Musica veterum, cum sit obscuritatis plena; non censui tamen prætereunda nomina, quibus illi sonitus octo in unius octavæ Systemate indigetarint; nam denominatio ista cognationem habet cum literis, de quibus egimus hactenus. Vetusta nomina chordarum.

Igitur veteres Aristotelis tempore sic numerarunt chordas, Hypate, Parhypate, Lichanos, Mese, Paramese, Trite, Paranete, Nete. Hypates vox erat gravissima, dictaq; sic esse videtur à situ suo in instrumento tenso, cùm ad ludendum applicatur: eundem enim situm hodiedum obtinet in Chely, Pandura & Cythara.

Cùmq; affirmet Aristoteles, inter Hypaten & Parhypaten interfuisse diesin (hoc est Platonicum semitonium, qui duobus tonis majoribus ablatis à Diatessaron, relinquebat 243. 256. quod appellavit Diesin) Ergo Hypate eadem erat, quam signamus literâ *A*. Parhypate, quã litera *b*. signat. Ergo Lichanos (à digito indice sic dicta) est *c*. Mese verò est *d*: dictaq; est hoc nomine, quòd inter septem erat media, quo tempore septẽ solæ erant chordæ in Psalterio, & pro octavâ pulsabatur prima. Paramese habet literam *dę*. vel *e*: hanc vetustiores omittebant, Trite literam *f*; dicta sic est, quòd esset tertia in ordine ab acuto, sicut nos sextam dicimus à gravi *A*. Paranete signatur literâ *g*. Et Nete quasi quæ ultima tangatur a plectro deorsum tracto, redit ad literam *a*. Confirmat hanc distributionem & hoc, quod inter Neten & Mesen Diapente interfuisse dicitur.

Tale autem Systema chordarum octo, non poterat aliter utriq; generi cantus inservire, nisi vel tactu digiti abbreviarentur Parhypate

CAP. IX. *b.* & paramese *dę.* ut fierent ♮. *e.* vel verticillis intenderentur in duro, aut remitterentur in molli cantu. Et hac occasione nata est distinctio phthongorum in stabiles & mobiles, ipsaq; appellatio διέσεως, à remissione chordarum mobilium.

Qui veteribus stabiles phthongi, & qui mobiles?

In compositione plurium Systematum Diapasôn, ratio veterum fuit intricatior; illud tamen observandum, quod assumpserunt unam graviorem ipsâ Hypate, quæ ab hoc ipso Proslambanomenos est dicta. Hujus rei vestigium superest in Scala Musica, quam ediscunt nostri pueri, quæ assumit infra literam latinam *A.* aliquam quę significat sonum graviorem, eum enim extra ordinem signat græcâ literâ Γ: sic enim incipit scala, *Gammut, Are,* &c.

Proslambanomenos.

Hæc de nominibus chordarum veteribus sufficiat tetigisse hoc loco. Nam infrà Capite XI. omnes chordæ quindecim Systematis compositi explicabuntur vocibus antiquis, sed posteriorum Musicorum.

Iam tandem ad nostrum *Systema* naturale unius Octavæ accedamus, eiq; literas applicemus ex Musica usitata.

Statuo igitur Systematis hujus naturalis & demonstrativi vocem gravissimam eam esse, quam veteres Proslambanomenon, scala Musicalis *Gammut*, solet apellare, ei nimirum tribuendam literam *G.* Causæ hæ sunt, quia voces constitutæ per sectiones harmonicas, infra quidē octavam talia determinant intervalla, cum voce chordæ totius, qualia Musici ordinariè constituunt inter *G.* & *b.* ♮. *c. d. dę. e.*

Systema naturale a *G.* incipere.

Dixerit aliquis, eadem intervalla intelligi posse inter *D.* & *F. Fę. G. A. b.* ♮. sic etiam inter *c.* & *dę. e. f. g. gę. a.* Nec diffiteor ego, Musicos organicos, literas has usurpare generaliter, nec distinguere in ijs tonos, majorem & minorem. Nam quid illos impediat à. *G.* in *d.* Transponere cantum; qui in organis suis, Tonos duos, Majorem 8. 9. & minorem 9. 10. conflatos in unum intervallum 4. 5. postea præcisè bisecant in duos tonos usuales, inter sese æquales? Etsi accuratior est in hac contemperatione Galilæus. Nos verò spectam⁹ hic non ἀτεχνίαν Empiricorū, sed Naturæ ἀκρίβειαν; quare imitari illos non possumus. Et literam quidem *c.* quominus, ab illa *Systema* octavæ naturale consurgat, vel ipsi abjecerint, hoc argumento: Nam inter ipsorum *gę. a.* est Semitonium; & hoc intervallum est loco quinto, quia *a.* est sexta à *c.* At in Systemate naturali, ante sextam nobis Diesi opus est. Diesin autem Musici ipsi ponunt tantum inter *b.* ♮. & inter *dę. e.* Igitur vel ipsis organicis assentientibus, vel à *D.* vel à *G* Systema nostrum consurgere debet, ut exprimatur merum *Systema* naturale.

At neq; à *D.* Systema naturale incipere potest. Est enim ipsis in more positum, Semitonium ponere inter *d. dę.* in meo verò naturali Systemate, est imo loco Limma, quod minus est Semitonio.

Systema naturale. Transpositio rejecta. Transpositio alia rejecta:
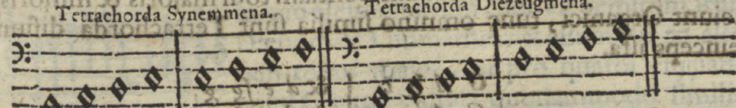


CAPUT X.

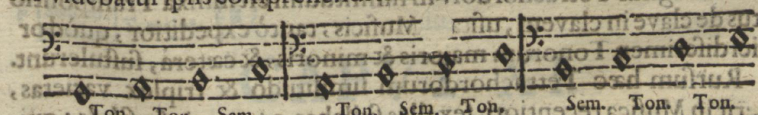
CAPVT X.

De Tetrachordis & usu syllabarum, Vt, re, mi, fa, sol, la.

Veteribus usitatum erat, Systema octavæ distinguere in duo Tetrachorda, idq; diversimodè pro diversa intentione Musicorum. Vel enim conjuncta erant, Synemena dicta, uno sono inter medio statuto, qui & cum gravissimo infrà, & cum acutissimo suprà efficiebat Diatessaron, itaq; extremæ efficiebant intervallũ dissonum, Diheptà, & supra tonus unus subintelligebatur accedere: quoties enim ordo postulabat pulsare octavam *a*, pulsabant primam *A*, quasi ex opposito identicum sonum edentem, ἀντίφωνον. Hoc pacto non verè duo Tetrachorda erant, sed duo quidem diatessaron intervalla, unũ verò Heptachordum: Vel disjuncta erant Tetrachorda, intervallo unius Toni majoris, Diezeugmena dicta, quod rerum Natura suadet etiam in nostra Systematis divisione, in qua inferius Tetrachordum habet *G. A.* ♮ *c.* superius *d. e. f* ♮ *g.* ubi inter *c. d.* tonus major interest. Fortassis ipso etiam situ disjunctæ erant quatuor imæ chordæ à quatuor superioribus, relicto sc. interstitio majori, inter binas limitaneas.

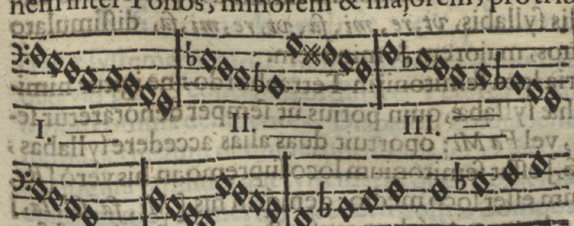


Causa ipsis cogitandi de Systemate Tetrachordi, fuit ista, quod videbant in una diatessaron consonantiâ, esse Tonos duos semis: & nos habemus Tonum majorem, minorem & semitonium in Diatessaron perfecto, in Concordantia scilicet minori (nam 4. 5. & 5. 6. ne quidem pro concordantijs habebantur) omnia elementa concinna; & semitonium quidem vel imo loco, vel medio, vel summo. Omnis igitur Cantus videbatur ipsis comprehendi tribus, Tetrachordorum formis.



Mihi multiplicantur formæ tetrachordorum, propter distinctionem inter Tonos, minorem & majorem; pro tribus enim sex fiunt, & in uno Diapasō plęræq; geminæ; itaq; habemus etiam Naturæ quoddam suffragiũ ad distinguẽdã Tetrachorda, nã superiº est inferiori quodam-

Brevi lineola semitonium signatur mediocri Tonº minor, Longiuscula major.



quodammodo ſimile in diſpoſitione intervallorum elementarium.

CAP. X.

		Infra Medio Supra.
Prima forma in	*c d e f* *G A ♮ c*	T. major, minor, ſemiton:
Secunda forma in	*b c d dę* *d e fę g*	T. Minor, major, ſemit:
Tertia forma in	*c d dę f* *G A b c*	T. Major, ſemit: minor
Quarta forma in	*♮ c d e*	Semiton T. major, minor.
Quinta forma in	*A ♮ c d* *d e f g*	T. Minor, Semito: Major.
Sexta forma in	*A b c d* *d dę f g*	Semito: T. minor, major.

Et hæ ſunt tantùm perfecti diateſſaron formæ: de imperfectis Cap. XII. agemus.

Sin autem diſsimulemus differentiam toni majoris & minoris, ut faciunt Organici, tunc omnino ſimilia ſunt Tetrachorda diſiuncta deinceps iſta.

G A ♮ c	& *d e fę g*
G A b c	& *d e f g*
Hæc ima	& hæc ſumma.

Vtrinq; ſemitonium eſt loco eodem, vel ſummo vel medio, differentia ſolùm illa, quod uno commate altius eſt ſemitonium in inferiori Tetrachordo, quàm in ſuperiori; quæ differentia inter canendum non valde ſentitur.

Tranſpoſitio.

Huic igitur Tetrachordorum ſimilitudini eſt innixa Tranſpoſitio cantus de clave in clavem, uſitata Muſicis; tantò expeditior, quòd organici diſcrimen Tonorum majoris & minoris, & cætera, ſuſtulerunt.

Vſus ſyllabarum *Vt, Re, Mi, fa, Sol, La.*

Rurſum hæc Tetrachordorum ſimilitudo & triplex varietas, peperit in Muſica recentiori, ſex illas ſyllabas *vt, re, mi, fa, ſol, la*: quibus ſublevatur memoria diſcentium. Quod ſi una ſola Octava caneretur, compoſita ex duobus Tetrachordis ſimilibus, poteramus eſſe contenti quatuor ſolis ſyllabis, *vt, re, mi, fa, vt, re, mi, fa*, diſſimulato diſcrimine inter Tonos, majorem & minorem.

Sed quia ſunt tria loca ſemitonij in Tetrachordo; ne igitur nimiùm generales eſſent hæ ſyllabæ, quin potius ut ſemper denotaretur ſemitonium per *Mi Fa*, vel *Fa Mi*: oportuit duas alias accedere ſyllabas; ut in his [*Vt, re, mi, fa,*] eſſet ſemitonium loco ſupremo; in his verò [*Re, mi, fa, ſol*] ſemitonium eſſet loco medio; deniq; in his [*Mi, fa, ſol, la,*] ſemitonium eſſet imo loco. Atq; hæc cauſa eſt, cur ſex ſyllabis uſi ſint

inven-

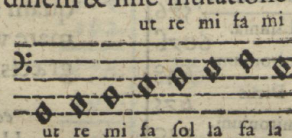
inventores Musices, non octo. Itaq; videat Belga ille, qui pro sex septem fecit, *Bo, ce, di, ga, lo, ma, ni,* quod ex hoc augmento lucrum habeat; Nam si censuit, voces usurpandas æquali numero cum chordis unius octavæ, unâ minùs; ut octava propter identitatem repræsentaretur à primâ syllabâ *Bo*; quid quæso desiderat in literis *a. b. c. d. e. f. g.* jam dudum in hunc usum receptis?

CAP. X.
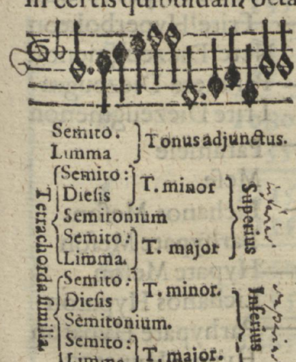
Mutatio cantus.

Cùm igitur hoc modo sint natæ sex syllabæ, propter triplicem Tetrachordi formam: inde nata est doctrina Mutationum, per scalam Musicalem modernam, quæ doctrina solummodo circa syllabas has, literis superius explicatis aptandas, occupatur, ostenditq; superfluas syllabas *Sol, la,* æquipollere interdum primis *vt, re,* interdum succedentibus, *Re, mi,* ut possit interdum extra ordinem & sine mutatione, post *sol, la,* inferri *fa*.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 6.
Vt, re, mi, fa, sol, la, fa, la,
Vt, re, mi, vt, re, mi, fa, mi.



Est verò & alia quædam dissimilis similitudo Tetrachordorum, fundamentum assimilationis diversarum modulationum inter se concinentium; quas Fugas & Phantasias solent appellare. Nam si sumas Tetrachorda contigua, nulloq; intervallo à se invicem disiuncta, sicut tonus major supersit ad implendam octavam suprà vel infrà: occurret in certis quibusdam octavæ Systematibus utrinq; series eadem intervallorum elementarium, hoc est Semitoniorum Diesium & Limmatum; & assumitur ad alteram tonus major, ut pro quartâ efficiatur quinta, quartæ alteri quodammodò similis; & melodiæ duæ, altera prior tempore, intervallum Diapente superiùs, altera posterior tempore, intervallum Diatessaron inferiùs percurrunt, posterior priorem insequens, & quâ licet, illius typum, velut illius æmula quædam, imitans.



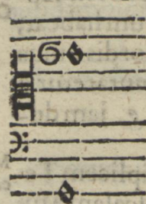
CAPVT XI.

De Systematum compositione.

Etsi unius hominis vox plerunq; intra unius octavæ systema vertitur, plurium tamen Melodiarum concentus docet octavas plures contiguas ordinare. Veteres igitur numerorum affectionibus omnia definientes, Diapason epidiapente Numeris 1. 2. 3., systema perfectum definiuerunt: nobis suprà sectiones harmonicæ singulæ singula reddiderunt systemata, quorũ erat maximum Disdiapason-epidiapente, numeris 1. 5. 6. Etsi nostris Componistis, ut vocant, limes nullas

CAP. XI.

nullus est positus, dum Melodias concinentes multiplicant: quod etiã



Creator Deus, in contemperatione motuum cœlestium præivit, Systemate facto ex septem diapason, & eo amplius. Veruntamen quia hic componimus systema, ut omnes omninò consonantias speculemur, perfectas, imperfectas; ad hoc opus sufficiunt nobis duo diapason in unum composita intervallũ, quod etiam Ptolemæus perfectum systema appellavit, in hunc, qui sequitur modum.

Chordæ cum clavibus & intervallis intra Disdiapason.		
gg		540
	Semitonium	
ffe		576
	Limma.	
ff		607ſ.
	Semitonium.	
ee		648
	Diesis	
dde		675
	Semitonium.	
dd		720
	Semitonium	
cce		768
	Limma	
cc		810
	Semitonium	
♮♮		864
	Diesis	
bb		900
	Semitonium	
a		960
	Semitonium	
ge		1024
	Limma	
g		1080
	Semitonium	
fe		1152
	Limma	
f		1215
	Semitonium	
e		1296
	Diesis	
de		1350
	Semitonium	
d		1440
	Semitonium	
ce		1536
	Limma	
c		1620
	Semitonium	
♮		1728
	D iesis	
b		1800
	Semitonium	
A		1920
	Semitonium	
Ge		2048
	Limma	
G		2160

Hic singulæ lineæ significant singulas chordas principales.

Nostra scala Musica, quæ nihil est aliud quàm Systema Musices nostræ Maximum, complectitur duo diapason & unam sextam; quam huc apponam, comparatam cum systemate veterum, & appellationibus chordarũ græcis.

		Appellationes chordarum Græcæ ex perfecto Systemate Ptolemæi.
ee	la	
dd	la sol	
cc	sol fa	
bb	fa ♮mi	
aa	la mi re	
g	sol re ut	Nete Hyberbolæon
f	fa ut	Paranete Hyperbolæon
e	la mi	Trite Hyperbolæon
d	la sol re	Nete Diezeugmenon
c	sol fa ut	Paranete Diezeugm:
b	fa ♮mi	Trite Diezeugmenon
a	la mi re	Paramese
G	sol re ut	Mese
F	fa ut	Lichanos Meson
E	la mi	Parhypate Meson
D	sol re	Hypate Meson
C	fa ut	Lichanos Hypaton
B	mi	Parhypate Hypaton
A	re	Hypate Hypaton
Γ	ut	Proslambanomenos

Hic non lineæ tantum sed etiam intervalla inter lineas singula significant singulas chordas seu sonos principales, more hodiernorum Diagrammatum.

De cæteris partibus Musices hodiernę agere non est instituti mei; nihil enim pertinet ad naturam Intervallorum, quæ sit Notarum mensura, varietas, proportio Modorum, Pausæ & similia.

Corol-

Corollaria Arithmetica & Mechanica.

CAP. XI.

Multiplicatio longitudinis chordæ *gggg* exprimit chordas undecim.

Sit *gggg*	135.
	135.
ggg	270.
	135.
ccę	405.
	135.
gg	540.
	135.
ddę	675.
	135.
cc	810.
	135.
--	945.
	135.
g	1080.
	135.
f	1215.
	135.
dę	1350.
	135.
--	1485.
	135.
c	1620.
	135.
--	1755.
	135.
--	1890.
	135.
--	2025.
	135.
G	2160.

Et hîc decimasexta parte chordæ distant d*ę* *f*. ubi minor tonus, & *f*. *g*. ubi major.

Multiplicatio chordæ *cccę* gignit octo chordas.

Sit *cccę*	192.
	192.
cccę	384.
	192.
ffę	576.
	192.
ccę	768.
	192.
--	960.
	192.
fę	1152.
	192.
--	1344.
	192.
cę	2536.
	192.
♮	1728.
	192.
A	1920.

Hic etiam nona parte non totius chordæ, sed ipsius ♮, vel decima ipsius *A*. distant *A*. ♮. & ♮*cę*.

Vel divide *G*. in 5. quodlibet in 3, & hoc iterum in 3. ut fiant. 45. Harum 12. sunt *ffę* 15. sunt *dd*, 16 sunt *ccę*, 18. sunt ♮♮, 20. sunt *a*, 27. sunt *e*, proinde 24. sunt *fę*, 30. sunt *d*, 32. sunt *cę*, 36. sunt ♮, 40. sunt *A*.

Multiplicatio chordæ *fffę* gignit sex chordas.

Sit *fffę*	288.
	288.
ffę	576.
	288.
♮♮	864.
	288.
fę	1152.
	288.
d	1440.
	288
♮	1728.

Hic etiã sexta parte ipsius ♮, distant *d* & *fę*.

Alia Monochordi sectio. Divide *G* in 3. & quodlibet, in 2. 4. 8. 16. ut fiant partes 48. harum 12. sunt *gg*, 15. *ddę*, 16. *dd*, 18. *cc*, 20. *bb*, 24. *g*, 27. *f*, 30. *dę*, 32. *d*.

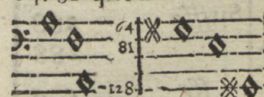
Rursum *G* divide in 5. harum 3. erunt *e*, 4. ♮. Deniq; ♮ in 3. divide, & q,libet in 3. ut fiant 9. earum 8. dant *cę*, 10. dant *A*. vltimò triseca *cę*, & sume harum 4. pro *gę*.

CAPVT XII.

De Consonantijs adulterinis.

Ex continuatione duorum diapason resultant consonantiæ imperfectæ. Nam in commissurâ utriusq;, sequuntur deinceps duo toni majores 8.9. inter *fg*, & *ga*. Itaq; in *f. a.* intervallum est 64. 81. quod uno commate 80.81. majus est justâ Tertiâ Majore 4.5. vel 64.80. Hoc cum Galilæo ditonum appellemus; Idem intervallum est inter *e g̨*, quia inter *e f.* & *g̨. a* utrinq; idem est intervallum semitonij.

Ditonus.



Sic inter *f bb* ad ditonum abundantem *f.a* accedens semitonium, facit intervallum 60.81. vel 20. 27. quod est commate 80. 81. majus unâ quartâ 3.4. vel 60. 80.



Idem judica de *ea*, quia ut *e.* semitonio inferior est ipso *f*, sic etiam *a* ipso *b*.

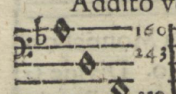
Hæc imperfecta Consona seu abundantia si subtrahantur ab intervallo Diapason, relinquunt imperfecta & uno commate deficientia residua. Nam inter *a ff* unius octavæ erit 81. 128. deficiens sexta mollis.

Idem inter *g̨ ee* si ab octava subtrahas *e g̨*.

Sic inter *bb ff.* unius octavæ, post subtractionen imperfectæ quartæ *f bb* 20. 27. ab octava, restabit diminuta Quinta 27. 40. id est 81. 120.

Idem inter *a ee*, subtracto *e a* ab octava.

Addito verò ditono abundanti *f.a.* ad Tertiam minorem *ac.* 5. 6. procreatur 160. 243. Quinta, diapente, *fcc*, abundans uno commate. Nam 160. 240. est 2.3. & 240, 243. est 80. 81.



Et quinta abundante *f cc* ex octavæ intervallo ablatâ, restat quarta *cf.* 243. 320. deficiens uno commate.

Tabella imperfectarum Consonantiarum sex.

Pro 4.5. est 64. 81. abundans	
Pro 3.4. est 60. 81. abundans vel 20. 27.	& 243. 320. deficiens.
Pro 5. 8. est 81. 128. deficiens	
Pro 2. 3. est 81. 120. deficiens vel 27. 40.	& 160. 243. abundans.
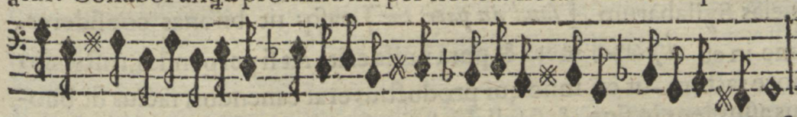
Neq; tamen ideò opus est semitonio seu Limmate Platonico 243. 256. quod ille diversam ob causam, quàm ego, Limma appellavit. Ablatis enim duobus tonis majoribus sc: ditono 64. 81. ab intervallo 3. 4. restabat illi hoc Limma 243. 256. loco semitonij. At mihi non opus est hac subtractione, potius enim augetur mihi 3. 4. intervallum, & fit 20. 27.

CAPUT XIII.

Quid sit Cantus naturaliter Concinnus & aptus.

Nihil dicemus de stridulo illo more canendi, quo solent uti Turcæ & Ungari pro classico suo: brutorum potius animantum voces inconditas, quàm humanam Naturam imitati.

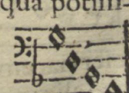
Videtur omninò primus author hausisse melodiam hujusmodi inconditam ab instrumento minꝰ aptè conformato, eamq; consuetudine diuturnâ, cum ipsiꝰ instrumenti facturâ, transmisisse ad posteros, totâq; gentem. Interfui Pragæ precibꝰ, quas Legati Turcici sacerdos horis statis ingeniculatus, terramq; fronte crebrò feriens, decantare solebat: apparuit facile, ipsum ex disciplina canere, exercitationemq; & promptitudinem labore comparasse, nihil enim hæsitavit; at intervallis usus est miris, insolitis, concisis, abhorrentibus; ut nemo proprio naturæ ductu & ex seipso ultrò simile quid constanter unquam meditari posse videatur. Conabor aliqd proximũ illi per nostras notas Musicas exprimere.



Concinnus igitur & humanarum aurium judicio aptus cantus est, qui exorsus à certo quodam sono; ab eo per intervalla concinna tendit ad sonos consonos & primo illi, & plerumq; etiam inter se mutuò; dissona cursim pervolitans intervalla, in consonis verò immorans, seu mensurâ temporis, Syllabarumq; longitudine, seu crebro ad illos reditu, veluti duarum vocum inter se consonantiam affectans, unicæ vocis traductione à loco uno Systematis ad alium. Exemplum.



Hîc sonus initialis est in clavi *G*, cum quâ in cantu *molli* concordant *b. c. d. g.* Excurrit igitur Cantus (primùm flexu deorsum facto) ad clavem *c.* consonam, & transilit planè dissonum locum *A*; fuisset autem idem, si attigisset ipsum, sed brevi mora; tota verò series reliqua potissimùm in locis *b. d. g.* intonat, sceletõ octavæ tale exprimens, in *d.* creberrimè rediens, post in *b.* in superius vero *g.* se interdum efferens, in hæc omnia loca signanter: non sic in *a.* vel in *f*, loca primo dissona: tandemq; redit ad *G.* ibiq; finit.



Circa traditam cantus definitionem multa veniunt nobis annotanda.

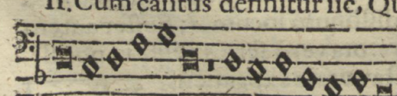
I. Partes Cantus, ex quibus vel omnibus vel aliquibus constat omnis Cantus, Euclides nominat has quatuor, Αγωγὴν, Τονὴν, Πεττείαν,

CAP XIII. Πλοκὴν, quæ quid ſint, voces ipſæ indicant. Ἀγωγὴ enim eſt traductio vocis à propoſita radice ad locum uſq; radici conſonum, aut ab uno conſono, ad alium vel illi vel primæ radici conſonum. Τονὴ eſt commoratio in loco vel primo vel illi conſono, vel etiam priori conſono, licet primo non ſit conſonus. Πλοκὴ, implicatio, eſt ſpecies quædā vel color ἀγωγῆς, ut πεττεία, luſitatio, τονῆς; & ut Ἀγωγὴ ad Τονὴν, ſic πλοκὴ ad πεττείαν; quia ἀγωγὴ quaſi directè tranſit, πλοκὴ vagatur in tranſitu circa ἀγωγὴν, ut canis, circa viatorem.

Itaq; ἀγωγὴ eſt motus veluti directus, πλοκὴ motus varius: τονὴ verò eſt quaſi terminus motus, ſeu quies in loco Syſtematis petito: πεττεία eſt multi termini minutiorum motuum, & veluti quietes. In exemplo noſtro, Syllabæ [*demit Oves Chriſtus in;*] perpetua quædam ſunt τονὴ, duabus ſolis Syllabis exceptis: at Syllabæ [*cens rec li peccat*,] exprimunt πεττείαν. Quod ſi in hac cantilena ligaturas reſpicias Syllabarum, [*laud an patr tor*] eaſq; ut biſonas conſideres, tunc in eâ ἀγωγὴ mera & pura nulla erit. At ſi perpendas, ruſticano more factum, ut ex ſono qui productiùs erat canendus, factus ſit biſonus aſſurgens in fine; & ſi ſyllabis hiſce ſimplicem ſonum productum, qui eſt ligaturæ primus, reſtituas; invenies puram ἀγωγὴν in his [*Paſcali laudes*] item, [*immolent*] item [*Chriſtiani*] item [*Innocens patri*] & brevis in [*catores*] πλοκὴ verò mera, licet non naturalis, eſt in exemplo Turcico.

Quemadmodum igitur ſe habet ſceleton ad corpus apud anatomicos, ſic ſe habent in uno Syſtemate Octavæ, ſoni conſoni & inter ſe & cum radice vel baſi octavæ, ad ipſam melodiam ſeu cantum. Sicut enim caro implet ſinus oſſium, eaq; veſtit ad decorem; ſic hæ partes recenſitæ, implent ſceleton octavæ, præſertim ἀγωγὴ & πεττεία, perrantes loca diſſona, inter conſonos ſonos interjecta, conformant & quaſi corporant Melodiam.

II. Cùm cantus definitur ſic, Quòd exordiatur à certo quodam ſono,



qui baſis ſit Syſtematis octavæ; id non ſemper de actu eſt intelligendum; cùm enim delectet varietas, & ſerviat emphaſi: ſæpiſsimè velut ex abrupto incipit melodia à clavi vel loco alio: poteſtate tamen ſubintelligitur principium quodpiam certū poſitum, quod ex toto Melodiæ tractu undiq; eniteſcit; ut in hoc vetuſtiſſimo Germanico, facile intelligitur, etſi actu à *d.* fiat initium; radicem tamen eſſe *G.*

III. Similem habet exceptionem, quòd cantus regularis dicitur cum ſua τονῆ vel πεττεία collimare ad loca conſona radici Octavæ. Nam frequenter hæ partes in medio longioris melodię tractū, verſantur cir-

ea loca dissona à primâ radice; sed id fit varietatis causâ; estq; perinde, ac si priori melodiæ nova melodia misceretur, cujus in dissono illo novum quoddam figeretur initium, aut novum signaretur Octavæ sceleton. Est velut excursus in Oratione seu digressio: itaq; non commoramur in talibus, sed citò revertimur velut ad principale sceleton. Et quamdiu circa dissona versatur τονὴ & πεττεία; intelligimus, cantum nondum finiri; Nam in ipso vero fine redeundum est non tantum ad consona, regulariter quidem, sed etiam ad ipsam propriæ octavæ radicem. Ab hac articulatione cantus, & affectatione consonantiarum, veteres etiã simplicem cantum, Harmoniam dixisse videntur: non secus atq; decens & aptus membrorum responsus, quæ formæ anima est, harmonia diceretur, quasi pulchritudo: fuit enim & fæminæ nomen Harmonia.

Saltus.

IV. Quòd Ἀγωγὴν attinet, ea rursum varia est; non semper enim actu omnia loca interjecta transit, sed sæpe transsilit aliqua, saltuq; fertur ab una ad consonantem illi; estque tunc solâ potestate ἀγωγή; & fere mera πεττεία vel τονὴ; qui mos est frequentissim⁹ nostrorũ Tubicinum, cùm classicum aut incentivum equestre modulantur: tunc enim ferè nihil nisi sceleton octavæ auditur, Cogita an hujus generis fuerit ille veterum Νόμος ὄρθιος.

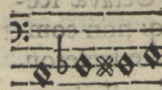
V. Cùm Concinnus cantus constet suis Elementis, quæ sunt intervalla concinna, primum illa sunt definienda accuratius.

Inconcinna quotuplicia.

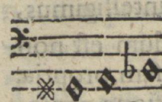
Duplici namq; sensu dicuntur intervalla concinna vel inconcinna. Primùm enim intervalla seorsim singula, respectu ortus sui, concinna vel inconcinna dicuntur, illa quidem, quæ natura admittit in divisionibus intervallorum consonorum, hæc verò, quæ ex comparationibus Consonantiarum non resultant, aliena prorsus ab Harmonice, ut explicatum Cap. IV. Deinde respectu ipsius Cantus seu Melodiæ, discrimen hoc est inter ipsa etiam Musica, seu primo sensu Concinna intervalla, quòd quædam ex ijs junctim considerata, quamvis Naturâ sint concinna, sc: orta ex comparatione & abstractione harmoniarum, usu tamen à Melodijs certo respectu pro inconcinnis rejiciantur. Illum sensum præsupponunt & respiciunt τονὴ & πεττεία; hunc verò potissimum Ἀγωγή, tam actualis, quàm desultoria. Hæc igitur inconcinna fiunt, rursum duobus nominibus: vel enim respectu Generis, aut sceleti Octavæ, quòd ea planè in illo non usurpentur, neq; forment illud; aut si alio disponantur ordine, quàm supra Capite VII. natura docuit; ut si quis vellet tria semitonia deinceps ordinare; semitonium quidem, primo sensu concinnum est, at hic ordo semitoniorum concinnus non est, hoc secundo sensu. Ita Diesis Naturâ concinna, est tamen vel in duro Genere cantus, vel in Molli, seorsim inconcinna: Vel deniq; non canuntur deinceps, nec licita sunt saltui vocis Melodicæ, nec Ἀγωγῇ convenientia.

CAP. XIII.

Sunt igitur hoc secundo sensu inconcinna & vetita intervalla, his ut præcipuis legibus comprehensa.
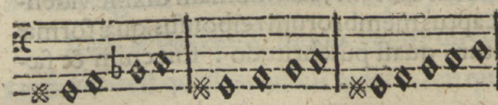


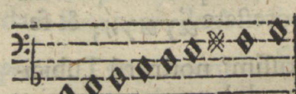
I. Diesis ante vel post semitonium regulariter non canitur.



II. Duo semitonia licet deinceps ordinentur in ordine minimorum intervallorum Capitis VII. non possunt tamen tribus sonis deinceps cani, sed debent cum duobus alijs elementis in duos tonos coalescere.
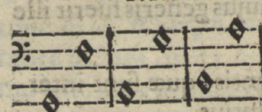
III. Duo semitonia intra complexum unius quartæ vel quintæ, quæ sit imo loco sceleti octavæ, ordinariè non canuntur. Nam efficeretur, ut vox ordine quarta vel quinta, non consonaret cum primâ, neq; perfectè neq; imperfectè, itaq; non esset quarta vel quinta verè.



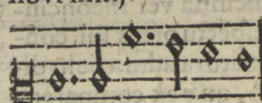


T.T.Tō.Tō.

IV. Quatuor toni deinceps non canuntur, nisi in suprema Octavæ parte, quando coloris & varietatis causâ, mutatur sceleton; non igitur ordinariè.
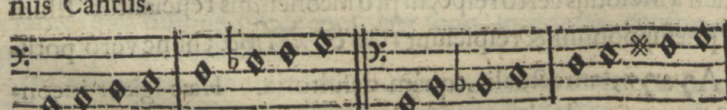


V. Septima & omnia dissona supra octavam, sonis post radicem deinceps ordinatis non canuntur ordinariè; nisi præcedens habeat quodammodo rationem finis, sequens rationem novi initij.



In me transierunt.

VI. Sextas, etsi consonæ, rariùs admittimus, & tantùm minores.

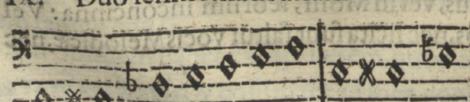
VII. Tetrachorda duo unius octavæ, non existente eodem loco semitonij in eorum utroq;, rarius canuntur; scilicet coloris causa, aut Syncopationum (de quibus capite XVI.) neq; tamen libertas est mera locandi semitonij, restringitur enim ad eum locum quem admittit Genus Cantus.



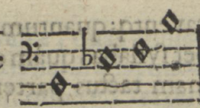
VIII. Affine est hoc, quod tres Toni deinceps imo loco octavæ non canuntur; at superius admittuntur legibus jam dictis.



IX. Duo semitonia in unum tonum naturaliter non conflantur, licet sit parvum in auditu discrimen; ut si octava incipiat ab *E.* inter *c♮. d♮.* fieret n. intervallum 225.256. ex compositione quod naturaliter est inconcinnum, vide Cap. IV.



In

X. In genere omne Octavæ Systema est inconcinnum, quod non statuit & Diatessaron & Diapente infra. 

CAP. XIII.

Harum legum pleræq; jam nobis servient in constituendo numero Tonorum Cap. sequenti.

De Mensuris.

VI. Quantum attinet ad illud membrum definitionis, *Dissona cursim pervolitans, in consonis immorans*: etsi non est instituti mei in opere isto, de mensuris disputare: illud tamen in genere moneo, præcipuam esse gratiam cantus Harmonici in mensuratione. Nam quod generalissimè dictum est, *Dissona cursim* &c. id in specie sic verum efficitur. Primùm Latini habent distinctionem inter longam & brevem Syllabam, quarum hanc faciunt unius, illam duorum Temporum, et sic longitudinis duplæ. Quanquam hodie non carmina tantùm, sed etiam prosa canitur; in qua penitus negligitur ab hodiernis musicis distinctio longæ & brevis Syllabæ; respicitur verò unicè ad morem pronunciandi, quamvis is hodie sit corruptus; habeturq; pro longâ Syllabâ, quæcunq; cum accentu acuto solet proferri, pro brevi, quæ cum gravi.

In Prosa.

Id non mirum in Latina lingua fieri, cùm idem etiam Græci posteriores fecerint: qui quàmvis purè scriberent, pronunciationem tamen vitiosissimam sunt amplexi, in qua nulla amplius est distinctio accentus acuti à Syllabæ longitudine, gravis à brevitate, cùm tamen ad hoc signis abundent, quæ apud Latinos non tam frequenti in usu habentur. Itaq; Græci abrogato more pangendi carmen, ab aliquot jam sæculis ceperunt scribere versus Politicos dictos; in quibus Syllabæ numerantur non mensurantur, obtinetq; versus penultimam, non quæ natura longa est, sed quæ accentu acuitur in sermone populari. Id igitur imitantur etiam in Latina nostri Musici; adeò ut ne carminibus quidem, nisi perrarò, nec unquam in totum parcant: credo quia dupla & tripla perpetua in Cantibus est recepta: cùm carmina has inæqualiter misceant, excepto Hexametro, quod proportione æqualitatis in spondæo, & duplâ perfectâ in dactylo contentum est. Brevem igitur syllabam, aut quæ est loco brevis, quando spondæus succedit jambo, & in genere syllabam cum accentu proferendâ, Musici deputant dissono sono, si per illum sit transeundum, longam consonis, vel quasi.

Græcorum versus Politici.

In Metris.

Secundò linguæ Ionicæ, quæ Rhythmo utuntur Teutonica, Gallica, Hispanica, Italica, faciunt vel ultimam Carminis acutam vel penultimam, efferuntq; totum versum sic, ac si alternis acuta vel gravis syllabę semutuò insequantur, sive sit hoc, ut in apto Teutonico versu, sive non sit, ut crebrò in Gallicis. Itaq; omnis illorum versus aut Trochaico similis est, aut Iambico, ijsq; aut Acatalectis **Schöpffer Himmels vnd der Erden. Nun bitten wir den Heylgen Geist.** aut catalectis. **Deß sich wundert alle Welt. Er ist der Morgensterne.** Igitur Musici sonis dissonis sedem in gravibus vel correptis syllabis figunt, Consonis in acutis.

In hodiernis Metris.

Tertiò, cùm verò cantus accipit mensuram non à Syllabis textus, sed à Tactu; atq; is vel duplam sequitur proportionem vel triplam; primam quidem tactus partem Consonis, posteriorem, & in tripla breviorem, quæ significatur elevatione manus, dissonis potissimùm reservant:

In tactu.

caventq; quantum fieri poteſt, ne primum tactus ſemiſſem alia occupet ſyllaba, quàm quæ eſt acutè proferenda, neve longæ binæ in ultimam tactus partem intrudantur.

CAPUT XIV.

De Modis Melodiarum, quas Tonos vocant.

De modis dicturus primum hodiernos admoneo Muſicos, quos illi Modos appellare ſolent, ſc: proportionem tactus duplam, triplam & ſimiles, (quales Modos fortè fecerunt olim tibijs, in comœdijs Romanorum) de ijs mihi præterquàm quod jam eſt dictum, ſermonem non fore. Modos ego dico, quos ipſi cum veteribus ſolent appellare Tonos, cùm quæritur, cujus Toni ſit Cantus. *S*unt enim certæ Cantus concinni ſeu qualitates ſeu ſpecies, duabus ſummis Generum differentijs, Duri & Mollis, contra ſe dirempti.

Græci Τρόπους & ἤθη dixêre, illud à forma Syſtematis, hoc ab Effectu Cantus in homine, quia pleriq; legislatorum cenſuerunt, Modos cantuum facere ad Mores conformandos.
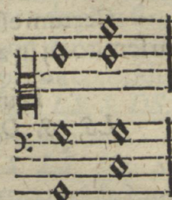
De horum igitur Tonorum numero & diſcriminibus non hodie tantum magnæ ſunt inter Muſicos controverſiæ, ſed & jam olim fuerunt: quarum aliquas apud Ptolemæum, pleraſq; apud Vincentium Galilæum, videre eſt. Mihi verò nec examinare quorumcunq; ſententias eſt propoſitum, neq; refutare: itaq; non expectet Muſicus à me quicquàm aliud in hac quæſtione, quàm id unicum, ad quod mea me ducunt principia hactenus explicata. Etſi enim Toni ab eo dicti videntur, quòd Modus unus altero vel altiùs vel profundiùs incipiat unius Toni (vel Semitonij) intervallo: Tonos tamen Ego non ipſâ per ſe Cantus altitudine vel gravitate diſcrimino, quod ſolum obſervaſſe quoſdam Vincentius Galilæus teſtatur: ſed numerum eorum ad numerum ſpecierũ unius Diapaſõ cum Ptolemæo exigo; dicoq; totidem eſſe Tonos, quot poſſunt eſſe ſceleta Syſtematis Octavæ legitima & Concinna, Generibus, Ordine concinnorum intervallorum, & ſitu Tetrachordorum, ſeu electione Medietatum binarum Harmonicarum inter ſe differentia. Tres nimirum ſunt res, quæ Tonos variant, interq; ſeſe diſtinguunt: Genus, Sequela Concinnorum, & Articulatio ſceleti ex Conſonantijs minoribus.

Primùm Genera duo, Cap. VI. conſtituta diviſionis Syſtematis Octavæ, conſtituunt nobis duos principes & Naturâ primos Tonos, cum ipſo ſc: Syſtemate unius ſolius Octavæ ortos. Deinde in utroq; genere Syſtematis tam duro quàm molli, ex compoſitione duorum Diapaſon in unum majus & perfectum Syſtema, quam tradidimus Capite XI. dantur Syſtemata ſingularium Octavarum, differentia radicibus ſeu metis, quibus includuntur; ſunt autem illæ metæ Loca Syſtematis natu-

ralis

ralis diverſa, ſeu hodierno vocabulo Claves aliæ atq; aliæ, quas conſequitur neceſſariò diverſa altitudo, reſpectu ſyſtematis naturalis, quod à *G* incipit; & per illam diverſus etiam ſitus ſemitonij, quod eſt vel tertio vel penimo vel imo loco Octavæ. Nam quod attinet altitudinem ipſam, abſolutè conſideratam, illa per ſe nihil mutat ſpeciem cantus, cùm eadem ſpecies vel altè poſſit intonari vel humiliter. Neq; aſtringimur ad hoc, ut Tonorum reliquorum dimidiam partem ſumamus cum Ptolemæo profundiorem Syſtemate *G* principali & Naturali, dimidiam altiorem. Poſſumus enim vel omnes altiores, vel omnes humiliores ſumere, cùm idem utrinq; ſequatur Ordo Concinnorum, tunc nimirum, ſi Syſtema duplicis octavæ naturaliter compoſitum, incipiat à clavi *G*. At ſi partem humiliores, partem altiores faciamus cum Ptolemæo; Syſtema naturale ſic erit componendum, ut infrà Diapente addamus, ſuprà Diateſſaron; & ſic Syſtema compoſitum duplicis Octavæ incipiet à *C*.

CAP. XIV.



Tertiò deniq; datur in Syſtematibus ſic conſtitutis, electio duarũ Medietatum Harmonicarum, in quas colliment τονὴ & πετλεία, partes cantus; ſeu quod eodem redit, datur ſitus Tetrachordi vel ſummo vel imo loco Octavæ, vel in medio duarum Tertiarum.

Hujus igitur diverſitatis cauſâ, ſubjungendum hic ante omnia ex Capite XI. concinnatum Rete quadratum ex duodecim Ordinibus intervallorum duodecim minimorum Naturalium: non quidem ideò, ut cum Ariſtroxeno ſecundùm numerum illorum totidem Tonos faciamus, incipientes unumquemq; uno tali minimo intervallo altiùs: ſed ut his minimis in uſualia concinna contractis, appareat, utrùm nova aliqua ſpecies Octavæ ab unoquolibet minimorum incipere poſſit.

Rete intervallorum in Syſtematibus, pro indagandis Tonorum diverſis ſpeciebus.

I.	*II.*	*III.*	*IV.*	*V.*	*VI.*	*VII.*	*VIII.*	*IX.*	*X.*	*XI.*	*XII.*	Ordines
S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	Supra.
L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	
S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	D	
D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	S	
S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	S	
S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	L	
L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	S	
S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	D	
D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	S	
S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	S	
S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	L	
L	S	S	D	S	L	S	S	D	S	L	S	Infra.
G	*Ge*	*A*	*b*	♮	*c*	*ce*	*d*	*de*	*e*	*f*	*fe*	

Nota S eſſe Semitonium, D. Dieſin, L. Limma.

 Vides

Vides, ex duodecim diſcriminibus altitudinum Octavæ nullam eſſe quæ cum altera conveniat in elementorum ordine.

CAP. XIV.

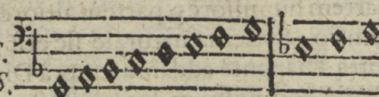
Ortus 14. Syſtematũ octavæ differentium ſpecierum.

Videamus nunc, quot hinc exiſtant ſpecies Syſtematum Octavæ ſi prima differentia Octavarum, quæ eſt Generis, admiſceatur; hoc eſt, an omnium Ordinum 12. minima 12. intervalla poſſint concinnè contrahi in ſeptem unius Octavæ uſualia intervalla, diſtincta locis octonis, & quot modis quilibet.
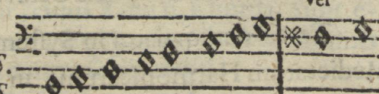
Ubi nota quod L*S*. vel *S*L. ſit nota Toni Majoris, D*S*, vel *S*D. Nota toni Minoris, *S*. nota ſemitonij: & procedent noſtræ deſcriptiones à Gravi ad Acutum, ſeu ab infrà ad ſuperiora.

Certum eſt igitur, in Octava *G*. duas exiſtere ſpecies pro duplici ſitu ſemitonij in altero vel tertio loco ab imo.

Prima Mollis Generis.
LS. S. DS. LS. S. SD. LS.
vel SD. S. LS.



Altera, Duri Generis.
LS. SD. S. LS. SD. SL. S.
vel S. LS.

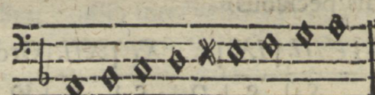


At in *G*♮. ut & in *C*♮. cum duo ſemitonia non componant unum concinnum, nec deinceps canantur ἐμμελῶς; imum ergò ſemitonium ſtat ſolum; per leges 9. & 2. prioris Capitis. Eſſet ergo diſtributio

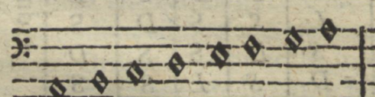
Vel talis *S.SD.SL.S.SD.SL.SL.* inconcinna ex lege 3.

Vel in *G*♮. quidem talis *S. SD. SL. SS. DS.* &c. & hæc inconcinna ex lege 9. Nulla igitur ſpecies Octavæ concinna ex *G*♮ incipit.

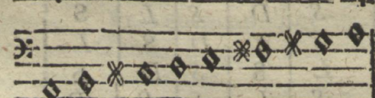
In octava *A*. pro triplici ſitu inferioris ſemitonij poſſibili, trib⁹ etiã modis contrahentur elementa in Tonos: vel enim ſic *S.DS.LS.S.DS.* &c. quod coincidit cum eo quod jam eſt rejectum; vel ſic, ut hinc naſcatur

III. 

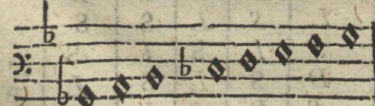
Tertia
S. DS. LS. SD. S. LS. LS.

IV. 

Quarta
SD. S. LS. SD. S. LS. | *LS.*

V. 

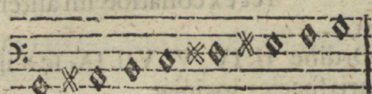
Quinta
SD. SL. S. SD. SL. SL. S.

V. 

In Octava *b*. unica poteſt eſſe Elementorum contractio, quæ coincidit cum quinta formâ, nec datur alia, ſc. *D*S. LS. S. *D*S. LS. LS. S. quia ſemitonium non niſi tertium ab infra locum habere poteſt.
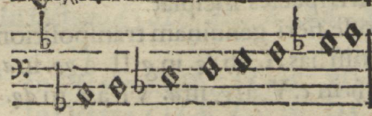
In Octava ♮ quia non licet conflare duo semitonia loco secundo, per legem 9. nec deinceps ordinare, per 2. distribuenda igitur sunt in tonos sic, ut solitarium stet vel primo, vel secundo loco. CAP. XIV.

Quod si primo loco; sequetur, ut alterum solitarium stet vel quarto loco, quod rejicitur lege tertia, vel sexto, & quatuor toni inferiori loco octavæ deinceps sequentur contra legem quartam. Quare semitonium ordinandum est loco secundo, ut hinc existat species

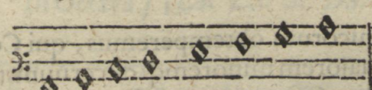
VI. 

Sexta

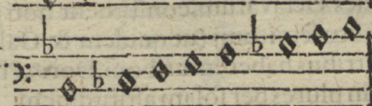
SL. S. SD. SL. SL. S. SD.

VI. 

In Octava *C.* pro duplici situ possibili semitonij dantur duæ distributiones: prima coincidit cũ 6. *LS. S. DS. LS. LS. S. DS.* altera est numero Septima

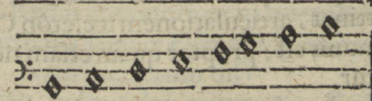
VII. 

LS. SD. S. LS. LS. SD. S. De octavæ *ce* forma unâ dictum est paulò anteà, altera coincidit cum sequenti. VIII.

VIII. 

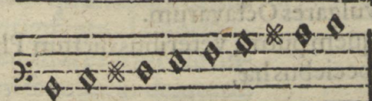
S. *SD. SL. SL.* S. *SD. SL.*

In Octava *d.* pro triplici situ semitonij in imo Tetrachordo, dantur tres species, Octava

IX. 

S. DS. LS. LS. S. DS. LS.

Nona

X. 

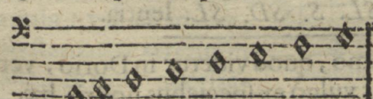
SD. S. LS. LS. SD. S. LS.

Decima

SD. SL. S. LS. SD. SL. S.

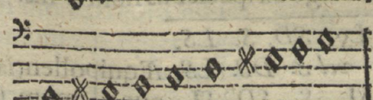
In Octava *dₑ* nulla concinna distributio fieri potest: exularet enim primis tribus locis semitoniũ, quod est contra legem octavam prioris C.

In Octava *e.* rursum triplex situs semitonij possibilis in tribus imis locis, tres dat species, quarum

XI. 

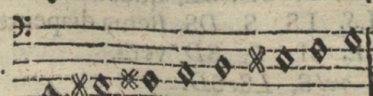
Vndecima

S. LS. LS. SD. S. LS. SD.

XII. 

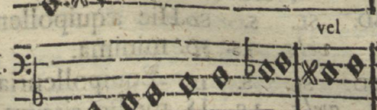
Duodecima

SL. S. LS. SD. SL. S. SD.

XIII. 

Tredecima

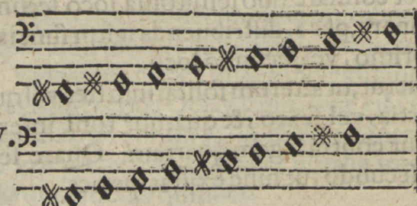
SL. SL. S. *SD. SL.* S. *SD.* est eadem, cum sequentis formâ priori.

XIII. 

In Octava *f.* semitonium habet unicum situm loco tertio, quare una existit species, sc: eadem tredecima biformis LS. LS. S. DS. LS. S. DS. *vel* SD. S.

Deniq;

CAP. XIV. I.



XIV.

Deniq; in Octava *fe* duo sunt loca semitonio, vel in penultimâ sede, vel in ultimâ. Quod si igitur sic ordines *SL.* S. *SD.SL.* S. *SD.SL.* species erit prima, ut apparet ex collatiõe: sin aliter, erit quarta decima S. LS. SD. SL. S. SD. SL.

Apparet igitur causa cur in Ordine II. IV. V. VII. IX. sc: in Octavis *Ge. b.* ♮. *ce. de.* nulla peculiaris species incipiat.

Apparet secundò, nullam posse fieri genuinam transpositionem, ut maneat eadem species Octavæ, nisi has, I. ab *fe.* in *g* II. à *ge.* in *a,* sed formæ rejectæ. III. ab *a.* in *b.* IV. à ♮. in *c.* V. à *ce.* in *d.* VI. à *d.* in *de.* formæ rejectæ. VII. ab *e.* in *f.*

At si vulgò Musicorum Organicorum obtemperemus, qui Comma negligunt, nec inter Tonos, majorem minoremq; discernunt; tunc omnes quatuordecim nostræ species Octavarum, constituent non plures, quàm tres Modos, pro triplici situ semitonij (ut quidem & Galilæus temp⁹ fuisse ait, cùm non plures tribus haberentur Toni, Dori⁹, Phrygius, Lydius) multiplicantur verò in plures per solam altitudinem.

Nam quod tertiam causam attinet, articulationem sceletôn Octavæ, ea nobis cum illis adhuc communis est; propter quam etiam nobis plures quam XIV. species nascentur.

Ecce tres ordines vulgares Octavarum.

I. Ut semitonium sit loco imo, quem puto à veteribus dictum Phrygium, æquipollent illis ex nostris speciebus hæ.

III.	In Octava *A.*	*S.*	*DS.*	*LS.*	*SD.*	*S.*	*LS.*	*LS.*	Æquipollentia quo-
VIII.	In Octava *ce.*	*S.*	*SD.*	*SL.*	*SL.*	*S.*	*SD.*	*SL.*	ad imum Tetra-
	In Octava *d.*	*S.*	*DS.*	*LS.*	*LS.*	*S.*	*DS.*	*LS.*	chordum, est vera.
XI.	In Octava *e.*	*S.*	*LS.*	*LS.*	*SD.*	*S.*	*LS.*	*SD.*	Mediocris æquipol
XIV.	In Octava *fe.*	*S.*	*LS.*	*SD.*	*SL.*	*S.*	*SD.*	*SL.*	lentia.

II. Ut semitonium sit loco penimo, quod videtur in Dorio, veteribus dicto, factum esse, æquipollent vulgò ex speciebus nostris hæ.

	In Octava G.	*LS.*	*S.*	*DS.*	*LS.*	*SD.*	*S.*	*LS.*	
I.						*vel S.*	*DS.*	*LS.*	Æquipollentia
	In Octava *fe.*	*SL.*	*S.*	*SD.*	SL.	*S.*	*SD.*	SL.	quoad imum sy-
VI.	In O&ava *c*	L*S.*	*S.*	*DS.*	L*S.*	LS.	S.	*D*S.	stema diapente est
	In Octava ♮	SL.	S.	S*D.*	SL.	SL.	S,	S*D.*	vera.
						vel S.	*L*S.	SD.	
XII.	In Octava *e.*	SL.	S.	LS.	SD.	SL.	S.	SD.	Hic æquipollentia
						vel S.	LS.	SD.	minima.
IV	In Octava *A.*	SD	S.	LS.	SD.	SL.	S.	LS.	Æquipollentia
						vel S.	LS.	LS.	mediocris cum su-
IX.	In Octava *d.*	SD.	S.	LS.	LS.	SD.	S.	LS.	perioribus.
						vel S.	DS.	LS.	
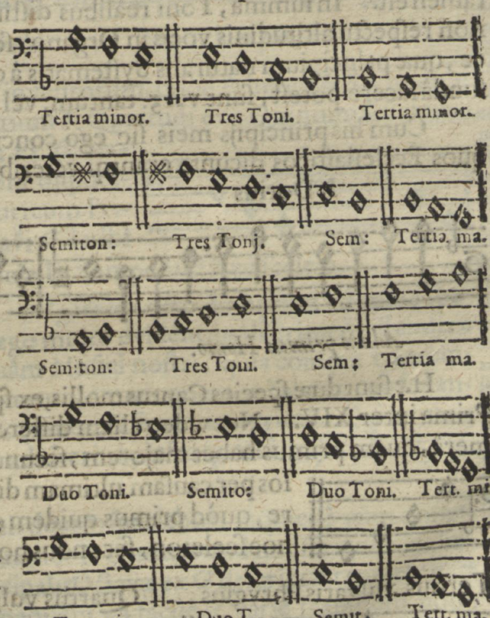
Ut

III. Ut semitonium sit loco tertio, ut in Lydio fuisse credo, æquipollent vulgò ex speciebus nostris hæ. CAP. XIV.

II.	In Octava *G.*	*LS. SD. S. LS. SD. SL. S.* vel *S. LS.*	Æqui pollentia in imo diapente vera.
VII.	In Octava *c.*	*LS. SD. S. LS. LS. SD. S.* vel *S. DS.*	
V.	In Octava *A.*	*SD. SL. S. SD. SL. SL. S.* vel. *S. LS.*	Æquipollentia minor.
X.	In Octava *d.*	*SD. SL. S. LS. SD. SL. S.* vel *S. LS.*	
XIII.	In Octava *e.*	*SL. SL. S. SD. SL. S. SD.*	Æquipollentia minima.
	In Octava *f.*	*LS. LS. S. DS. LS. S. DS.* vel *SD. S.*	

Possunt ergò secundùm vulgi de Tono majori & minori sententiam, plurimæ fieri transpositiones Melodiarum de literis in literas, mediantibus signis *b* & ✕.

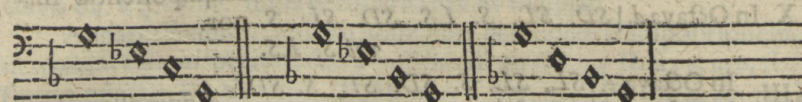
Restat ut examinemus quænam ex nostris XIV. speciebus Octavæ per articulationem elementorum concinnorum possint fieri multiplices. Nam specierum discrimen quintuplex oritur à contiguitate Tonorum; aut enim tres toni se invicem sequuntur deinceps, aut bini tantùm. Quod si tres, oportet ut vel in medio octavæ stent non naturaliter, utrinq; habentes singulos tonos & singula semitonia: vel ut ad alterum Systematis extremum vergant, & tunc necessariò in illo extremo est semitonium, propter leges 8. & 3. Sin autem bini tantum Toni se insequuntur, intercedentibus semitonijs, tunc semitonio locus in extremitatibus non est; & duæ tonorum bigæ vel suprà stant, vel infrà, tertia mollis in extremo contrario, eaq; inferiùs recta, habens semitonium suprà; superiùs inversa, Semitonium infrà habens.



CAP. XIV.

Hoc pacto in nostris XIV. speciebus reperiuntur interspersæ aliæ X. quaternis primis locis coincidentes cum prioribus, aut etiam quinis; ubi verò incipiunt differre, præmissa est particula, *vel*,

Quod si jam accesserit ultima causa, discriminans Tonos, scilicet τονὴ & πεττεία: triplicabitur Numerus, & fient 72. species. Omne enim sceleton Octavæ ex omnibus 24, habet & tertiam & quartam concordantem cum primâ, & quintam & sextam. Si ergò hæ partes cantus potissimùm circa quartam & sextam occupentur, tunc statuunt infimo loco Diatessaron: Sin circa tertiam & sextam, Diatessaron est
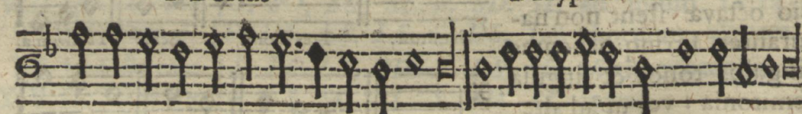


in medio, sin deniq; circa tertiam & quintam, Diatessaron est loco supremo.

Hæc autem non ideò dico, quod necessaria sit tam minuta concisio, cùm sciam, plerumq; misceri ternas formas in uno cantu: sed ut ex hoc numero possit judicium ferri de discriminib9 Tonorum, quæ Moderni tradunt; quæ partim talia sunt, vt mihi videantur illorum tot statui posse, quot sunt omninò cantiones, cætera unius Toni. At si observamus hæc principia, numerus Tonorum utcunq; magnus, finitus tamen est. In summâ, Toni realibus distincti metis & discriminibus, non respectu altitudinis vocis in Organo, sed in ipsâ etiam humana voce, quæ principium naturalis Systematis à quacunq; voce altâ vel profundâ facere potest, sunt vel 3. tantùm, vel 14, vel 24, vel 72.
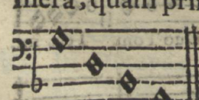
Cum his principijs meis sic ego concilio Tonos octo vulgares, quos Ecclesiasticos dicunt; erantq; veteribus, opinione quorundam,

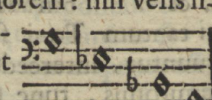
I. Dorius — I. Hypodorius
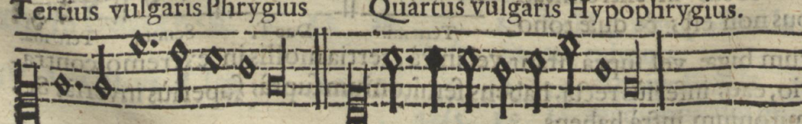


Adam primus Homo. — *Noe secundus.*

Hæ sunt duæ species Cantus mollis, ex specie octavæ, quæ est mihi Prima inter XIV. Nec video aliam differentiam, quàm in altitudine merâ, quam primus habet majorem, secundus minorem: nisi velis illos per causam ultimam distinguere, quòd primus quidem observet hoc sceleton, secundus hoc.
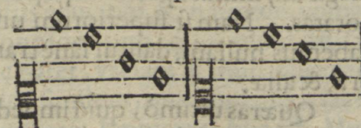




Tertius vulgaris Phrygius — Quartus vulgaris Hypophrygius.
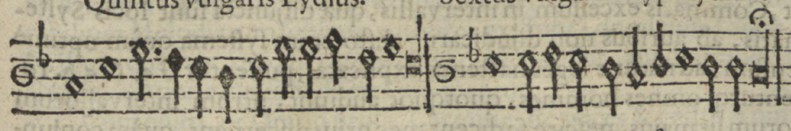


Tertius Abraham. — *Quatuor Evangelistæ.*

Nihil
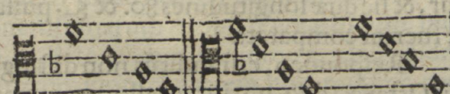
Nihil manifestius quàm hos duos Generis duri pertinere ad nostram speciem XI. & scribendos ex *e*, estq; rursum vix ullum discrimen aliud quàm * altitudinis, nisi hæc illis velis accomodare sceleta seorsim.
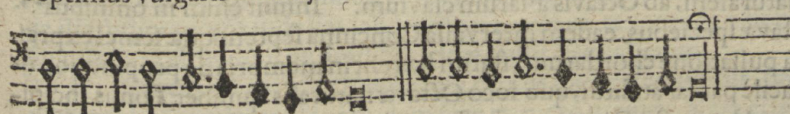


Quintus vulgaris Lydius. Sextus vulgaris Hypolydius.



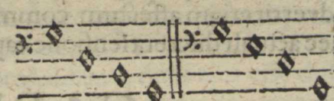
Et hi similiter manifestissimè scribendi sunt ex *f.* suntq; generis mollis, distinguuntur; altitudine vel sceletis hisce, ex nostra XIII.



Septimus vulgaris Mixolydius. Octavus vulgaris Hypomixolydius.



Etsi apparet consilium inventorum, quòd Primum & Secundum ex *d.* scribere voluerint, Tertium & Quartum ex *e.* Quintum & Sextum ex *f.* Septimum & Octavum ex *G.* certum tamen est ex ijs quæ supra disputavimus, etiam hos generis Duri cum Primo & Secundo ex eadem clavi *G.* scribi debere, quibus ex nostrâ specie II. competunt hæc sceleta.



Hac igitur applicatione vulgarium octo Tonorum ad meas species Octavæ I. XI. XIII. II. ego multò evidentius discrimen ostendere possum inter hos Tonos, quàm Musici nostri, quia comma contemnunt. Qui enim ex *G.* scribuntur, omnes quatuor habent consonantias legitimas, tertiæ, quartæ, quintæ, & sextæ cum primâ. Qui verò ex *F.* & *e.* consonantijs utuntur adulterinis, infrà quartâ majori *e a.* & *f bb.* & quinta majori *e ♮♮.* & *f cc.*

Quid igitur cum reliquis decem speciebus, inquies? cùm omnes usitati Toni redigantur ad quatuor? Nimirum ad hoc serviunt, ut sciant Musici, si Systemata principalis Octavæ ex *G.* descriptæ, temperemus ut natura suadet; tunc nequaquàm ita facilè & variè transponi posse cantum sine mutatione sinceritatis suæ, ut ipsi habent in usu. Liberum igitur illis est, vel rejicere omnes residuas 10., & cum ijs etiam transpositiones suas: vel fateri, quòd plures Formæ Melodiarum, plures nempe Modi vel Toni possint existere, ijq; differentes ab his positis, alij

CAP. XV.

* Triplex est altitudo Toni 1. absoluta & materialis quodãmodo, ut in voce humana etiamq; in Organis si ex G ascẽdat radix Systematis in *g.* ubi non mutatur forma Systeatis: de hac jam nihil. 2. Formalis ipsius radicis cujusq; Toni in Systemate naturali composito ex duobus diapason. Neq; hæc hoc loco intelligitur: importat enim mutationem Toni permutatã Clavi radicali Systematis 3. Iterũ formalis, altitudo Melodiæ respectu suæ radicalis clavis, quâ manente manet quidem Tonus idem, sed aliud quasi schema induit: ut si non ad Octavam radicis ascendat, sed infra sextam, quintam aut quartã se contineat, vel infra radicem sese crebro demittat, rediens tamẽ in fine ad radicem. Itaq; sceleta ista non sic sunt intelligenda, quasi Melodia omnes ejus articulos vel notas hic picta pervadat: sufficit si aliquas, aut si earum diapason inferiores Hos igr. sese sic demittẽtes infra radicem possemus cum antiquis appellare Plagios: cæteros Authentas.

CAP. XIV.

magis alij minus; pro ut æquipollentias ad marginem supra vides annotatas. Nam si superiorum unius Octavæ intervallorum rationem habemus nullam, dantur sanè transpositiones aliquot à *G.* in c. & ab *A.* in *d*, & aliæ.

Quæras ultimò, quid impediat illas transpositiones, toties jam à me rejectas? Videntur enim aures illas non impedire, cùm in confesso sit, Commatis excessum in intervallis, quæ disjuncta sunt locis Systematis, ab auribus non dijudicari. Esto enim systema quàm optimè tensum, ad naturæ leges hactenus explicatas, pulsentur *G a*, & *a* ♮. rogenturq; omnes homines, quotquot audiunt, utrum intervallorum horum sit majus, nescire se dicent; nec prius discernent, quàm conjuncta fuerint intervalla loco eodem Octavæ; hoc est, ubi spacio chordæ per circinum dispuncto, pars octogesima prima chordæ intersepiatur, & sic duæ longitudines 80. & 81. pulsatæ momentis proximis, inter se fuerint comparatæ?

Respondeo, etsi auditus non distinguit, pulsatis tribus solis chordis Octavæ (duorum intervallorum terminis) at pulsatis omnibus unius Octavæ chordis, sic tandem distinguit Octavam *G.* primogenitam & naturalem, ab Octavis aliarum clavium. Insunt enim in omnibus Octavæ speciebus, eadem intervalla Concinna septem; quæ semel expressa pulsatione chordarum, statim hærent in memoria de propinquo; ut facilè pateat auditui, quo loco Octavæ naturalis quilibet Tonus incipiat. Hoc pacto Commatis sensus erit implicitus in distinctione Octavarum. Quemadmodum enim Auditus Consonantias ipsas, & Concinna omnia intervalla, probat ab effectu, licet non numeret longitudines chordarum, quæ causam præbent concordantiarum: sic idem auditus advertit etiam affectum commatis 80. 81. etsi id non numeret, adeòq; nec actuali discreta sensione capiat seorsim.

CAPVT XV.

Qui Modi vel Toni, quibus serviant Affectibus.

Hactenus de principiis, ex quibus Toni constant, & contra se distinguuntur: jam pauca dicam de effectu, consentanea quidem meis principijs.

Primùm admonendus est lector, non hic agi de dispositionum animi differentia, quæ efficiunt, ut homo potius canat, quàm ut oratione planâ & sedatâ utatur: neq; de ijs, quæ hinc cantum, inde simplicem orationem consequuntur in auditore. Nam ut alacritas animi est, quæ omnem omninò cantum in canente præcedit, eiq; veluti dictat Melodiam; sic etiam omne genus Cantionum concinnarum voluptas audientium consequitur.

Separanda est nobis hæc generalis dispositio Animi, seu potius, loco

loco materiæ ſubjicienda illi affectuum diverſitati, quam hic quærimus. CAP. XV.

Cùm autem omnes partes Cantus concinni & naturalis comparatæ ſint ad ciendos affectus, imitatione ſonorum, quos edunt animalia, ad teſtificanda ſua deſideria: hinc patet, variam & multiplicem eſſe hanc diſputationem, adeóq; infinitæ ſimilem; quæ cum meos lacertos ſuperet, rectiùs tranſmitteretur univerſa Empiricis, hoc eſt, Muſicis practicis: quippe qui ſine præceptionibus, ſolo naturæ ductu, admirabilium Melodiarum ſubinde authores exiſtunt: quod ipſis longè eſt facilius, quàm ut, quid ſit cantus, & in quo conſiſtat, aut quomodo factus ſit, oratione longâ & diſertâ eloquantur.

Cùm enim, ut Oratio proſa, Carmine, ſic voces & geſtus Animãtum Cantu repræſententur & veluti depingantur: certè ut Poëtice, ſic etiam Muſica cantus componendi facultas, uſu & exercitatione ſola, ſi fuerit ingenium etiam Naturâ factum ad hoc, eſt addiſcenda.

Quia tamen pars eſt honeſtiſſimarum Animi recreationum, indagare rerum cauſas, aut ab alijs repertas comminus intueri: adeò quidem ut etiam Ariſtoteles Problematum ſuorum partem non minimã contemplationibus dederit Harmonicis: conandum etiam hîc eſt aliquid, proferendiq; Philoſophiæ fines, & Methodi legibus adhibitis coercenda illa diſputationis infinitas, adq; generalia capita revocanda; ut per ſingularia poſtmodùm de ſimilibus idem poſſit eſſe judicium.

I. Cantus ipſius, affectuumq; qui cantus ſpecies ſequuntur, proportionalia ſunt elementa, totidem ferè numero utrinq;. Nam etiam voces ipſæ Partium Cantus, ἀγωγή, τονή, πεττεία, πλοκή, ad affectus alludunt certos. Prima ſimplicitati ſervit, ultima luxuriæ; illa corpori ſimilis eſt, hæc coloribus; Tones æqualitas attentionem movet; Pettia, ſeu luſitatio ad delectationem & recreationem eſt comparata. Hæc ſunt generalia per omnes Modos Muſicos.

II. De Agôge hoc peculiare monet Galilæus, duas ejus eſſe differentias, unam ſurſum, alteram deorſum, quarũ illa lætitiæ ſerviat, hæc mœſtitiæ & fletui. Cauſa eſt naturalis: infrà enim vox gravis motu tardo editur, ſuprà vox acuta motu concitato: cùm ergò vox deſcendit, quieti appropinquat; cùm aſcendit, in motu proficit, propterea in chorali cantu plerumq; in imo deſinimus: illîc igitur vox langueſcit, hîc viget. Atqui etiam in mœrore languet mens omneſq; functiones, in hilaritate vivit & actuoſa eſt.

III. Eſt etiam ſaltûs vis magna; qui eſt veluti potentialis Agoge: habet enim temeritatem, motum, audaciam, eſt militaris, virilis, impudens, ſi creber ſit, præſertim per diapente, cujus figura, Trigonus, acutis conſtat angulis, totumq; circulum tribus lineis abſumit. Contrà ſaltus per ſextam mollem unicus aſcendens, ſequente Agoge deorſum, magnitudinem doloris exprimit, aptus ejulatibus, ob ſimilitudinem vocis: ut in *In Me tranſierunt* Orlandi.

IV. Multum etiam inter eſt, quantam altitudinem in Octavæ ſyſtemate ab imâ radice cantus potiſsima pars occupet. Nam ſi totam Octavam percurrat, aut excedat, animoſus cantus eſt; ſin Diateſſaron ſolum, modeſtus & jucundus; Diapente mediocritatem habet; Tertia mollis

demissionem & pusillanimitatem. Hoc quidam tribuunt descensui infra radicem per diatessaron; hujusque formæ tonos appellant plagios, seu plagales suorum Authentorum.

V. Inter generalia elementa referenda est potissimùm etiã celeritas & tarditas rhythmi, seu tactus; quarum illa iræ, motui, pugnis, hilaritati apta est; hæc affectionibus, quibus per quietem fruimur, mœrori, amori, desiderio, voluptati ex potiundo.

VI. Adde & modũ, hoc est Rhythmum ipsum: alia enim tripli dicti, alia dupli est vis; quam fortè multam trahit ex imitatione saltantiũ chorearum: q̃ motuum in ijs alternata varietas cùm omnibus nota sit, admonet statim audientes, eos velut in rem præsentem adducens. Triplus igitur turbulentus & actuosus est, duplus quietior, pacatior, modestior. Sed de Rhythmis eorũq; signis, nihil hoc libro; quare missos eos faciam⁹.

VII. Veniendum nunc est ad illa, quibus propriè Tonos discriminari diximus; quorum præcipuum est, diuersitas generum Cantus. Atque hic seges disputationum copiosissima succrescit, quodnam ex tribus veterum generibus cui fuerit affectui tributum; quam nos intactam præteribimus; cùm nec naturalis sit distributio cantus in genera numero tria, nec veteres sibi constent in hac materia. Mihi de naturalibus duobus cantus generibus sermo erit, Duri scilicet & Mollis; quæ voces quos affectus cieant, ipsæ produnt. Nam ut fœmina ad patiendum potissimùm facta est, mas ad agendũ, præsertim in generationis negocio; sic Molle genus passionibus animi fœmineis, Durũ actionibus virilibus accom̃odatur; quarũ rerum discrimina ex sequẽtibus magis elucescent.

> De Enharmonio scribit Aristoteles, eo impleri animos furore diuino: contrà magistratus Spartanorum, quod effæminatũ hoc & fucatum genus cantus haberetur, authorẽ eius recipiendi notatum ignominia vrbe pepulerũt.

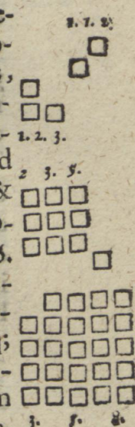
VIII. Non enim Genera tantum cantus, sed etiam Toni in vniuersum situ semitonij differebant. Hic semitonij situs animat afficitq; tàm Genus quàm Modum seu Tonum: aliter tamen de hoc situ disputandũ est, respectu generum, aliter respectu tonorum omnium. Genera enim diximus oriri primum omnium in Octavâ principali, quæ à *G* incipit, in qua semitonij situs loco penimo format Genus molle, loco antepenultimo, genus durum: illic imo loco est tertia mollis, hic dura. Quæ est igitur hujus situs connexio cum affectionibus? aut quid commune tertiæ minori cum fœminis, cum passionibus, cum mollitie; quid item Tertiæ duræ cum virilitate, duritie, actionibus, efficacia?

Primùm igitur memineris, Tertiam duram ortam esse ex Pentagono; pentagonum vti sectione secundùm Extrema & Medium, quæ proportionem formant diuinam. In hac verò proportione pulchra inest Generationis idea. Nam sicut pater gignit filium, filius alium, quisq; sibi similem: sic etiã in illa sectione, cùm pars major additur toti, continuatur proportio, capitq; composita locũ Totius, & quę prius erat tota, locum partis majoris. Quæ ratio etsi numeris exprimi nequit, datur tamen aliqua series numerorum, quæ cõtinuè propiùs ad verum accedit, in qua serie, ipsa differentia numerorum à terminis genuinis (qui sunt nõ numerabiles sed ineffabiles) admirabili vicissitudine mares fœminas progignit, membris sexus indicibus distinctas. Vt si pars major sit primò 2. minor 1. totum 3. Hic nõ est planè 1. ad 2. vt 2. ad 3. differentia enim est vnitas, quo minus rectangulum extremorum 1. 3. æquet quadratum

medij 2.

medij 2. Tunc addito 2. ad 3. fit novum totũ 5. & addito 3. ad 5. totũ 8. Etc. Rectangulum ex 1. 3. fœminam creat, deficit enim à quadrato de 2. vnitate; Rectangulum ex 2. 5. marem; excedit enim quadratum 3. vnitate; Rectangulum ex 3. 8. fœminam, deficit enim à quadrato de 5. vnitate. Rursum ex 5. 13. mas oritur, respectu quadrati de 8. ex 8. 21. fœmina, respectu quadrati de 13. hoc sic in infinitum.

Hæc cùm sit natura hujus sectionis, quæ ad quinquanguli demonstrationem concurrit; cùmq; Creator Deus ad illam conformaverit leges generationis; ad genuinam quidem & seipsâ solâ perfectam proportionem ineffabilium terminorum, rationes plantarum seminarias, quæ semen suum in semetipsis habere jussæ sunt singulæ: ad junctas verò binas Numerorum proportiones (quarum vnius deficiens vnitas alterius excedente compensetur) conjunctionem maris & fœminæ: quid mirum igitur, si etiam soboles quinquanguli Tertia dura seu 4. 5. & mollis 5. 6. moveat animos, Dei imagines, ad affectus, generationis negocio comparandos? Vbi repetendum ex capite III. quod quamvis 1. 6. sit ex sexangulo, Residuum tamen 5. 6. non consonet propter sexangulum, sed propter derivationem ex tribus circuli decimis, per terminorum duplicationem & dimidiationem; itaq; etiam Residuũ hoc, ejusq; Soboles, Tertia minor, est ex Quinquangulari figurarum classe. Hoc igitur stabilito, quòd societas duarum Tertiarum repræsentet societatem maris & fœminæ: nullo jam negocio cuiq; sexui sua assignatur Tertia. Major enim tertia virilis evadet, Minor, fœminea; cum eadem sit ipsorum etiam corporum, viriumque tàm corporis quàm animi proportio. Cùmque major sit ex imparilaterâ, sc. ex Quinquangulo, minor verò originaliter ex parilatera Decangula; consentaneum est etiam Pythagoræ placitis, qui numeros impares mares dixit, pares, fœminas; (quod confirmatur illa excessuum & defectuũ speculatione, cùm impar sit & excedens) vt illa masculini sexus habeatur, hæc fœminei.



Accedat his rationibus etiam intervallorum concinnorũ contemplatio, quorum minimũ est Semitoniũ; semper enim Semitonium succedens, invitat vocem ad se superandũ, ob parvitatẽ; est enim instar jugi in clivo mollescẽte; Et quoties Semitonium versus superiora occurrit; illa quædã quasi meta cantus habetur, ad quam tendat, indeq; veluti jugo superato, confectoque conatu, reverti crebrò solet ad inferiora. Certè, si canamus RE, MI, non satiatur auditus, sed expectat vt & FA addatur. Cùm igitur tertia dura, quæ habet imum locum in Tono Octavo, careat semitonio, quod demum accedit ad complendum Diatessaron: meritò habetur pro actuosa, & conatuum plenâ, cujus vis γόνιμος, & ἀκμὴ ἄσχετος, quærens finem suum, scilicet Diatessaron, cujus semitonium est ei quasi ἔκχυσις, toto conatu quæsita. At tertia minor imo loco Toni Primi consistens, cùm semitonium complexa sit, à quo superato solet fieri reversio; quasi seipsâ contenta, suâq; naturâ ad superationem & passionẽ facta: semper se, veluti gallina, sternit humi, promptam insessori gallo. Et ecce causas affectuum in Generibus, inq; Tonis systematis primarij, ex G surgentis

CAP. XV. Nunc eundem semitonij situm contemplemur etiam respectu Tonorum promiscuè omnium: ubi attemperabo orationem, ut hactenus etiam, ad Tonos vulgares, uti eos ex meis principijs distinxi. Nam de reliquis X. speciebus Octavæ, quas addidi comparationis causâ, an Toni dici mereantur, Musicorum erit judicium.

Sæpe dictum, naturaliter quidem, ex concinnis intervallis majora, sibi postulare locum imum dari, ut magna magnis associentur. Nam & soni graves, qui sunt itidem infrà, magnitudine aliqua, id est, longis chordis determinantur, acuti brevibus: seu quod idem est, sonus gravis magno & tardo motu editur, acutus parvo & celeri. Naturalis igitur series est, cum in Tetrachordo perfecto, primo loco est Tonus major, secundo Minor, tertio & supremo Semitonium. Atqui cùm omnia secundùm naturam habent, læti sumus: Læti ergo Toni sunt, qui Tetrachordum inferius sic diuisum habent: habent autem Septimus & Octauus; quos mirâ inconstantiâ nunc, Phrygios, nunc, Mixolydios à veteribus appellatos, putant: quanquàm ego magis inclino, vt Lydios potius Veteribus dictos credam; quia testantur de suo Lydio, quod impleat animos furore diuino, id est alacritate & spiritibus militaribus; quales sunt nostri, Septimus & Octavus.

Cùm igitur eversa est ratio, vt imo loco sit Semitonium; quod fit in Tertio & Quarto Ecclesiasticis, qui Phrygij veteribus: verso naturæ ordine, querulum, fractum, & lamentabile quippiam sonari consentaneum est. At cùm Semitonium est loco medio, medius est affectus tranquilitatis, humanitatis, jucunditatis ex colloquijs & narrationibus: quibus apti Primus & Secundus, generis sc. mollis & fœminini; quos Dorios olim dictos putant. Dorium sanè sic describit Vincentius Galilæus, quòd sit Naturâ stabilis, quietus, sine violentia, aptus ad gravitatem & severitatem: quod de duobus hisce secundùm magis & minus verum est. Nam semp molliores oportet esse Tonos pari numero dictos; qppe plagales suis authentis, ab impari denominatis, ex causâ quæ paulò antea No. IV. allata fuit. Itaq; etiam Galilæus Plagium Primi facit languidum flebilem meticulosum; motum enim versus gravia languoris, versus acuta vigoris esse. Etsi malim ego & temperare ista Epitheta, & causam distinguere. Non est. n. Doriorum proprietas languor, fletus, & metus sed in genere excursuum ad gravia & descensus crebri infra radicem.

IX. Hactenus de situ semitonij; nec dum tamen omnibus Tonis suas assignavimus proprietates. Sequitur igitur ut etiam de consonantijs imperfectis & adulterinis dicamus, qbus articulantur sceleta octavarum. Et primum quidem illarum veluti essentia erit inspicienda, postea locatio in Systemate.

Cùm igitur naturalis & primæva est systematis Octavæ dispositio, in quà cum imâ chordâ perfectè consonat tertia, quarta, quinta & sexta: Tonus talis omnia illa in animo ciet, quæ habent secundùm naturam, mollis quidem passiones, durus actiones, vel affectus ijs aptos. Hæc proprietas cōpetit Primo & Octavo ex *G* surgentibus: quo nomine non injuria Galilæus affirmaverit Octavum cum primo coincidere; intellige tamē, servata cuiq; sex⁹ seu generis proprietate. Ita duplici nomine Septim⁹ & Octav⁹ cæteris p̄stāt, tam ob sitū semitonij, q̄ etiam ob p̄fectionē

E contra-

E contrario, Quintus & Sextus, Tertius & quartus consonantijs infrà utuntur adulterinis & auctis, ille Diatessaron, hic Diapente: quæ res vim illis conciliat mœstitiæ & affectuum ab humana temperatione discedentium. CAP: XV.

Nam in Quinto & Sexto, Diatessaron quidem est ὄρθιον, naturali situ semitonij in summo, non minus quàm in Septimo & Octavo; at duo majores toni sunt infimo loco, post eos semitonium; ex quibus conflatur Diatessaron commate abundans.

Quare magnitudinem etiam ij modi promovent affectus, ut Devotionem, Admirationem, Amplificationem, Dolorem; rursum Spem, Fiduciam, quasi elevationem mentis supra sortem præsentem.

In Tertio verò & Quarto, præter ipsius Diatessaron formam inversam, accedit etiam hæc consonantiarum fermentatio, augetq; tristitiam & languores animi.

Quòd si licet analogiam prosequi ultra tonos usitatos, ad speciem III. ex meis, cantus mollis, ex *A* descriptam; quia illa semitonium quidem infrà, Diatessaron verò perfectum habet: hanc igitur ego jucundæ tristitiæ accommodarem: ut cùm nobis placemus in mollicie animi, in Amoribus & Desiderijs; aut cum lacrumas gaudium exprimit.

Hæc de Consonantijs ratione sui; nunc ratione loci in systemate, quid efficiant, videamus.

Cùm igitur τονὴ & πετλεία circa quartam & sextam chordas potissimùm occupantur, sic ut appareat, Diatessaron loco imo ab ijs statui; quia hoc est Tetrachordi intervallum, quod omnes tres concinnorum species est complexum, eòq; præcipuum est in hac Tonorū animatione: tunc hæc forma cantum ad humilitatem invitat; ex causa eâdem quam suprà No IV. usurpavi. Sin occupentur hæ partes cantus circa tertiam & quintam, statuentes Diatessaron superiùs; excitatur etiam & elevatur cantus, præsertim si ad octavam excurrat: qualis fuisse videtur Νόμος ὄρθιος veterum: Si deniq; circa tertiam & sextam; ut Diatessaron redactū sit in medium, quod in Primo & Secundo frequentiùs fit, quàm in Septimo & Octavo: medius etiam promovebitur affectus. Crebrò autem inter se permiscentur hæ sceletôn articulationes, ut in diversis partibus cantus sint diversæ, pro varietate textus, & ingenio artificis, textum cantu pingentis.

X. Quòd si verum est, quod quidam imparis numeri Tonos I. III. V. VII. faciunt altiores; paris II. IV. VI. VIII. humiliores, etiam respectu radicis Octavæ: certè altitudo respondet excitationi Animi, profunditas demisioni: tunc sanè distribuere poterimus quatuor classium affectus in classes octo, secundùm tonos totidem: ut habeat Septimus iram, violentiam, fortitudinem; Octavus hilaritatem, alacritatem, voluptatem acutam: Tertius dolorem acutum, desiderium; Quartus fletum, amorem, Primus festivitatem, nuptias, comessationes; Secundus modestam hilaritatem, colloquia, narrationes; Quintus Panegyres, exclamationes, fiduciam, spem; Sextus devotionem, dolorem magnum, &c.

Et

Et jam tempus eſt, ut ad principium revertatur oratio. Nam illud admonendus eſt lector philoſophus; quòd Muſici noſtri omnes promiſcuè affectus in omnibus Tonis exprimunt, id ipſos ita & facere, quia omnis promiſcuè cantus voluptatem parit auditori, alacritatem requirit in authore; & poſſe facere quia inſtrumenta ciendis affectibus plura ſunt, partim initio recenſita, quæ paſſim per omnes promiſcuè Tonos adhiberi poſſunt. Si tamen omnia præſidia ſtuduerint adhibere, ad idem intentum facientia; non facilè negligent Tonorum delectus, ad affectuum hypotheſin idoneos. Verùm ij viderint de eo, quod eſt illorum praxi permiſſum; mihi hactenus Theoreticè proceſſiſſe ſufficiat.

CAPVT XVI.

Quid ſit Cantus per Harmoniam, ſeu figuratus.

Etſi vox, Harmonia, veteribus uſurpatur pro Cantu; non eſt tamen intelligenda ſub hoc nomine, Modulatio per plures voces, harmonicè conſonantes. Novitium enim inventum eſſe, veteribuſq; planè incognitum, Concentus plurium vocum in perpetuâ harmoniarum viciſsitudine, id probatione multâ non indiget. Videatur hac de re Vincentius Galilæus in opere Muſices Italico. Solet quidem objici, relegatio cantus per Harmoniam, à Republica Platonica, quaſi jam tunc ille fuiſſet in uſu: at intelligitur locus de Organis, de Syringe, Vtriculo, Teſtudine, cùm una vox aut perpetuò intonat, aut intermittit, locum cedens appropinquanti diſſonæ. In illo more nullum erat apud veteres majus artificium, quàm apud noſtros utricularios.

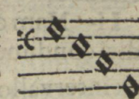
His ultimis ſæculis, hæc ratio canendi, Figurata ideò dici cæpit quia primi authores diagrammata non ita ſimplicia fecerunt, ut ſunt in Chorali cantu; ſed varijs uſi ſunt figuris & coloribus, & punctis; quorum ſignorum aliqua ſilentium, aliqua ſonum imperant, quædam longum, alia brevem; aliqua ad Tonos, aliqua ad Modos menſurales diſcriminandos, ad Fugas, ad Repetitiones, & ſimilia, adhibita.

Nobis igitur Concentus harmonicus ſic definiatur; quòd ſint duæ tres, quatuor vel plures voces ſeu Melodiæ Concinnæ & aptæ, quales Capite XIII. deſcripſimus, omnes ejuſdem Generis, ejuſdemq; aut cognatorum Modorum, ſic ſimul incedentes; ut concordantias aut meras, aut breviſſimo Concinnarum diſſonantiarum interpunctu fermentatas faciant; non eas tamen perpetuo tenore identicas, nec eaſdē deinceps; ſed ipſâ ſucceſsionum alternatione ad delectationem variatas. Quemadmodum enim eſt in proportione, Conſonantia duarum vocum ad Uniſonum; ſic eſt Cantus Harmonicus ad ſimplicem unius vocis

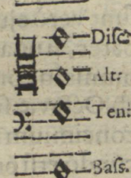
vocis Melodiam; à quo principio dependent omnia definitionis membra, quæ deinceps explicabo.

I. Primum igitur hic illud circa pluralitatem vocum occurrit adnotandum, quod Artifices vel maximè consentaneum Naturæ constituerunt, ut quamvis sæpe concinant voces benè multæ: omnes tamen quatuor solummodò nominibus appellentur, ad numerum perfectæ harmonicæ mediationis in uno perfecto systemate diapason. Discantum enim nominant, vocem acutissimam, Altum, quæ illi proxima, Tenorem è gravibus superiorem, Bassum infimam. Nam inter duas Diapason sonantes voces, duæ solùm intersunt medietates harmonicęq́; simul consonantes cum extremis identisonis, ut capite III. explicatum.

Discant.
Altus.
Tenor.
Bassus.



Quamquam origo vocabulorum istorum Italica, videtur ad Systema compositum magis respicere, ut in eo partes oppositas teneant Altus & Bassus, non ille quidem altissimus existens; sed quia hæ duæ crebrò (licet non in fine) faciunt diapason, illa quidem superior & acutior, hæc inferior & gravior. Sic Tenori, vocabuli origo dat Ideam & modulationem cantus simplicem, Discanto nomen dedisse videtur perpetua volubilitas & divagatio à plagâ, Tenori per diapason oppositâ. Itaque si comparemus partes Cantus Cap. XIII. ex Euclide allatas, etsi omnes illæ sunt Vocum omnium; Tenor tamē potissimùm in Ἀγωγῇ occupatur, Discantus in Πλοκῇ, Altus in Τονῇ, Bassus in saltu per intervalla harmonica; omnium verò quatuor communis est Πεττεία, insignior tamen in Alto.



Hæ proprietates quatuor vocum ex ipsa rerum Natura desumptæ sunt. Nam quia per definitionem traditam, concentus perpetuò mutandus est ex alio in alium; necesse fuit id fieri sic, ut intermediarum una, comparatione ad cæteras, in angusto Systematis spacio obversaretur. Nam si omnibus laxa ex æquo sit libertas, necesse est id consequi, ut inferior crebrò superioris oberret spacium & vicissim; fietque insana confusio, & irrita reddetur distinctio Vocum quatuor. Has verò angustias mediarum potius una debuit occupare, (Altus vel Tenor) quàm extremæ, Discantus vel Bassus.

Nam si tale quid in extremis factum esset; omnis intervallorum variatio in unam solam plagam versura fuit, puta vel in acutum vel in Grave. Melius igitur erat, Concentum ex aliqua intermediâ voce, velut uno partium ipsius termino, in angusto loco figi seu alligari; variationem verò intervallorum, ab ea partim sursum tendere, partim deorsum. Non debuit verò mediarum vocum, quæ est inferior, coarctari; quia Idea cantus, Tenori, mediarum inferiori, adscripta, debet & libera esse, & per mediam totius Systematis quantitatem incedere, ut sint voces circumstantes, nihil aliud quam illius colores & ornamenta seu Emblemata. Inferiora verò intervalla semper majora sunt superioribus cognominibus. Vt igitur Tenor medium quantitatis locum haberet, oportuit illum esse inferiorem ex medijs; atq; sic Altum

CAP. XVI.

in angustum oportuit redigi, non Tenorem. Restant igitur pro Discanto & Basso evagationes, sed cum hoc discrimine, quòd Bassus qui grave sonat, magnoq; motu & longis chordis exprimitur, tardis etiam mensuris, & magnis, eoq; harmonicis intervallis vagetur, Discantus qui acutum sonat, supervolitatq;, & brevibus chordis, celeriq; & angusti spacij motu elicitur, brevibus etiam, eoq; crebrioribus mensuris, minimisq; concinnis intervallis omnia pervagetur. Hæc igitur vocum proprietas est. Nunc & reliquas definitionis particulas declarabo.

Dissonantiæ.

II. Nam quod attinet primarium illud & præcipuum Cantus Melodici condimentũ, Dissonantiã; Primùm illas oportet desumptas esse nõ ex intervallo quocunq; ἀναρμόςῳ, sed ex intervallis concinnis. Nam quia voces singulares, ad communem concentum concurrentes, nulla admittunt intervalla nisi concinna, inter sonos deinceps succedentes; sunt verò ejusdem generis & Toni, ut in definitione præmissum: facile patet, si una aliqua inter tales constituatur harmonia (cùm harmonia omnis in concinna dissolvatur elementa) nullâ singularum divagatione ab Octavæ suæ radice fieri unquam posse, ut binæ inter se aliud quam concinnum faciant intervallum, licet id non semper sit consonum. Secundò etsi præstantes artifices utuntur interdum dissonantijs majoribus, sic ut dissonans vox tono integro distet ab illa, quæ consonantiam faceret; id tamen non fit aliter nisi ad gravissimos animi motus exprimendos & eliciendos. Ordinaria verò, & cum jucunditate conjuncta eòq; naturalis quodammodò dissonantia, semitonio conficitur. Hujus rei causa rursum, ut respondeant ultima primis, repetenda est ex penitissimis Geometriæ fundamendis, ex cap: I. Axiomatibus II. & III. exq; libro primo & contemplatione Quindecanguli. Cum enim semitonium contineatur numeris 15.16. & verò non tantum Sedecangula figura demonstrationem habeat, sed etiam Quindecangula: parum equidem abfuit, quin 15.16. nobis definiret proportionem harmonicam, nec minus & derivatæ ab ea 15.8. & 15.4. & 15.2. & 15.32. & 15.64. ante omnes 15.1. illæ sc. quas creberrimè componistæ admittũt, ad dissonantias legitimas conformandas: nec erat nobis exceptio alia, quàm hæc, quòd demonstratio Pentekædecagoni non esset conformata numero angulorum figuræ immediatè, vt cæteræ, eòque non propria, sed ex differentibus figuris, Trigono & Pentagono transsumpta, & sic mutuatitia & remotissimi gradus: item, quòd angulus quidem Pentekædecagoni congrueret alijs ad implendum locum planum, at tota figura cum omnibus angulis congruentiam non admitteret. Cùm igitur 15. 16. & sociæ, ratione causæ conformantis tam propè Consonantias accedant; quid mirum illas etiam vsu crebro inter consonantias admisceri. Contrà verò Toni 8. 9. & 9. 10. alteris terminis Nonangulo participant, figura penitus indemonstrabili. Quare non suaves sed omninò horridæ sunt dissonantiæ, per illos, eorumque socias proportiones (4. 9. & 2. 9. & 1. 9. & 9. 16. & 9. 32. sic 9. 5. & 18. 5. & 36. 5. & 9. 20. & 9. 40. &c.) admissæ; multòque horridiores, quæ ex Tritono, & mutilo Diapente, similibusq; intervallis cõflantur: de quibus vide Artu-

Vide Ioannis Mariæ Artusij Bononiensis lib. II. de arte componendi, qui totus est de dissonantijs.

Vis Pentekædecagoni in delectu dissonantiarum.

Artusium: oriuntur enim post Tonos, Majorem & Minorem & Semitonium, sc. ex horum ut Elementorum compositione non naturali: semper autem quantum à Natura, tantum à suavitate disceditur.

Syncopatio

Tertiò cæteras dissonantiarum leges alterum earum nomen insinuat, cùm Syncopæ appellantur: etsi hoc est commune accidens tam dissonantiarum, quàm imperfectarum consonantiarum, sed nunc de dissonantijs agimus. Ordinariè enim hoc tenent, ut eâ utantur ceu fermento aut sale aut aceto in Opsonijs; scilicet, ut ex illis non fiunt integra fercula; sic etiam hîc non totæ cantiones, nisi magnę emphaseos causâ, scatent dissonantijs; nec cum ipso tactus principio vox una aliqua incipiens incurrit in cæteras consonantes, ipsa dissona: sed furtim & veluti tergiversata, dissonantiam admittit; dum in uno loco systematis, quem occupavit sublato tactu, & sic posteriori minusq; principali parte tactus incipiens sonum certum, consentientibus reliquis, post illas finitas, ipsa diutius & ultra principium sequentis tactus moratur, sic ut voces aliæ omnes, plærumq; graviores ipsâ (ut illa sc: parvitate & imbecillitate & celeritate, quippe acuta existens, minus obstrepat) communi concentu ad principium tactus sequētis, locum occupent ab illius loco dissonum, priusquàm ipsa illo suo loco excesserit, indeq; illam veluti lentam expellant, inq; inferiorem plerumq; protrudant: qua occasione etiam concordantijs & clausulis, quæ dissonantias absumunt, natum esse nomen Cadentiarum, videtur.
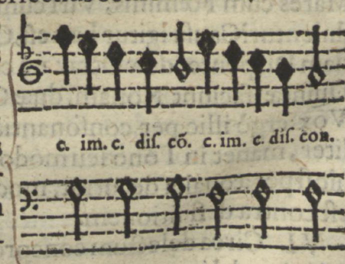
Cadentiæ.

Quin etiam hoc observant, ut pugna Dissonantium ordinariè committatur non tam crebrò ex intervallo propinquo, & inter secundas, quàm inter septimas; ut ita vox superior, depulsa hoc pacto de illo suo loco, per Semitonium aut Tonum defluat ad sextam, aut evolet ad Octavam cum prævertentibus designandam.

Dissonantiæ vulgares.

Sunt & aliæ dissonantiæ creberrimæ, minus artificiosæ, cùm vox gravis continuat sonum suum, manens in unisono, at vox acuta ab illius soni gravis diapason, excurrit celeribus sonitibus, ad aliquam per diapéte vel diatesaron illi consonam, per loca concinna intermedia omnia pervolitans, sic ut alternis consonet dissonetq;: semper autem ordine prior consonat; dissonātia & brevis est, quippe in transcensu, & in sono, qui est ordine posterior: ut si Tactus proportionis duplæ, quinq; Discanti sonos cum uno Bassi copulet, prima, tertia, quinta Discanti consonabunt, secunda & quarta dissonabunt, aut imperfectius consonabunt. Ecce.

Alternatio consonantiarum.



III. Hujus igitur rarioris mixturæ, ratio est eadem naturalis, quæ illius alterius frequentissimæ & perpetuæ; dum variātur Consonantiæ. Quemadmodum enim in simplici Melodia, deductio vocis unius singularis, à radice systematis, per intervalla dissona, sed Concinna tamen tendit ad loca harmonicè contemperata Radici, inq; ijs immoratur: sic concentus melodicus, ab unisono ferè incipiens, per Concordantias minores, vulgò imperfectas dictas, aut etiam per dissonantias has, tendit ad majores

CAP: XVI. jores & perfectas consonantias, & plerumq; (præsertim in fine) ad Identisonantiam.

Imperfectæ consonantiæ.

IV. Rursum sicut in Cantilenis simplicibus earum linguarum, quæ Rhythmo constant & longitudine vel brevitate syllabarum, brevium quidem ratio habetur non magna; longas verò syllabas, & fines versuum, ad loca primo sono consona dirigimus: sic etiam in concentu, sunt consonantiæ, minores dictæ & imperfectæ, quas cursim pervolitamus: sunt & pfectæ, ad quas tendimus, quæ ideò dictæ sunt Clausulæ.

Clausulæ.

Perfectæ nō deinceps locandæ.

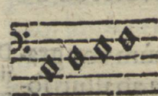
V. Amplius sicut ipsæ Consonantiæ singulæ seorsim consideratæ, sunt eo nomine gratæ, quòd non planè identicè sonant, sed figuratæ sunt q;-dammodò & diversisonæ, & latitudinem aliquam qualitativam occupantes in auditu, naturam trahentes à figuris planis regularibus, à quibus & oriuntur: sic jam Concentus Harmonicus, seu sequela plurium Harmoniarum perpetua, sine earum varietate gratiam omnem perdit.

Cur duo diapente &c. deinceps.

Ex hac explicatione definitionis, causæ tradi possunt legum, quas observant Componistæ in coaptandis concordantijs. Nam quæri potest, Quæ sit causa naturalis, cur licitum sibi putent, Tertias & Sextas naturales aliquot ordinare deinceps; Quartas & Quintas & Octavas & similes, ex speciebus singulis aliquot, non admittant deinceps?

Respondeo, causam hanc esse, quòd Tertiæ vel Sextæ se mutuò consequentes altitudine, sint plerumq; reverâ diversæ, una major, altera minor: & quamvis interdum duæ Tertiæ minores proximè consequantur invicem; sunt tamen minimæ consonantiæ & imperfectæ. Canat enim primus *Vt Re Mi Fa*, secundus ijsdem Temporis articulis *Mi Fa Sol La*. quatuor se mutuò consequuntur Tertiæ; quarum prima *Vt Mi*, est major; secunda *Re, Fa*, & tertia *Mi, Sol*, sunt minores; quarta *Fa La*, rursum est Major. E contrario, Quartæ omnes habentur vulgò pro intervallis magnitudinis ejusdem; ut & Quintæ, & multò maximè Octavæ. Itaq; si hæ perfectæ concordantiæ plures ejusdem speciei ordinarentur deinceps, altitudine differentes, Cantus consonantijs varius non esset.





Sed alia præcipua causa impedit, Quintas aliquot ordine in altum cani, quæ non impedit cani Octavas: de quo quærendum sibi putavit Aristoteles in problematibus: Cur modulentur Octavas, (verbi causa, Mares cum Fœminis, Viri cum Pueris) Quintas & Quartas non modulentur? Causa igitur hæc est, Quod cùm duæ Tertiæ faciant consonantiam Diapente, duæ Octauæ, consonantiam Disdiapason: contrà duæ Quintæ faciunt Nonam, duæ Quartæ Septimam, intervalla dissona. Vox ergò illic per consonantias Octauas & Tertias decurrens æqualiter, manet in Tono seu modo, observans eandem speciem Octavæ: hîc si per æqualia decurrat, modum vel Tonum mutat insigniter, quod est contra definitionem.

VI. Circa delectum concordantiarum aliqua etiam sunt notanda; primò quòd in genere magna intervalla magnos animi motus exprimant; (vt in illis Orlandicis, *Vbi est Abel*, & *Tristis est Anima mea*) parva & alta, læta; humilia & parva, tristia.

Deinde cùm cantus harmonicus plerunque desinat in Identisonantiam: ut igitur magnum, pro hypothesi textus, intervallum in fine complectamur; oportet non Bassum tantum descendere, sed etiam Discantum, contra naturam finiendi cantum, ascendere, imitatione fistularum & chordarum Panduræ. Atque tunc vel maximè enitescit vis semitonij, priori capite explicata; quòd naturalis & ordinarius finis cantionis per ascensum, amat in fine superare semitonium, in ijs quidem Tonis, qui non habent semitonium proximè supra radicem suæ Octavæ.

Tertiò quæstione dignum censuit Galilæus, cur Diapente epi diapason jucundiùs sonet, quàm Diapente simplex, & sic consequenter, semper una Harmonia sit jucundior aliâ. Causas, quas ipse attulit, non est operæ examinare, cùm obscuræ & incertæ sint. Ex meis verò principijs causæ hujus rei apparent clarissimæ. Nam quia per Axioma II. capitis primi, gradus scientiæ, quibus differunt inter se latera figurarum, transplantantur etiam in ipsas proportiones, figurarum soboles: consentaneum equidem est, ut etiam illi gradus, quibus distant & Partis circuli, & Residui demonstratio, discriminent suavitatem & Partis & Residui. Ergò quæ Harmoniæ existunt immediatè per ipsam sectionem circuli, quæ sc. sunt inter Totum & Partem rescissam, perfectiores & jucundiores sunt ijs, quæ sunt inter Residuum & Totum, quæ demum derivantur ex prioribus, per admixtionem Identisonantiarum ex bisectione vel duplicatione Chordarum. Sic 1. 3. primas tenet, est igitur jucundior, quàm 2. 3. & 1. 6. quàm 5. 6. & 1. 5. quàm 4. 5. & 1. 4. quàm 3. 4. & 2. 5. quàm 3. 5. & 3. 8. quàm 5. 8. Priùs enim Pars fit consona, per se ipsam, non propter Residuum; posteriùs, & sic imperfectiùs, Residuum demonstratur esse consonum, scilicet propter Partem sociam vel alienam.

Cur magna intervalla jucundiora

Reliquas artis Compositoriæ Regulas, Artificibus ipsis relinquo comprobandas, aut rationem earum reddendam. Mihi enim quæ huc usque disputavi, abunde sufficiunt, cùm ad naturam Cantus illustrandam, primis saltem & generalibus ejus fundamentis in Natura monstratis, tum maximè ad speculationes libri V. sequentis: cujus libri materia mihi unicus in toto opere finis est propositus. Astronomus enim ego sicut de figuris regularibus disputo, non tam geometricè (nisi ubi illa adhuc incompleta visa est) quam astronomicè & metaphysicè; sic etiam de cantus proportionibus scribo non tam musicè quàm geometricé, physicè, deniq; ut prius, astronomicè & metaphysicè; quia sicut corporibus quinq; regularibus ex Geometria, sic etiam Proportionibus, totoq; apparatu Harmonico ex Musicâ, opus habeo ad explicandas causas proportionis Orbium cœlestium, Eccentricitatumq; & motuum in Apsidibus. Artem verò componendi cantus, quæ praxis est Musica, nequaquam profiteor; quam ex Artusij supra dicti, exq; Sethi Calvisij, amici quondam mei libris, de arte compositoria Cantus editis, rectiùs qui volet petet: quos ipsos tamen, non quòd optimos putem, sed quia alios non vidi, nomino.

Scopus totius hujus operis.

De tribus Medietatibus

Digreſsio Politica.

Vide locum pulcherrimum in Bodino de Repub:

FOlio 29. linea 9. paragraphus ſequens loco ſuo excluſus eſt, quod operæ folia exemplaris incautè diſtribuiſſent. (quippe 7. 10.)

Neque tamen ob id reprehendendi ſunt authores, qui proportiones hujuſmodi titulo Harmonicarum, in Remp. recipiunt. Nam etſi paucæ ex ſic formatis, meras Harmonias definiunt, reliquæ omnes ab Harmonijs alienæ ſunt; omnes tamen hujus definitionis hoc habent, quod contemperatæ ſunt ex ambabus proportionibus, Arithmeticâ & Geometricâ: ex quâ contemperatione ineſt illis hæc in Rep. aptitudo. Viciſſim verò in Rep. ſi qua vis eſt Harmonicarum, ut Harmonicæ; neque noſtræ medietates Harmonicæ ſperni poterunt, quas laxiori definitione ſic trado:

Medietas Harmonica quid verè ſit.

Quòd ſit omne id, quod intercedit inter duas voces conſonantes, conſonans & ipſum cum illarum utrâq;. In ſectionibus igitur &c.

Hactenus omiſſa. Cum autem Bodini meminiſſem in margine, jamq; finito libro tertio, & addito ſuperiori paragrapho, ſatis operatum eſſe Mathematicis ſpeculationibus cenſuiſſem; finitâ hac ſpinoſa materia, placuit ex ipſo Bodino præcipua diſputationis hujus politicæ capita tranſcribere, verbis & ordine ut plurimum ex meo loci illius captu conformatis: ut & lucis aliquid afferrem loco per ſe obſcuro, quippe Bodinus ex Mathematicis diſciplinis non ſatis ad hanc ſpeculationem præſidij attulit: & ut tædium moroſarum demonſtrationum Mathematicarum, quibus totus liber conſtat, interpoſitione popularis jucundæ materiæ lenirem, uſusq; ejus non nullius in cognoſcenda Rep. guſtum exhiberem. Incipiam autem ab explicatione rei Mathematicæ fuſiori, adq; lectoris non Mathematici captum accommodatiori.

Quando numeris aliquot, non attentâ eorum magnitudine, adduntur æqualia, tunc eſt proportio Arithmetica. Vt

	3.	9.	5.	10.	17.	38.
Adde	3.	3.	3.	3.	3.	3.
	6.	12.	8.	13.	20.	41.

Quantum enim 6. major eſt quàm 3. tantum (totidem ſc. unitatibus) 12. eſt major quam 9.

Hæc proportio in hoc exemplo eſt disjuncta. Ergo proportio conjuncta vel progeſſio arithmetica eſt, quando initio facto ab aliquo numero quocunq;, adduntur illi æqualia continuè.

Vt	vel
3	38
3	3
6	41
3	3
9	44
3	3
12	47

Cum ergò inter 3. 6. 9. 12. item inter 38. 41. 44. 47. ſit progreſſio continua arithmetica; fit ut trium talium numerorum deinceps locatorum medius appelletur Arithmetica medietas; ut inter 6. 12. Medietas eſt 9. inter 38. 44. Medietas Arithmetica eſt 41.

Quando verò numeris aliquot, attenta eorum magnitudine adduntur ſimilia, tunc eſt proportio Geometrica.

Vt

3.	9.	5.	10.	17.	38.
9.	27.	15.	30.	51.	114.
12.	36.	20.	40.	68.	152.

Nam ſicut ad 3. additur triplum 9. ſic ad 9. additur triplum 27. quod eſt tanto majus quàm 9. quanto 9. eſt majus quam 3. & quanto 15. eſt majus quàm 5. &c. Sicut ergò 3. ad 12. ſic 9. ad 36. Et ſicut 3. ad 9. ſic 12. ad 36.

Rurſum hæc proportio in hoc exemplo eſt disjuncta. Ergo proportio Geometrica conjuncta ſeu progreſſio eſt, quando initio facto ab aliquo numero, ſemper additur illi vel pars vel multiplex ſimilis.

Ut		
3	10	8
9	30	4
12	40	12
36	120	6
48	160	18
144	480	9
192	640	27

Ad initialem additur triplum in duobus primis exemplis, dimidium in tertio: Rurſumque ad eum qui hinc eſt natus, additur eadem multiplex vel pars. Ergo ut 8. ad 12. ſic hic ipſe 12. eſt porrò ad 18. ſic etiam 18. ad 27. Ubi 12. eſt medietas Geometrica inter 8. & 18. Sic 18 medium Geometricum ſeu proportionale eſt inter 12. 27. &c.

Hæc prius ſunt cognoſcenda, ut intelligatur, quid ſit proportio Harmonica. Nam illa ſic definitur à Bodino, quòd *in ea Rationes æqualium & ſimilium ſint modicè confuſæ*, id eſt rationes priores arithmeticæ, & poſteriores Geometricæ.

Porrò hæc definitio vera non eſt. 1. multi enim modi ſunt etiam in numeris non harmonicis, quibus modis rationes æqualium & ſimilium poſſint eſſe modicè confuſę: neq; tamẽ hoc ſufficit, ut ſit proportio harmonica; oportet enim accedere alias etiam numerorum habitudines, ex cap. I. II. III. petendas. 2. Multæ viciſſim ſunt copulationes numerorum harmonicæ, in quibus neq; æqualium neq; ſimilium rationes continentur. 3. Quin etiam ſunt harmonicæ proportiones, in quibus eſt ſimplex Geometrica proportio, ut 1. 2. 4. etſi Identicæ ſunt, nec gratiam ſolę pariunt præcipuam: adeò ut Bodinus neget illas ex ſeipſis efficere concentum ullum, intellige figuratum: ſunt viciſſim aliæ harmonicæ proportiones in quib⁹ eſt ſimplex Arithmetica proportio ut 1. 2. 3. ſic 2. 3. 4. quas etiam Bodinus ſui oblitus pro harmonicis agnoſcit, etſi nihil habeant analogiæ Geometricæ admixtum. Sic 3. 4. 5. ſic 4. 5. 6. ſic 1. 3. 5. ſic 2. 5. 8. &c. quas poſteriores Bodinus perperam negat harmonicos efficere concentus, authoritate veterum contra ſenſum auditus inſurgens.

Eſt ta

Digressio.

Est tamen assertio vera quadamtenus de ea proportione, quam veteres falsa persuasione dixerunt Harmonicam. Dico, quadamtenus; si nimirum pro *Rationibus æqualium*, intelligas Mediationes Arithmeticas, in alios numeros transformatas, in quibus non sit expressa æqualitas Excessuum actualis, quæ erat in primis tribus. Nam Veterum Harmonica Medietas propriissimè sic definitur, *quòd sit excessuum inter tres numeros, eadem proportio, quæ extremorum*, ut in 3. 4. 6. Quicunq; tales tres numeri sunt, sive verè sint harmonici, sive non sint, semper in ijs verum est, *rationes æqualium* (seu potiùs arithmeticas) *& similium*, (seu Geometricas) *esse confusas* uno certo modo. Modus autem est hic. Datis extremis, ut 2. 5. datur medium arithmeticum, quod ne fractionem habeat, sumantur hic extremorum dupli 4. 10. horum medium arithmeticum est 7. Iam in tali mediatione arithmetica, 4. 7. 10. excessuum 3. 3. æqualium, semper constituuntur duæ proportiones, una maior, inter terminos minores 4. 7. altera minor, inter majores 7. 10. Qui jam vult mediationem Harmonicam efficere ex hac Arithmeticâ mediatione, & ei aliquid admiscere Geometricæ mediationis, is ponat minorem proportionem loco priori, & majorem loco posteriori, sic* & quærat numerum, qui sic habeat ad 10. sicut 4. se habet ad 7. erunt tres numeri sic 7. 10. 17$\frac{1}{7}$. in integris inter se primis 14. 20. 35. Huic trigæ est admixtum aliquid de Arithmetica progressione, non manente tamen ejus æqualitate expressâ. Nam vtraque proportio mediationis Arithmeticæ inter 4. 7. 10. collata huc est, tantùm situ mutato: sicut enim ibi priores termini, scilicet 4. ad 7. sic hic posteriores 20. ad 35. Et sicut ibi posteriores 7. ad 10. sic hic priores 14. ad 20. Est eidem vicissim etiam admixtum aliquid de Geometrica mediatione. Nam minor proportio, 7. 10. posita est ad terminos minores 14. & 20. major 4. 7. ad majores, 20. & 35. & denique fit, vt sicut est minimus terminus 14. ad maximum 35. sic sit differentia minor 6. ad majorem 15. Hæc omnia verò sapiunt similitudinem aliquam Geometricæ proportioni familiarem; quia in ea ut minimus terminus ad medium, sic est medius ad maximum.

*7. 10.
4. 7.

Hæc tenenda sunt ex Mathematica: quæ Bodinus non satis videtur percepisse, dum Harmonicam proportionem proponit in quinque numeris 3. 4. 6. 8. 12. deque ijs affirmat, *quòd æqualia & similia spacia quodammodo temperata existant*. Nam cùm videret excessus esse 1. 2. 2. 4. æqualitatem expressam agnovit in 2. 2. similitudinem in 1. 2. 4. Atqui in definitione veterum sufficiunt tres: nulla etiam in eâ cõtinetur temperatio æqualitatis expressæ cum similitudine. Nam in 3. 4. 6. nulla est æqualitas expressa excessuum.

Iam est operæ precium, videre, quomodo Bodinus, qui hac in materia copiosissimus est, applicet ista ad Moralia & Politica variè: Cui plerumque hoc accidit, vt pro Harmonicis mediationibus tàm veterum, quàm veris, meras compositiones proportionum Arithmeticarum & Geometricarum arripiat, vitiosæ suæ definitioni innixus: quod sicut statim initio præfandum fuit, ita in sequentibus sæpius erit iterandum.

I. Cum tres sint Politiarum formæ, Popularis Optimatum & Regia; popula-

pularem ille comparat Arithmeticæ proportioni, Optimatum Geometricæ, Regiam Harmonicæ. Nam sicut in Arithmetica æqualia sunt incrementa numerorum omnium, tam magnorum, quàm parvorum, sic in Rep. populus vult æqualia esse omnium onera, & commoda, & honores, & magistratus; nec vult tolerare respectum ullum personarum; vult exempli gratiâ omnibus esse jus venandi, sive nobiles sint, sive ignobiles, sive divites, sive pauperes. Quod si qua res est, quæ non patitur divisionem inter multos; eam populus vult sortiri; quia sors cæca est, non internoscens nobilem ab ignobili, divitem à paupere, benè meritum ab immerito, virtuti deditum à vitioso, ingeniosum à stupido. Tum demùm enim aliquis se putat æquari cæteris, si cum ijs sortitur super talibus, sive jam bona, sive mala sorte adipiscatur. Vbi sortis loco possunt esse etiam alia acquirendi media; ut si electio permittatur ei, cujus nihil interest, aut qui personas non respicere creditur. Ita Romæ Consulatus erat communis omnium certi ordinis; eumque licebat petere à populo, at non largitionibus, ne corrumperetur populus, & divites præferrentur tenuioribus. Etsi in hoc casu tacito consensu respicitur virtus, deque ea & de benè meritis, judicium permittitur populo.

POLITICA.

E contrariò sicut in Geometria, Excessus numerorum assimilantur numeris ipsis, ut magnus numerus magnum habeat excessum, parvus parvum: sic in Optimatum Rep. distinguuntur personæ, distinguũtur & onera, præmia, Magistratus, munia; & præstantissima reservantur Optimatibus, reliqua relinquũtur populo. Vbi necesse est, seorsim inter singulas factiones admitti etiam arithmeticam proportionẽ: de ijs enim quæ sunt populi, sortientur omnes, qui sunt in populo; de ijs, quæ Optimatum, omnes Optimates. Nisi enim hoc fiat, perpetui erunt etiam in populo gradus Optimatum, usque ad imam populi fæcem; perpetui etiam inter Optimates, usque ad Reip. Principem; qua ratione Resp. non erit, sed Regium civitatis genus.

Regius verò status, etsi vel maximè proportioni Geometricæ assimilatur; eo quod omnia jura Majestatis Regi reservantur, sicut ipse vel Nobili prosapia, vel armis vel virtutibus præstat cæteris omnibus: gubernandi tamen ratio in hoc statu rectissimè potest temperari ex utroq; Proportionis genere. Nam unus Rex arbiter omnium, non cœco impetu, ut sors, sed virtutis, meritorum, ordinis, graduumq; rationibus, qua licet, omnia inter Optimates populumq; dispensat, omnes justitiæ distributivæ & commutativæ partes exsequitur; quæ utriusque proportionis conjunctio Bodino sufficit ad proportionem Harmonicam constituendam; at juxtà omnia consilia non tam ad singulos, vel Ordines vel homines, quàm ad totum Civitatis corpus, ejusque salutem mutuamq; charitatem & concordiam refert; non secus ac si in numeris, proportiones ab æqualitate & à similitudine non nihil deflexæ, sic ut illæ destruantur si est opus, ad communem omnium harmoniam referantur: quomodo meis medietatibus Harmonicis utetur.

II. Ex Cyripædia exemplum proponit Bodinus, quo omnia tria genera proportionis explicari possunt. Cyrus puer, cùm hominem pro-

DIGRESSIO.

cerum curtâ tunicâ indutum conſpicatus eſſet, pumilum juxtà tunicâ laxâ, cenſuit commutandas illis eſſe tunicas, ut cuiq; quod commodum eſset obveniret: Magiſter cuiq; ſuum relinquendum edixit. Quod ſi procero fuiſſet injunctum, ut pumilo aliquid pecuniæ ſolveret, & ſic demum permutatio fieret: optimè conciliatus fuiſſet Magiſter diſcipulo. Hic Cyrus Geometricam urſit proportionem, admenſus corporibus veſtes, Magiſter arithmeticam, poſſeſſiones utriq; ſuas tuitus: at tertius ille, reſpexiſset utrumq; ſimul, tam corporum indigentiam, quàm copias cuiq; ſuas ſalvas: itaq; Harmonicam in ſenſu Bodini aſſeruiſſet proportionem, quippe ex utraq; priorum mixtam: harmonicam verò etiam in ſenſu meo; quia non dubitaret, alteri quod eſſet panni ſuperfluum, alteri pecuniam eripere, ut utriq; conſuleretur: quia commune utriuſq; commodum comparatur ſuavitati concentus. Accidere autem dixi, ut interdum Geometrica proportio ſit etiam harmonica, ut 1. 2. 4., ſicut hîc commodum eſt, ut procerus longam veſtem habeat; interdum verò Arithmetica proportio eſt etiam Harmonica ut 2. 3. 4.: ſicut hic commodum eſt, ut poſſeſſor longæ veſtis pumilus, retineat quidem ſuum, ſed in pecuniam commutatum, qua rectius uti poteſt, quàm ſuperfluo veſtis.

Judicium Cyri pueri.

Juſtitiæ ſpecies.

III. Cùm gubernandi, rationes omnes complexa ſit juſtitia, ex Ariſtotele allegat partes ejus duas, commutativam in æqualitate arithmetica verſantem, diſtributivam in ſimilitudine Geometrica; Ipſe tertiam ſpeciem juſtitiæ ſuadet ex utraq; priorum conflatam, quæ & rerum copiam certis perſonis viliori precio vendi vult, quàm cæteris, & non ſemper magnis magna diſtribui; & ſic, utrumq; genus juſti violari quadamtenus, ſi ſalus univerſorum id poſtulet, aut ſi commodum inde publicum emergat. Non benè conflatur proportio ex ſpeciebus duabus alijs, ſi utramq; peremit. Eſt igitur applicatio hæc meis medietatibus Harmonicis aptior. Vt in numeris 2. 3. 5. nec arithmetica eſt exceſſuum æqualitas, nec Geometria progreſſio, eſt tamen inter eos Harmonica.

Huc in fine libri Poetas accommodat, qui Themidis (quæ juſtitia eſt) tres fingunt filias Εὐνομίαν, ἐπιείκειαν, εἰρήνην: Leges, Æquitatem, Pacem, quaſi trium proportionum Tutelares, Arithmeticæ, Geometricæ, Harmonicæ.

Leges connubiales.

IV. Leges connubiorum, præcipuum civitatis vinculum, luculentum exemplum ſubminiſtrant trium proportionum. Si Patricij patricias ducere jubeantur, plebeij plebejas, Geometrica ſimilitudo eſt. Sin jus omnibus promiſcuè connubia vel ſorte quærere, vel formâ, opibus, virtute, ſine generis reſpectu, contendere quantum poſſis, nec ulla conditio vetita: hæc erit æqualitas arithmetica. Verùm ibi civium animi divelluntur in factiones, hîc confunduntur ordines; utrumq; pernicioſum Reipub. Suadet igitur Bodinus, Patricijs tenuioribus interdum permittere connubia plebeia opulenta, Plebejis divitibus patricias inopes. Hoc enim utriq; ordini commodum, nobilibus quidem, ut aucti opibus tueantur locum quem obtinent, & fœminæ hujus ordinis maritentur; plebi verò, ut patefacto ad honores aditu, virtuti

dent

dent operam; deniq; Reip. ipsi, ut Ordines mutua sese charitate complectantur.

Politica

Rursum hic peremit Geometricam Analogiam, ut Harmonicam efficeret, neq; tamen eam ad meram æqualitatem Arithmeticæ progressionis redegit. Ut si 1.3.9. Geometrica perimatur, fiatq; 1.3.8. quantum hic recessum est ab 1.3.9. tantum illic derogatum patricijs: & quãtum in 1.3.8. quorum excessus 2.5. (cum prius essent 2.6.) accessimus ad progressionem arithmeticam 1.3.5. (quia horum excessus 2.2. æquales) tantum illic datum plebi: ut in numeris quidem Concordantia constitueretur inter 1.3.8. in Rep. verò concordia inter Patritios & plebem, manente tamen distinctione ordinum. Hæc commutatio 1.9. in 1.8. occurret libro V. etiam in cœlo ipso.

V. Inepta est Arithmetica æqualitas in Symposijs, si promiscuè omnes accumbant, nulla sexus, conditionis, ætatis, habita ratione: insulsa vicissim mera similitudo Geometrica. Nam si docti tantùm doctis jungantur, quid proderunt imperitis? si fœminæ solis fœminis, quæ voluptas? si clamosi clamosis, quis author ijs modestiæ? At si neq; cæcam æqualitatem admittas, neq; morosam similitudinem, sed misceas utramq;, modicè tamen & cum judicio rationis, proportio erit harmonica: Efficies enim, ut Senes juvenum, Viri fœminarum aspectu gaudeant, juvenes prudentiâ senum, fœminæ virorum authoritate regantur, tetricos urbani excitent, vicissimq; & vereantur, nec in scurrilitatem sese profundant. Rursum hæc non compositio est integrarum specierum, sed violatio nonnulla, ut Harmonica existat.

Lex Symposiorum.

VI. Ad arithmeticam pertinet æqualitatem, quòd antiquitus Patres cum plebe promiscuo consessu ludos spectare soliti; ad geometricam proportionem, quod postea Patres à plebe sejuncti. Hoc quidem sic est, si solos ludos consideres. At si universa Reip: commoda uno mentis complexu teneas; cùm ex ijs plurima Patribus vindicata fuerint ratione geometricâ, populo secluso; pertinuit equidem hæc ipsa in ludis, utriusq; ordinis exæquatio, ad contemperationem illam, sensu Bodini harmonicam totius gubernandi formæ: quippe qua & plebs deliniebatur, ut pueri solent rebus leviculis, adq; diligendos Ordines superiores invitabatur, neq; quicquam derogabatur dignitati ordinum. Quadrat etiam ad meas Medietates, quatenus proportio non tenetur, ut teneatur concordia. Priùs in certis personis Ordinum, derogabatur Analogiæ, nunc in certis prœmijs.

Consessus in ludis.

VII. Amicitias animat harmonica contemperatio. Quod enim est in proportione Concordantia, hoc est in totius humanæ vitæ ambitu Amor, qui fundamentum est Amicitiæ. Quòd si mera æqualitas officiorum inducitur, lege arithmeticâ, nulla erit nisi inter æquales amicitia: et si inter inæquales mera & exq̃sita similitudo Officiorum Geometrica: neutrobiq; amicitia erit, sed ibi perpetua negociatio nundinatioq; officiorum, comodi sui causâ; hîc necessaria Patroni & Clientis consociatio, nulla Amoris demonstrandi libertas, nihil spontaneum. Amicitia etsi consistere cum crebris injurijs non potest, leges tamen respuit, omniaq; ad sobrium & sanum Amoris arbitrium refert, nunc æqua-

Amicitia.

DIGRESSIO.

qualia rependens nunc proportionalia, est ubi neutra, semper talia, quæ pro re natâ facere videntur ad conservationem Amoris: qui etiam ut Harmonia dissonantijs, & ut ignis ferri stylo, foditur injurijs nonnullis, earumque condonatione gratuita vires renovat.

Regula Lesbia.

VIII. Æqualitatem Arithmeticam Bodinus pulchrè comparat Regulæ Polycleti ferreæ, quæ frangi priùs quàm flecti posset; similitudinem Geometricam, Regulæ Lesbiæ plumbeæ, quæ omnibus angulis accommodabatur. Ipse Harmonicam proportionem, suæ definitionis, adumbrat Regulâ ligneâ, quæ flectitur quidem, at è vestigio redit.

Leges Æquitas.

IX. In gubernatione omnis generis Politiarum, rigor legum & Judicis officium comparantur æqualitati Arithmeticæ, qua non tantum suum cuique ad amussim tribuitur, sed etiam pœnæ irrogantur delinquentibus æqualiter, sine personarum respectu, & qua astringuntur Judices ad leges, adq; allegata & probata, ut secundum eas judicét, etiamsi iniquæ leges videantur. Vicissim Æquitas, & arbitrium Magistratus merum, qui tamen bonus sit, & ex conscientia agat, Geometricæ Analogiæ naturam induit. At Bodinus Harmonicæ contemperationis exemplo, medium interponit officium vel superiorum Curiarum, vel omnium, vel sum̃i Magistratus, quibus neque licet ex arbitrio agere mero; & tamẽ permittitur, ut leges pro ratione circumstantiarum flectant non frangant, & eas in judicijs secundum æquitatem interpretentur; ut tamen per singulares curiarum sententias nihil legi derogetur. Vult leges haberi similes suæ Normæ, ut cedant quidem in flexum, at statim redeant. Quamquam hoc loco Bodinus exemplo suo verum demonstravit, quod de Juris consultis affirmaverat antea; ipsos Mathematica ista propter sui obscuritatem minus percipere. Nam non quadrat ejus de Numeris disputatio ad normam nostræ disciplinæ; cùm ait, fieri non posse, ut Proportio Geometrica, quæ est inter quatuor terminos, ullâ terminorum transpositione pereat; eandemq; asserit analogiam esse in 6. 3. 4. 2. quæ est in 3. 2. 4. 6. Minimè 3. est ad 2. ut 4. ad 6. E contrario Proportionem Harmonicam putat turbari transpositione. Sanè, si proportionem inter duos terminos solos, agnoscit nullam, vincit.

Quid mihi proportio.

Hæc est n. nonnullorum subtilitas loquendi, conjuncta cum summa obscuritate, ut id quod Græci λόγον appellant, Latinè Rationem velint dicere, Proportionem verò, quod Græci Αναλογίαν. Vellem equidem id imitari posse, ut fecisse me memini ante hac: at λόγος Græcis nunq̃ in com̃uni usu loquendi sumitur pro voce αἴτιον, Latinis verò Ratio creberrimè sonat causam, vel Modum. Oportet igitur tenere morem à Barbaris Græcorum Elementorum interpretibus introductum, & proportionis vocem tam pro λόγῳ quàm pro Αναλογίᾳ sumere; quod toto hoc libro crebrò facio.

Jam igitur distincta sunt, Proportio & Concordantia, & hæc illius veluti qualitas quædam, illaq; hujus subjectum. Concordantia verò inest Proportionibus primò & per se, quatenus illæ sunt inter duos terminos; non quatenus est inter plures terminos continuitas quædam pro-

Politica.

proportionis. Et consonant duo proportionis termini non causâ situs, in quo prius est & posterius, sed quatenus simul pulsantur eodem tempore duæ chordæ; nec mutatur hæc concordantia, mutato situ characterum in scriptura aut in Testudine eversâ. Proportioni verò, quæ est inter tres vel plures terminos, accidit concordantia secundariò, propter singulares terminorum bigas: in quibus etsi mutari potest mutato situ, Analogia, id nempe, quod in illis est de Geometrica proportione admixtum; nequit tamen simul mutari qualitas Harmonica. Quare quod disputat Bodinus, quatuor ista, Legem, Legis actionem, Æquitatem, Magistratum, comparari quatuor numeris, Harmonica proportione colligatis; & quemadmodum transpositis numeris pereat concentus, ita si Processus forenses & exsecutio potiores habeantur Legibus, si Magistratus prior æquitate, civitatis harmoniam turbari: id quidem nulla ratione ad id quod in proportionibus est Harmonicum, sed simpliciter ad ipsarum proportionum naturam, quâ Geometricam quâ Arithmeticam, est referendum, hoc est, ad id proportionis genus, quod ex utraque temperatum, Veteres persuasione quadam infirmâ, Harmonicum appellarunt. Commune enim hoc est omnibus Analogijs sive simplicibus, sive mixtis, contrà quàm tradit Bodinus, ut vel mutentur in species alias, transpositis terminis, vel planè destruantur. Sed ad rem redeo.

Legum necessitas.

Si merum arbitrium habet Magistratus gubernandi sine legibus, neq; legem observat Naturæ, neq; boni & innocentis viri officio fungitur: non magistratus erit, sed Tyrannus. Cùmq; bonorum Principum numerus oppidò parvus existat, non est consultum Reipublicæ, sese huic periculo committere, quoties renovatur magistratus. Etsi verò contingat illi bonus quandoque magistratus, diuturnus tamen esse status iste nequit: at nec salutaris Reipub: quia ut bonus sit Moderator, prudens satis non semper erit, qui quid æquum sit, sine legum norma videat; & ut ipse videat sequaturque, quod rectum, cives tamen calumniabuntur etiam optima; nisi leges sint, quibus ille facta sua tueri ad populum possit: Cives legum disciplina sunt erudiendi, pœnarum imagine, quæ legibus præscribuntur, à malefactis absterrendi. Legibus igitur carere Resp. nequit.

Æquitatisque.

Vicissim leges, Græco vocabulo Νόμοι, distributivam justitiæ partem signant; quæ in statu populari sequitur arithmeticam æqualitatem. Quod si omnia ad legum rigorem examinentur, iniuria fiet plurimis. Leges enim de factis statuunt, nullâ circumstantiarum varietate definitis; facta verò singula circumstantiis suis descripta sunt, quibus vel mitigantur, vel aggravantur: quarum cùm sit varietas: nullis unquam legibus illæ comprehendi possunt. Neutra igitur ratio per se sola tuetur Resp. sed miscendas docet Bodinus, ut & leges sint, sed paucæ, quia legum multitudo seges est uberrima litium; & multa Magistratus arbitrio reserventur, non facta tantùm singularia, sed etiam integræ nonnullæ factorum species, certæque aliæ legum materiæ, imprimis

DIGRESSIO.

pœnarum intensio & remissio, legumque ipsarum interpretatio, & ad facti circumstantias applicatio. Hic non de triplici Reip. forma, sed de uniuscujusque gubernandi forma triplici agitur; mera æquitatis ratio, soluta legibus, est aristocratica gubernandi ratio, etiam in Populari, inque Regio statu. Legum vincula, gubernationem popularem faciunt, etiam in Regio. At si Leges quidem sint, ijs verò derogetur in loco & tempore, pro arbitrio gubernatoris, à summa potestate constituti; gubernator iste, licet à populo detur, Regulum quendam agit. Tales plerumque Præsides Provinciarum. Is igitur aut leges observat, aut ex æquo judicat, eatenus, dum Reip. salus patitur: si secus, non dubitat exorbitare. Vt si quis proportionum species, quæ harmoniam faciunt, admittat, ut 2. 3. 4. vel 1. 2. 4: quæ dissonantiam, eas turbet, inque consonantes commutet, ut 1. 3. 9. in 1. 3. 8. & 3. 5. 7. in 3. 5. 8.

Mulctæ.

X. In legibus ipsis, quæ sunt de mulctis pecuniariis, ut plurimùm quidem arithmetica servatur æqualitas, ut mulctam legibus statutam solvat, quicunque deliquit, sive dives sive pauper. Videre tamen est, ubi & Geometrica similitudo sit, ut si mulcta cuique pro ratione census irrogetur, aut si temerè litigans aliquotam partem amittat æstimatæ litis. Sin autem inter locupletes omnes, major aliqua mulcta nuncupetur, inter tenues levior, eaque à singulis cuiusque ordinis exigatur æqualiter; temperamentum id erit proportionis, Bodino dictæ Harmonicæ. Non mutantur hic proportionum species, sed componuntur, aut distribuuntur potius in distincta subiecta, ad idem totum pertinentia.

Leges sumptuariæ.

XI. Leges vestiariæ plurimum habent de proportione Geometrica; ut quanto quisque altiori dignitatis gradu consistit; tanto preciosior ei permittatur ornatus vestium: æqualitas Arithmetica intolerabilis hîc est. Quia tamen neque sola varietas ordinum, in vestitu distinctionem postulat, sed aliqua hic ratio habenda copiarum, aliqua meritorum; neque facilè omnes Ordines unâ lege possunt enunciari: temperamentum aliquod utriusque proportionis, partim legibus ipsis inseri solet, partim arbitrio Moderatorum permittitur. Id temperamentum Bodinus harmonicum censet, quia Harmonias coniunctione duarum specierum proportionis definit. Mihi harmonicum non, est cùm affectetur proportio alia, & exprimeretur perfectè, si posset.

Pœnæ.

XII. Idem ferè de ijs Legibus dicendum, quæ cùm de pœnis sint, personas illustres periculo capitis, Nobiles suspendio eximunt, pœnarumque genus commutant, more à plurimis gentibus recepto. Nam reus dignitatem quam habebat amittēs graviùs hoc dedecore punitur, (Geometricâ lege observatâ) quàm si qui in dignitate nulla fuit, virgis cædatur publicè: itaque dissimilium pœnarum æqualitas quædam esse potest, & distributio Harmonica sensu Bodini, qui hic Aristotelem rejicit, qui in præmiis quidem Geometricam proportionem, in pœnis verò Arithmeticam servandam docuerat.

Satisfactio.

XIII. Est & alia in Legibus pœnalibus observabilis proportio eodem temperamento; quæ non delinquentem attinet, sed personæ læsæ honorem & vindictam. Graviùs enim punitur qui Principem Civitatis,

qui ve

POLITICA.

qui ve unum è Collegio Electorum occidit, quàm qui agricolam; gravius qui liberum, quàm qui servum. Nam etsi hæc varietas ad Geometricam est referenda similitudinem inter personam & illatæ eidem injuriæ vindictam; rara tamen est: plurimum vicissim in pœnis homicidii æqualitatis arithmeticæ, præsertim inter Christianos, ex lege divina, qua homo homini æquiparatur, & sanguis sanguine rependitur. Hæc igitur utriusque generis rationum confusio pertinet ad Bodino dictam Harmonicam: Inprimis illud, quòd in lege divina sicarii omnes morte puniuntur arithmetica æqualitate, at genus mortis in potestate judicis est, Geometrico responsu, factis, circumstantiarum varietate dissimilibus, irrogandum; ut Bodinus refert, puto ex Rabbinis.

Neq; tam personis singulis læsis hæc pœnarum inæqualitas tribuitur, quàm saluti totius reip. quę omnes hostes patriæ impune occidi permittit, civium simul omnium salutem in Principis, Optimatumque incolumitate, inque tranquillitate publica conservata, tuetur. Sæpius autem dictum, Bonum publicum habere responsum quendam ad suavitatem concentus Harmonici. Quæ una summa lex, legum omnium mater, si observetur: Vt id sanctum & legitimum esse jubeatur, in quo salus vertitur Reip. jam statim constat de similitudine cum Harmonicis rationibus, ex mea ipsius etiam sententia descriptis, etiamsi nihil lex illa simile præterea contineat neque Geometricæ, neque Arithmeticæ proportionum. Nam neque hi numeri *15. 20. 24. 30.* qui Harmoniam continent dulcissimam, proportionem observant vel unam vel alteram: excessus enim sunt *5. 4. 6* neque æquales, neque similes proportione, terminorum proportionibus, sed neque eodem cum illis ordine crescentes.

XIV. Aliud exemplum, Geometricæ disciplinæ familiarius, affert Bodinus in Legum de mulctis interpretatione; ut quæ antiquitus statutæ sunt multæ pecuniariæ, pro ratione præsentis publicæ opulentiæ vel inopiæ æstimentur. Hic intolerabilis æqualitas Arithmetica omnium temporum; neq; tamen observatu facilis proportio Geometrica in omnibus. Itaque pro sua prudentia judex, proque rerum circumstantiis, medium sectabitur harmonicum, cavebitque ne vel leges violasse videatur, vel legum interpretatione malitiosâ inopes opprimantur, locupletibus ac potentioribus peccandi licentia detur. Quin etiam eiusdem harmoniæ studio interdum pecuniariam, quæ contemneretur, in corpoream permutabit.

Æstimatio mulctæ.

XV. Legem quæ fures suspendio punit, Bodinus eatenus probat, quod nititur ratione, ne fures augeantur, ut peccata quæ frequentia futura fuerũt, gravius puniãtur, quod Geometricam sapit proportionem. Eandem reprehendit ob æqualitatem Arithmeticam. Frequentissima quippe actio furti per omnia oppida pagosque, judices plerumque plebejos habet, qui dum æqualiter omnes ad supplicia rapiunt, non intelligunt se iniquissimam inducere pœnarum inæqualitatem, dum peccatis circumstantiarum varietate inæqualissimis eandem pœnam irrogant. Plerisque reis de est judicij firmitudo, qua sibi magis ab infortunio, quàm à magnitudine sceleris cavere deberent: quos occasio, fames,

Pœna furti.

Digressio.

mes, liberorum ſtudium, fiducia latendi, alienæ opulentiæ opinio, fures facit; cùm ipſum per ſe facinus, ad alia comparatum, naturali judicio vilipendatur, quod etiam lex divina, quæ quadrupli tantùm reſtitutione furtum punit, confirmare videtur. Si tamen æquum & ſanctum eſt, illam hominum partem, quæ dolis & tenebris nata, murium naturam refert, parietes perfodit, non fortunarum tantùm, ſed etiam vitæ ſecuritatem publicam turbat, Reip. potius cauſa, ut cæteras feras rapaces, minui; certè reſpectus Reip. ut ſæpè dictum, reſpondet concentui harmonico, nec ſine accuratiſsima temperatione harmonicâ, quæſtio hæc exerceri debet; ne, dum Reip. conſulitur, multis qui ſpem boni civis in poſterum præbere poſſunt, vita temerè ob hoc genus criminis eripiatur.

Pœna excuſati.

XVI. Etiam illud in pœnis irrogandis ad Geometricam pertinet æquitatem, quòd pueri quàm adulti, juvenis quàm ſenis, fœminæ quàm viri pœna eſt lenior. Nihil hic iniquius æqualitate arithmetica perpetuâ; quæ tamen ſi adimatur prudentiæ judicis, pro re natâ uſurpanda; turbabitur nihilominus Harmonica proportio.

Relapſi.

XVII. Harmonicam proportionem Bodinus in ijs legibus demonſtrat, quæ cùm primum actum ſceleris æqualiter in omnibus levi mulctâ ulciſcuntur, veluti admonitionis loco, relabentes poſteà gravius puniunt, tertiò peccantes iterum gravius, & denique morte plectunt. Eſt enim mixta æqualitas arithmetica in primo actu, Geometricæ proportioni in repetiti, eoque gravioris ſceleris graviori pœna. Hæc Bodino compoſitio duarum in unam, viſa eſt harmonicam conſtituere proportionem.

Talionis.

XVIII. In genere quòd pœnæ ſive legibus ſive judicis arbitrio pro diverſitate & magnitudine criminum diſpenſantur, univerſumq; adeò jus Talionis Geometricæ analogiæ tribuendum eſt: quòd quidam legislatores æqualiter inæqualia generibus peccata vindicant: arithmetica hæc ratio inter homines locum non habet, in Deo, cujus æqualiter omnes creatura ſumus, querelis noſtris ut reprehendatur, fas non eſt. At quòd legumlatores quædam leviora per ſe crimina graviſsimis, irrogatione pœnarum, Reip. cauſâ exæquant, & quòd in jure talionis non dens pro dente, ſed loco dentis æſtimatum precium, de quo inter litigantes convenire poteſt, rependitur, nec ei qui mihi de duobus oculis unum eruit, cùm ipſe unoculus eſſet, cæcitas mera infligitur, eruto ſuo: id Harmonicæ Bodino contemperationis eſt: Sic enim & ſingula peccata pœnas habent arithmeticè æquales; & diverſa, pœnis etiam diſtinguuntur.

propoſiti.

XIX. Qui conatus animi puniunt pœna non leviori, quàm ſi voluntatem conſequatur effectus, & qui factum puniunt, à quo aberat animus, plebeiam arithmeticam æqualitatem vitio non levi ſtabiliunt, illic in diſſimilibus animi conatibus, hic in diſſimilibus facinoribus. Qui diſtinguit hîc inter conatuum varias formas, ut pœnam ſceleris habeat, qui omnia fecit, quæ animus meditatus ad eventum afferre poteſt, ſive perpetraverit, ſive ſcopo aberraverit; non habeat, qui occaſionibus quidem inſidiatus eſt; ad rem tamen, cuius imagine conſceleratâ ad

rem

rem tamen, cujus imagine conſceleratâ poterat abſterreri, non venit: hic geometricam æquitatem obſervat: nec minus qui nudam perſuaſionem ſceleris levius punit, quam in patratore ſcelus ipſum: & contrà qui authorem & impulſorem graviùs, quàm miniſtrum, ut qui alienum ſcelus patravit: qui denique levius eum, quem vis magna libidinis vel iræ tráſverſum rapuit, quàm qui quietior ab iis, omnia præmeditato animo peregit. Idem de eventuum varietate tenendum. Eandem pœnam meretur, qui viatoré ſpoliat triobolo, ſi animo magnę prędę inhiavit, quam, qui talentum eripuit: minorem contrà, qui cùm totum poſſet auferre pondus auri, modicũ abſtulit, quàm qui crumenam eripuit, in qua pauculi aſſes. Has quidé Geometricas diſtinctiones Bodinus ad philoſophicam criminum æſtimationem refert; pœnas verò, quibus exempla publicè ſtatuuntur, ad publicam tranquillitatem pertinentes, omnimodâ illa æqualitate eximit: ut ita crebrius in facta, quæ in civium oculos incurrunt animadvertatur publicè; crebrius conatus à ſcopo aberrantes, quippe inconſpicui vulgò, impuniti, aut levius quàm geometricè par erat, puniti tranſmittantur, ut crudelitatis minus penes judicem reperiatur. Tot reſpectus boni publici Harmonicum quid ſapiunt.

POLITICA

XX. In judicio inque conſultationibus Arithmetica eſt ratio ſuffragiorum, ſi ea numerentur; Geometrica, ſi ponderentur, ſeu gravitate ferentis, ſeu bonitate argumentorum: harmonica (Bodini ſenſu) mixtura fuit ap. Romanos, quorum Conſulares ſententiam oratione explicarunt, cæteri pedibus in eam ibant ſententiam, quam probabant. Mihi quod neceſſitatis lege factum (nõ ſuffeciſſet enim tempus audiendis omnibus) id Harmonicæ proportioni non videtur comparandum.

Lex ſuffragiorum.

XXI. In commutativa juſtitia requirebat Ariſtoteles Arithmeticam æqualitatem. Bodinus nec hic analogiam exulare dicit Geometricam. Etſi exempla confuſa videntur. *1.* Vt ſi quis publicè ſcandalo dato etiam privatum læſit; privato quidem ſcorſim ſatisfaciet æqualitate arithmeticâ, nec plus ei pro re ſua reſtituetur ab homine nobili, quàm ab agricolâ: exemplum verò peſſimum aliter luet ille, aliter iſte, proportione ſervata ſtatuum Geometricâ. Quo loco conciliatur Ariſtoteles Bodino.

Commutativa juſtitia

2. Quod verò bona eius, qui non eſt ſolvendo, pro crediti cuiusque magnitudine diſtribuuntur, ſine creditorum reſpectu, dummodò tempore & qualitate crediti pares fuerint, id equidem proportione fit merè geometricâ; quod ut non negavit Ariſtoteles, ita omiſſum ab illo per incogitantiam videtur, rectèque à Bodino ſuppletum. Etſi hoc fundatur æqualitate arithmetica ſoluti & crediti, ſi Bona ſufficerent. Nec tamen vetatur penitus ſuperior magiſtratus harmonicâ contemperatione uti, & creditores inopes aliquatenus & pro renata, præferre locupletioribus.

Creditores.

3. Illud etiam harmonicum quippiam (ſenſu Bodini) ſapit; quòd gentium quarundam more res furto ablatæ non ſimplo penſantur, ſed quadruplo, res aliæ quintuplo; æqualiter quidem ab omnibus, inæqualiter tamen diverſæ res, in quibus æſtimatur geometricâ ratione injuriæ diverſa magnitudo, non nudum rei precium.

Reſtitutio furti:

DIGRESSIO. Damna.

4. Evidentior est harmonica ratio in pensatione damnorum non dolo malo illatorum: ubi plurimum situm in contrahentium utriusq; factorum circumstantijs, quæ aliquando, vel legibus vel Magistratu jubente, æqualem & arithmeticam compensationem, aliquando nullam, est ubi & ex æquo & bono moderatam requirunt.

Arbitri.

Hujus generis videtur & illud, quòd superior magistratus non ex æquo omnibus inter se jure experiri concedit, nec in causis omnibus, sed prout circumstantiæ fuerint, arbitros vel ipse dat, vel eorum electionem litigantibus permittit; ut vel utriusq; commodis vel Reip: consulatur.

Vsuræ.

5 Etiam usuræ ad commutativam justitiæ partem spectant; neq; tamen æquales omni hominum generi ab omnibus legislatoribus permittuntur; sed geometricâ mixturâ, inæquales diversorum ordinum personis, æquales singulis ordinum: quæ compositio Bodino harmonica est.

Remuneratio.

6. Egregiam exceptionem ab arithmetica commutationis æqualitate verbis Bodini exscribam. *Medicus ad calculum diviti detrahendum aureos sæpe D. accipit* (imò exigit) *ab egente verò X. aut V.* (imo nihil, ex formula juramenti Hippocratis): *ac si quidem arithmeticam aut geometricam undiquaq; Analogiam consectarentur, alter quidem calculo, alter fame interiret: sed harmonica ratione huic quidem opes, salus illi* (non equidem eâdem certitudine) *comparantur*.

Merces judicis.

7. Quam quidem ad rationem & judices suam operam & honorarium in causis disceptandis exigere consueverunt. Litium n. sæpe levissimarum difficultas major est, quam si de rebus gravissimis quæratur, judicibus tamen infructuosa. Æquum igitur est, ut ex rerum amplissimarum vindicijs adjudicatis plusculum exigatur mercedis: tunc scilicet, si judices non sufficiens à Rep. salarium capiunt, sed consilio minuendarum litium, ex partium litigantium tributis operæ locatæ compensationem quærere jubentur. Quanquàm hunc ego concentum Harmonicum authori Bodino Gallo remitto: penes nos Germanos judicia in præcipuis civitatibus & provincijs procul arcentur ab hujusmodi sordibus; nec ultra legum præscriptum quicquam licet exigere.

Hæreditatū divisio.

8. Hæreditatem distributio æquabilis in capita sexus utriusq;, arithmeticis legibus peragitur: ut origine æquales, proportionibus etiam substantiæ ab eodem patre relictæ æquentur. At dum Reip: consulitur, prædia ad masculos, qui militiæ necessariæ sint apti, pecuniæ ad fœminas & ad personas deo consecratas devolvuntur, dumq; primogeniti cæteris vel majori portione, vel totius assis possessione pferūtur, reliqs vel portionibus inter se æqualibus, vel legato vel usufructu solo providetur ut imago quædam principatus, utilis reip: in familijs statuatur; id fit rationibus harmonicis, quæ interdum duræ sunt admodum & dissonantes, quoad singulos, quippe turbatâ arithmetica æqualitate: ad conservationem tamen universæ civitatis conspirant.

Forma Reip.

XXII. In populari imperio, quod ex Arithmetica æqualitate conformatum est, & in optimatum, quod ex Geometrica similitudine; sæpe tamen aliqua contemperationis ratio habetur. Ut cùm Populus ipse

rerum

rerum potens, sponte sua patricijs potissimùm, honores, magistratus, sacerdotia mandat; aut cùm Optimates plebem honorum nonnullorum participem faciunt, fructuosissima munera solis plebejis concedunt, injurias eis ab Optimatibus illatas gravissimè ulciscuntur, libertatem tribuunt fruendarum voluptatum, quæ per se statum popularem sapit; suffragij quoddam jus plebi permittunt, in Candidatis ex gente Optimatum certo numero nuncupandis, ex quo numero ipsi postea Optimates, quibus volunt, Magistratus credunt.

POLITICA.

Quæ communio, quandiu sponte ejus Ordinis penes quem summum est imperium, consistit; suavissimus concordiæ civium concentus durat: at si revocetur, primùm querelæ emergunt partis multatæ, deinde discordiæ, quasi turbato concentu, deniq; vel transfertur imperium, vel tota civitas hostibus succumbit. Idem de Regio statu, cui familiaris est harmonica ratio, tenendum erit: in quo unus quantum cæteris omnibus præstat, tantum etiam solus summum jus imperij possidet: cæteri sub illo degunt arithmetica æqualitate.

Hac igitur in Politiæ forma, potest esse gubernandi ratio trium generum, quod supra etiam No: IX. tangebamus, sed illic de re, hîc de personis, seu Ordinibus, Reip. membris agimus. Nam si omnia munia Rex ex æquo communicet, nulla distinctione nobilitatis à plebe, popularis erit & arithmeticæ similis moderatio, non decora majestati summæ: quippe summus ipse cum infima fæce copulabitur, nullo medio interjecto ordine, quod Natura tamen amat. Quin imò cives generosæ indolis regno excedent, si nullus generis respectus.

Sin omnia conferat in nobilitatem, seclusa penitus plebe, Geometrica hæc imperandi forma erit, sed periculosa, & harmonicâ suavitate carens: populus enim pollens multitudine, tandem offensus, Nobilitatem Magistratibus & honoribus, Regem ipsum imperio expoliabit. Et quamvis argutiùs distinguat Moderator Ordines in plures gradus, distinguat & munia; si tamen cuique ordini sua soli conservet; ut Romæ Tribunatus plebis solius erat, Consulatus patritiorum tantum: alienabuntur ab invicem Ordines, nec firmâ inter se concordiâ in unum corpus coalescent. Nam munia inferiorum cum ipso ordine contemnentur: adeò ut Romæ Tribunatum gerere patritius non potuerit, nisi ejuratâ nobilitate; & cùm extorsisset aliquando plebs consulatum, tamen plebeij Consules ipsi pauci numero, plebem exinde cõtemnerent.

Harum disputationum ideam Bodinus in numeris proponit: & primùm in his 4. *6*. *7*. Hic 4. Regem repræsentat. *6*. Nobilitatem, interq; hos esse harmoniam monet, *7*. verò plebem, quem numerum rectè affirmat ab utroq; priorum discordare. Potuisset melius uti hisce 4. 6. 9. Nam ut *6*. cum 9. harmoniam facit, 4. cum eodem 9. nullam facit, ita Nobilitati facilior est consociatio cum plebe, quàm Regi: & ut *6*. est mediùm Geometricum inter 4. & 9. concordans utrique: sic Nobilitas pro vinculo interjecta est inter Regem & plebem infimam.

Aristocraticam vero Regni gubernandi formam repræsentat numeris proportionis Geometricæ disjunctæ 3. *6*. *5*. 10. Disjunctionem comparat dissidijs in Civitate, ex ordinum seclusione nimium accuratâ;

DIGRESSIO.

non inepte. At hoc male, quod hanc disjunctionẽ discordantię reã agit. Omnes n. hi numeri 3.6.5.10. cõmunem harmoniã faciunt. Nihil enim ad Harmoniæ affectionẽ attinet Analogia Geometrica, ut sepe dictum; nihil illius analogiæ differentia, disjũctio. Ac tametsi se veluti corrigens eâdem pagina aliud numerorũ exemplũ subjiciat disjunctæ proportionis, eidem intento destinatũ, scil. 2.4.9.18: in quibus verè dissident soni per 2.4. notati, à sonis 9.18. non est tamen hæc discordantia musica, ab illa disjunctione Geometrica, sed à suis causis proprijs, ex eo sc. quod latus Nonanguli nõ est inter ἐπιστητά. Deniq; temperamentũ utriusque gubernandi formæ in statu Regio; ut sc. Nobilitatis munijs misceantur aliqui plebeji, sed pauci, & copijs oneri pares, aut virtute aliave re commendati; utq; interdũ Nobilium tenuiorũ unus plebeiæ fructuosæ functioni præfectus, decus illi circumjiciat splendore generis, quo magis id sit in posterũ ad plebem cõmendabile: ut Duũviratus ex Nobili & plebeio constituatur, solatio utriq; ordini: ut curiæ constituãtur ex omniũ ordinũ personis; ut in deliberationib⁹ de bono publico tenues locupletibus misceantur; ut nõ meri virtutis & pietatis cultores habeant omnia, sed aliqua etiam fortibus aliqua ingeniosis, aliqua prudentibus, aliqua experientiâ pollentibus reserventur; cuiq; illa, ad q̃ dotes aptas & præsidij plurimũ affert: hoc inquam temperamentũ exprimit Bodinus Numeris 4.6.8.12, ratus se, ut ipse loquitur, continentis Analogiæ, ut Geometræ verò, cõtinuæ proportionis specimẽ edere. Rursum fallitur; non est enim 4. ad 6, ut 6. ad 8: at hoc verum, omniũ quatuor 4.6.8.12. vel in minimis 2.3.4.6. cõmunem esse concordantiam, quantumvis aliter 2.3. consonent, aliter etiam 3.4. aliter deniq; 2.4. vel 3.6. Quicquid igitur similitudinis est in numeris cum Rep: id illis inest, quatenus seorsim à Musica geometricis vel arithmeticis progressionibus consociati sunt, vel mixturâ utrarumq;. Aut vicissim si quam lucem Politijs cognoscendis afferunt proportiones Numerorum Harmonicæ; faciunt id per se, seorsim à respectu proportionum geometricarum.

Regiæ Gubernationis Temperamentum.

Atq; ego sanè si Reip. notitiam mihi comparassem, & hoc libro Politicum agerem; distinctione rerũ usus, totum Bodini locũ sic interpolarem, ut & Aristoteli sua placita manerent incõcussa, & Bodinus ex mea hac Harmonica, seorsim ab illo, disceret melius in politia philosophari. Aliud dicerem esse statum Civitatis, ejusq; gubernandi formã, aliud justitiæ administrationẽ, differunt enim ut pars & totũ; quemadmodum in Mathematica aliud sunt Geometricę Arithmeticæq; numerorũ proportiones, aliud cõcent⁹ Musici numeris expressi. Judicia sanè constituunt, qui rerũ potiuntur, sive un⁹ sit, sive pauci, sive omnes: at ijdem tutelâ Reip. sunt occupati, judicia rarò ipsi exercent, nisi cùm licet arbitrio uti, soluto legib⁹. Contrà Judicibus rarò superiora munia mandãtur; leges potiùs pręscriptę sunt, quibus tenẽtur. Itaq; Geometricã Arithmeticamq; progressiones ad judicia relegarẽ cum Aristotele, nõ admixto respectu concentuũ harmonicorũ, qui ijs accidunt. Nã quæ Bodin⁹ hactenus in judicijs temperamenta desideravit: ea provocationibus tandem ad ipsum Reip. summum moderatorem devolvuntur. Atque tunc ille cùm proportionibus, quas Aristoteles Iudicijs & justitiæ dedit, derogat;

Harmonice vera, idea Optimæ Reip.

Proportiones Geometr: & Arith: non ad Rationem status pertinere, ut Harmõicas, sed ad judicia tantum.

non

non jam judicat, sed officio superiori fungitur, tuens Remp. & singula ejus mēbra. Huic sanè Moderatori, sive rex sit, sive Optimates, sive Populus universus, ego suaderē proportiones Harmonicas, nulla geometricę Analogiæ, nullo Arithmeticę æqualitatis, sed nudo concentuū respectu; juberēq; subtiles illas Analogias Harmonicis concentibus, sic rigidā utriusq; justitię administrationē summis imperijs & saluti Reip. in loco cedere. Proh Deum quanta hic disputationū seges, si quis comparando per singula vellet ire? Considera n. naturam utriusq; rei. Geometrica analogia cōmunis est Numeris & quantitati continuę, sic ut posteriùs in numeros veniat, tunc nimirū, cùm figuratio quantitatib⁹ hoc dat, ut numero efferri possint. Jam creberrimè fit, ut ineffabiles sint termini Analogiā Geometricā cōplexi, & quo progredimur longiùs, hoc magis ab Effabilitate degenerēt. E cōtrario numeris effari potest omnis Harmonica proportio. Quid hoc sibi vult aliud, ad politica applicatū, quàm sententias judicū justissimas, adque legū æquitatisq; normā, ventilationib⁹ Jurispitorū subtilissimè exactas esse oportere: moderationē contrà Reip. solutam tantis necessitatibus, prout tempora fuerint, sine multo strepitu, ad salutem universorum, arbitratu imperantis accōmodandam. Hic diducenda esset quæstio in partes, quomodo Arithmeticæ progressionis ratio rudis, sine nobili aliqua forma, solis materiæ dimensionibus insistens, cōmercijs, opificiis, victui plebeio assimilaretur, Geometrica similitudo (legem unam solam observās, nec quicquā pensi habens, linea quam intuetur, latus quinquanguli sit, an trianguli, effabilis an ineffabilis) simplex judicum officium adumbret; at rationes Harmonicæ, ex multis ortæ figuris regularibus scibilibus, genere differentibus in unum compaginatæ, multa distincta imperij munia repræsentent, quorū unicuique sua propria lex, secreta à cæteris. Hîc cum Ptolemæo (infra in appendice ad lib. V.) ex generibus harmoniarū & cant⁹, Molle quidem Paci daretur, Durum bello; dissidiaq; generum eadem quę in civitate utrorūque temporū. Verum hęc alijs curanda relinquo, quibus vitæ ratione magis conveniunt: ipse nunc ad sequētes meę professionis materias propero. Itaque Bodinum prius expediam. Ad ejus enim libri finem, simulque ad hujus mei tertij principium pervenio.

Politica.

Pax à Gen: Molli, Bellū a G. duro

XXIII. Jam enim Bodinus totus ad musicam, ut est à me descripta seorsim à proportionibus Geometricis, transiens; eamque ut mihi quoq; placet, Politijs accōmodans, nihil speciosius toto libro disputat, q̃ de Regni forma expressa numeris *1.2.3.4.* q. ut primi sunt naturâ, & unitas q.dem numerorū principiū; Ita quantitatū principio Puncto, indeq; speciebʼ earum tribus, 2. lineæ, 3. supficiei, 4. corpori, penè eodem modo, quem initio hujus III. libri ex Pythagoricis recensui, jucundo ingenij lusu comparati sunt. Deinde unitas illi Rex est, Dei præpotentis in Rep: vicarius. 2. Sacer ordo. 3. Militaris seu Equestris. 4. Populus, & is quidem omninò quadruplex: Agricolæ, Scholastici, Mercatores, Opifices. Hic inter hos numeros harmonias comprehensas eodem modo recenset, q. ego supra sum usus: vanam tamen met⁹ causam habet, ad quarium progrediendi, quasi turbetur harmonia, quod falsum esse ex toto hoc libro patet. Sint sanè & valeant aliæ causæ subsistendi in Quaternario. Quin etiam in Homine ipso relucere demonstrat hanc Reip. formam

Regni idea in Numeris

DIGRESSIO.

Anima.

ex Platone, in qua 1. Mens, 2. Ratiocinativa facultas, in syllogismos sese diffundẽs, 3. Irascibilis, 4. Cõcupiscibilis facultates; quarum etiam sedes in cerebro, in pectore, in ventre, Plato harmonicis etiam intervallis dislocatas demonstrat: earumq; primæ Imperium, secundæ Consilium, tertiæ Militaris ordo, quartæ Plebs assimilantur, ejusq; plurimum possident. Hinc quatuor Rerump. columnæ, Iustitia, Prudentia, Fortitudo, Temperantia, verè cardines dicti, cuiq; Ordini sua potissimùm commendata. Adeoq; musicus est factus Bodinus, dimissa Geometria & Arithmetica, ut ne dissonantiarum quidem fuerit oblitus; cujus rei sub imagine, suadet interdum etiam immerito alicui magistratus, honores, cæteraq; virtutũ præmia non iniquo animo permittere: quia ut ex oppositione unius dissonantiæ, concentus reliquus tanto melius dignoscitur, tantoque avidiùs hauritur; sic quicunq; fucum hujusmodi commodorum Reip. intuentur exsecranturq;, universi ij vitia consimilia fugere, virtutes sectari, magis atq; magis consuescant.

Mundus.

XXIV. Tandem Bodinus Regnum à se conscriptum mũdo ipsi comparat, ostendens, quomodo deus creator junctis æqualium & similium rationibus in unum concentum Harmonicum, opus illud suum exornaverit. In proposito illi assentior, ut qui maximè; quæq; ipse aut præcedentes philosophi ne attigerunt quidem, de harmonica contemperatione accuratissima motuum certorum; ea libris sequentibus ego suppleo, demonstrationibusq; clarissimis in lucem profero. Non desino tamen, ne in calce quidem, obloqui Bodino hallucinanti: non existunt enim veræ Harmoniæ ex mixtis æqualium & similium rationibus, ut sæpius dictum. Ergo Bodinus, Harmonias in mundo se demonstrare putans, medietates potius geometricas demonstrat & æqualitates, & similitudines: 1. Harmonicas quidem in facultatibus Animæ; at illas Symbolicas tantùm, nulla demonstrationum evidentia in solidam aliquam effigiem, ut Mathematica amant, expressas; quippe cùm intelligi non possit, quomodo insint in Anima quantitates, proximum & immediatum harmoniarum subjectum. 2. Æqualitatem inter Mundi corpus, & universam vim materiæ. 3. Similitudinem (qualitativam potius ex figuris, quam Relativam quantorum terminorum) inter Archetypum æternum & Mundi formam; quo loco Bodinus præcordia mihi tangit, materiâ Mysterij mei Cosmographici, quanquam per ignorantiam, attactâ.

In quavis sc. ejus facultate numerus ille ipse, quem ei Bodinus assignat.

Quantò verò plausibilius in meæ Epitomes Astro: Copernicanæ libro IV. hæc æqualium & similium commixtio de Mundi partibꝰ præcipuis est demonstrata, de Motore sole, Locante spherâ fixarum & Intermedio, quod mobilibus concessum. Æqualitas enim est in partibus materiæ statuta; ut tantundem sit ejus in Sole, quantum vel in extimæ sphæræ orbe, vel in spacio intermedio. Materiæ verò, ut populo, debetur arithmetica æqualitas. Vicissim Geometrica proportionis similitudo in densitate trium horum corporum; & rursum alia inter diametros Solis motoris, regionis Mobilium, & sphæræ ultimæ Locantis immobilis. 4. Medietates porrò Geometricas quodammodò: ut inter duo genera motuum, alterum in ortum, alterum in occasum, tertium Trepidati-

pidationis motum,sed ex quibus duo posteriores solâ visus imaginatione,secundum Copernici placita constant. 5. Inter terram & tophum, argillam. 6. inter metalla & lapides, ærosas glebas, 7. Inter stirpes & lapides, Corallia. 8. Inter animalia & stirpes Zoophyta. 9. Inter Quadrupedes & pisces, Amphibia. 10. Inter aves & pisces, volantes pisces. 11. Inter Homines & Bruta, Simias, aut Mulieres ex Platone. 12. Inter bestias & Angelos, Hominem, mortalem corpore ut illos, immortalem animo ut hos. 13. Inter cœlestia beatorum habitacula & Elementarem regionem, cœlum stellatum. 14. Quibus adde ex principio libri hujus, bina media; scilicet Aërem & Aquam inter Ignem & Terram; & cætera.
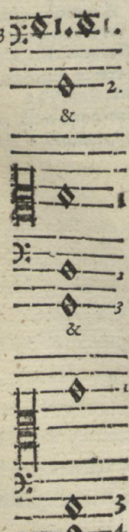
POLITICA.
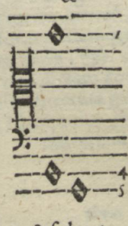
At non paulò melior admonitio de ijs, quæ in mundi gubernatione, rationem habent dissonantiarum: in Anima vitia; in animalibus mõstra; in Cœlo deliquia; in Geometria ineffabilia (quæ tamen necessitate materiæ quantitativæ cùm existant; sequentibus libris longè rectiùs cœlestium motuum varietati comparabuntur) in providentiæ operibus Exempla iræ & ultionis divinæ: inter Rationalia Diabolus: Quæ omnia à Deo supremo moderatore ad bonum finem, rerumq; omnium Concentum absolutissimum diriguntur: cui omnis spirabilis creatura meritissima laudum sacrificia indesinenti pietatis exercitio deferat; ipseq; adeò si visum illi fuerit, non moriar sed vivam, librisq; sequentibus narrabo Opera Domini.
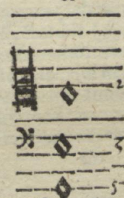
Finis Libri III.
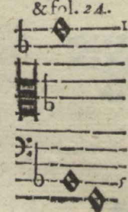
Lectori.

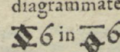
Tirocinium Operarum cum aliquo damno libri hujus III. in quibusdam exemplaribus conjunctum fuit; id ne longius à calce totius operis petendum esset, hoc ipso librofinito, quomodo sarcires, monendum censui. Nempe

Fol. 23 

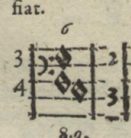
& 

& 

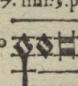
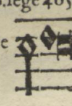
& fol. 24. 

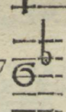
Et fol. 29 in 1. diagrammate  Notam muta

Et fol. 35. primum diagramma tale fiat.



Passim aberrant nonnihil Numeri à Notis suis præsertim superpositi & suppositi, ut fol. 41. ubi pro 66. scribe 96. fol. 45 lin. 12. Lege minorem fol. 47. lini: 5. pro 40. lege 405.

Et pro  scribe 

Fol. 57  Et permuta voces *superius*, *inferius* in non nullis Exemplaribus.

Fol. 60. lin. 9. à fine, Pro 3. 4. est &c.

Cæteri leviculi in paucis exemplaribus occurrent.

JOAN.

IO: KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER IV.

DE CONFIGVRATIONIBUS HARMONICIS RADIORUM ſideralium in Terra, earumq; effectu in ciendis Meteoris, alijſq; Naturalibus.

PROCLUS DIADOCHUS
Libro I. comment: in I. Euclidis

De Mathematices uſu in Phyſiologia & Politica: quæ potiſſimùm partem illius Harmonicam de Radiationibus concernunt.

Ad contemplationem Naturæ præcipua omnia ſuppeditat, declarans Rationum ordinem pulcherrimum, ſecundùm quem fabricatum eſt totum hoc Vniverſum; proportionumq; Analogiam, quæ omnia mundana inter ſe connectit, ut loquitur alicubi Timæus, quæq; amicitiam inter pugnantia, reſponſum & mutuam affectionem inter longiſſimè diſſita, conciliat. *Et poſt pauca* Inde & angulationes commodas poſſibile eſt ratiocinando venari *Rurſum,* Hoc opinor & Timæus ſignificare voluit, dum paſſim per voces mathematicas, tradit contemplationem de Natura totius univerſi, ortumq; elementorum, Numeris & Figuris depingit, facultateſq; & affectiones illorum, etiamq; effectus, his (*figuris*) acceptos fert; angulorum acuta vel obtuſa, laterumq; aſpera vel lævia, *&c.* cauſas conſtituens omnivariarum mutationum.

Ad Politicam verò dictam doctrinam, quî negari poſſit, illam plurima & mirabilia conferre; dum opportunitates rerum gerendarum dimetitur, varioſq; circuitus totius univerſi *&c.* Numeroſq; Harmonicos, vitæ moderatores, aut incongruentiæ authores, & in univerſum impetus aut remiſſionis opitulatores *&c.*

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AVSTRIÆ,
Excudebat Johannes Plancus.
ANNO M.DC.XIX.

Præambulum & Ratio Ordinis.

PRoportiones Harmonicas in abstracto consideratas tribus primis libris formavimus, quorum primus figurarum ſingularum proprietates Geometricas, ſecundus junctarum Congruentias exhibuit, tertius ex figuris harmonicas proportiones propagavit.

Reſtabat ut Harmonicas rationes hactenus deſcriptas in Mundum introduceremus tribus libris alijs, quorum primus Deo cœlorum Conditori, ſecundus Naturæ motuum variorum adminiſtræ, tertius Homini, vocis, quæ ex motu gignitur, compoti, tribueret Harmonias: verùm perſuaſit nobis conditio rerum dicendarum, ut non tantum ordinem verteremus, initio ab humano cantu facto, tranſituri inde ad Naturæ opera, & ſic demum ad opus Creationis, quod omnium primum & perfectiſſimum fuit; ſed etiam finem ſpeculationis abſtractæ cum principio concretarum Harmoniarum in Cantu, conjungeremus eodem libro tertio. Initio igitur facto hujus in Mundum introductionis libro antecedenti; & tranſcriptis Harmonijs humano cantui, quem Artis generali vocabulo complecti ſolent alij; ſequitur nunc quartus liber, qui in hoc ordine inverſo ſecundas Harmonices concretæ partes Naturæ tribuit.

Etſi verò ſparſim libro III. diſputationem de harmoniarum Eſſentia tetigi; plenam tamen hujus metaphyſicæ diſputationis tractationem in principium hujus libri quarti eodem conſilio reſervandam cenſui. Cùm enim vulgò philoſophorum Harmonias non alibi quærant niſi in cantu; ſitq; inopinabile pleriſq; Acroama, cùm docetur aliud quid eſſe ſonos, aliud Harmonias, quæ ineſſe putantur in ſonis: dandum aliquid fuit imbecillitati captus, & Harmoniarum ortus explicandus terminis potius Muſicis vulgò notis; nec turbanda fuit aviditas lectoris importunâ ſubtilitate metaphyſicarum quæſtionum.

At jam porrò, cùm Harmonias in Natura inq; Cœlorum motibus patefacere ſit animus; vulgus verò philoſophorum ſtatim ad primam Harmoniæ mentionem concipiat ſiderum Muſicam vocalem, auditu percipiendam; & cum Scipione Ciceroniano arrectis auribus adſtet, excepturus *tantum & tam dulcem ſonum*: Cùm proclive ſit, rerum impitos cum illo ipſo ſomniatore Cicerone argumentari, *Non poſſe ſilentio tantos incitari motus*, & cum Pythagoræis ex Ariſtotele rationem reddere, cur cœleſtis ſonus non exaudiatur in Terris: quæ præconceptæ opiniones plurimùm obſtant lectoribus, ad Naturæ penetralia contendentibus; adeòq; & abſterrere poſſent multos judicio pollentes, veritatiſq; ſectatores, ut nugamenta iſta Pythagorica, vix eminus agnita, aſpernantes, librum non lectum abjicerent: his de cauſis idoneus mihi viſus eſt hic ipſe locus, in quem diſputationem hanc ſummè neceſſariam referrem.

Atqui Socrates apud Platonem, citante Proclo lib. I. in Eucl. Muſicũ illũ definit; q ab ijs Harmonijs q̃ insunt in ſenſu, pgreditur ad inſenſiles harmonias, pportionesq; earum inveſtigandas. Qui tãdem evadit ipſi in Philoſophũ, expgefact⁹ harmoniâ utraq;, ad contemplãdũ Primũ verum Ens, veritatemq; ipſam.

Mo-

Movit me & Ptolemæi exemplum: qui cùm libris 2. prioribus operis sui Harmonici absolvisset doctrinam Harmonicam, quæ est de cantu, jamque libro tertio demonstrandum suscepisset, omnes naturas perfectas Harmonicâ vi participare: disputationem & ipse incipit ab hac eâdem quæstione: *Sub quod genus rerum referenda sit Natura seu vis Harmonica, ejusque scientia.* Etsi igitur examen & censuram Ptolemæi, ego in hujus mei operis appendicem rejeci: at quid ad hanc Ptolemæi quæstionem ex meis principiis respondendum videatur, id ob dictam causam hoc quarto libro præmitti debuit. Nec id tantùm ad præmuniendum lectorem, avertendasque sinistras opiniones pertinet; sed etiam ad explicationem fundamentalem totius quarti libri; ut quia de Harmoniis radiorum sideralium dicturi sumus, quæ & quot sint numero, quibusque geometricis principiis formentur; prius sciamus, quæ sit Harmoniarum essentia, citra & sonorum, qui hîc nulli sunt, & ipsorum etiam radiorum considerationem; & quodnam earum proprium subjectum, qui termini; sintne in rebus extra intellectum, an in solâ animâ, quo medio percipiantur, introrsumque recipiantur; quâ re dijudicentur; quis effectus hanc perceptionem & agnitionem, quo authore seu primo motore, consequatur: quibus rebus tam generaliter quàm specialium subjectorum collatione explicatis, postea nobis facile erit de Animorum, ipsiusque Naturæ sublunaris essentia & proprietatibus, Metaphysicè disserere, Naturæque arcana paulò, quàm erant hactenus, in majori luce locare.

Capita libri IV.

CAPUT I.

De essentia Proportionum harmonicarum tam sensilium, quam Intellectualium.

DE Harmoniarum essentia disputaturo mihi dubitare contingit; utrum clarius sit, veterum sententias primùm exquirere, deinde cum mea comparare; an ab expositione propriæ sententiæ incipe. Prior philosophandi ratio recepta est ab omnibus; & crebrò commẽdatur ab Aristotele: posterior magis convenire videtur p̄senti materiæ. Disputationes n. de Essentia Harmoniarum in specie pauci attigerunt: & si qua dixerunt de subsistentiâ Generum & specierũ Mathematicarum, quod Harmonijs in specie possit applicari; id necesse est in philosophiâ Gentilium obscuritatis esse plenum; eòq; lectoris animum inter amorem speciosissimorũ dogmatũ & suspicionem fictæ rei fluctuare dubium. In cœtibus Christianorum, & si quis sacrosanctum Trinitatis Mysterium, ortumq; rerum omnium ex historia Mosaicâ, firmâ fide amplectitur; disputationis capita & clariùs proponi possunt, & proclíviores inveniunt lectorum animos ad credendum. Ut igitur methodum dicendorum expediamus, à divisione incipiendum erit. Aliud enim est Harmonia sensilis, vel ei analoga, aliud Harmonia secreta & pura à rebus sensilibus: illæ multæ sunt, tam ratione subjectorum, specie differentium, quàm ratione individuorum: at sincera Harmonia & à subjectis sensilibus secreta, in qualibet specie una est & eadem. Verbi causâ, est una & eadem species Harmoniæ, quæ à proportione duplâ oritur: hæc si inest in sonis, Diapason dicitur; si in radiationibus, Aspectus Oppositus nuncupatur: & in Musico quidem systemate vel superior est vel inferior, vel acutior vel gravior, vel vocum humanarum, vel sonorum ex organis: nec minus in Meteorologia est multiplex; vel enim Saturni & Jovis vel alterius copulæ, & vel ex signis æquinoctialibus vel ex Tropicis.

Divisio Harmoniarum.

De utroq; igitur genere quæritur, quomodo subsistant, quodq; per se, num seipsis, an in rebus alijs. Quod igitur sensiles harmonias attinet ad earum ESSE quatuor ista concurrũt; 1. duæ res sensiles ejusdem generis, & quantæ, ut inter se comparari possint causâ quantitatis, 2. Anima comparans. 3. Receptio sensilium introrsum. 4. Idonea proportio, q̃ definitur Harmonia. Horum uno sublato, tollitur sensilis Harmonia. Facile enim est intelligere, Naturam Harmoniæ non esse definiendam per solas res sensiles, ut per sonum vel radium stellæ. Aliud n. est sonus aliud ordo certus inter diversos sonos: dico autem ordinem hoc loco, non causa situs in aliquo loco physico, nec causâ temporis, sed causa acuminis & gravitatis. Possunt igitur esse soni diversi, at nisi sit inter ipsos certus ordo, qui certis proportionibus definitur, re mathematicâ; nulla erit inter voces Harmonia. Vicissim sono sublato, quænam confingi possit Harmonia audibilis, & radijs planetarum sublatis q̃nam Harmonia configu-

Harmoniæ sensiles.

Ad Esse Harmoniarum requiri Ordinem.

figurationum? Amplius quia Harmonia musica non est sonus, sed plurium sonorum Ordo, hinc sequitur illam esse in prædicamento Relationis. Ordo enim, de q, hic loquimur, relatio est, & ordinata, sunt ad invicem relata. Qua igitur re soni sunt harmonia, id accidens est, quippe quod in subjectis inest, nec seorsim consistit, potestq; abesse citra subjectorum corruptionem. Deinde, sicut quantitas in universum à corporibus nequit separari suis, sed potest benè augeri & minui cum ipsis corporibus, & tamen accidens est; sic etiam Ordo ipse sonorum, cui ut generi Harmoniam subjecimus, tolli non potest à sonis, pluribꝰ uno, quantitate acuminis & gravitatis inter se distinctis: nam aut plures esse desinent; aut si plures, erit inter ipsos ordo secundùm excessum & defectũ; mutabilis ille quidem, si subjectorum relatorum alterum mutetur. Ordo igitur cum quantitatibus, & in specie cum numero pari passu ambulat. Tertiò sicut Numerus definitur esse multitudo ex unitatibus conflata; in quo Aristoteles agnoscit aliquid materiæ analogon, unitates scilicet ejus, aliquid formale, mentis conceptum, quæ unam, quocunque respectu separatam à cæteris, multitudinem illarum unitatum singularium agnoscit; itaque alibi philosophus idem sublatâ Animâ numerante, tolli ait omnem numerum, at non unitates singulas: ut ita numerus materialiter sit in rebus ipsis, nihil præter illas; nisi accedat Mens numerans; tunc demum enim, numerus præter res ipsas, & à rebus abstractus, est diversum aliquid ab ipsis, est sc. conceptus in mente pluralitatis rerum individuarum: sic etiam ordo ipse sonorum & aliorum sensilium, quo de hîc agimus, non est quicquam aliud, quàm ipsi soni plures; nisi accedat Mens, comparans sonos inter se, differentes acumine: & in genere relatio omnis, sine Mente nihil est, præterquàm sua relata; quia relata non sunt id quod dicuntur, nisi mens aliqua supponatur, quæ referat unum ad alterum.

CAPVT

Harmonia sensilibus accidit.

Quod igitur in genere de ordine, deq; relatione verum est; id multò maximè subsumendum de Harmonia, q̃ in proportione consistit, inque numeratione partium quantitatis æqualium: scilicet, ut subsistat, & ut ESSE possit aliqua sensilis harmonia, p̃ter duos sensiles terminos oportere & Animam esse comparantem: hâc enim sublatâ, termini quidem erunt duo sensilia, sed non erunt una Harmonia, ens rationis.

Ad esse Harmoniæ requiri Animam.

Videndum nunc etiam de tertio, sc: de receptione rerum sensilium in animum, ejusq; necessitate & modo.

Nimirum Harmonia est res una, termini sensiles foris extra Animam non sunt res una, nec uspiam nisi intus in anima possunt adunari Non possũt verò intus esse, nisi introrsum recipiantur, quod multis verbis ab experientia probari non est opus. Potest quidem Musicus Symphoniarum artifex intus in animo suo meditari Harmoniam duarum pluriumvè vocum, quas tamen introrsum non recipit: at illa harmonia non est illo actu sensilis, nos verò de sensilis essentiâ loquimur.

Ad esse Harmoniæ sensilis requiri receptionẽ externorũ in Animam.

Qualis verò est illa receptio? nonne soni, ut exemplo notiori utar loco omnium, perstant foris extra aures, in aere, & ante sonos motus corporum, ad quorum quantitatem soni sequuntur? nonne ij manent in suis corporibus? quomodo ergò ingrediuntur? Respondeo,

CAPVT I. partim agendo, partim patiendo; agendo, dum ſpecies emittunt, pulſata motus ſui, ſonos; lucida luminis & coloris ſui, radios, & ſicut loquimur, cùm obiecta dicimus movere ſenſus; movere verò eſt agere: patiendo verò, non ipſæ res per ſe, ſed ſpeciebus ſuis, quæ dum ſentiuntur, memorantur, cōparantur, ſemper aliquid pati debent ex uſu loquendi. Et omninò hæc ipſa duorum terminorū adunatio in Animo, per quam reſultat Eſſētia Harmoniæ ſenſibilis, ipſum ſcilicet referri & comparari eſt rebus junctim ſumptis tale quippiam, quale quippiam eſt rebus ſingulis, videri, audiri, eoque minus etiam. Sunt quippe hæc omnia, paſſiones quædam, ſed æquivocè dictæ, magno ſignificationis ambitu.

Paſſionum æquivocatum gradus

Sed conſtituam⁹ grad⁹ paſſionū. Primùm patitur verbi causâ, Aqua, cùm egelida exiſtens, ignibus admotis tepeſcit. Alter ſignificatus, pati dicit humorem, cum aliquid agit ipſe, ſcil humectando arida: nam pars eius rapitur in meatus exſiccati, eique miſcetur, quod eſt pati: ſic & patitur aqua cum guſtatur: partem enim deglutit ſiticuloſus, digeritque. Sed tertio etiam ſignificatu patitur aqua in guſtatu, cùm à lingua ſaltem contingitur, non tantùm quia linguæ calore calefit, cùm ipſa ſuo frigore linguam frigefaciat; nec tantùm ideò, qa hæret aliquid aquæ in lingua, ſed ſimpliciter quia tangitur à lingua, quod eſt quaſi leniſſimè feriri, aut pulſari, aut impelli, unde eſt motus localis partium in toto; Moveri verò eſt Pati. Quartus eſto ſignificatus, quo pati dicitur aqua, cum emiſſo vapore ferit nares, odoratuque percipitur, percipi autem, eſt pati: & hîc quidem patitur non ipſa, ſed effluxus eius corporeus, qua paſſione etiam abſumitur eius aliquid. Quintus gradus, quo pati intelligitur aqua, cum ſtrepitus ejus auditur: primùm enim ipſa aqua in motu eſt, deinde ſpecies immateriata aquæ, ut movetur, diffunditur ab ipſa in omnem ambitum, recipiturque in meatus aurium, hæc receptio eſt paſſio, non ipſius aquæ, ſed ſpeciei eius, ſeu defluxus eius immateriati: & in hac receptione deperditur aliquid tempore & multiplicitate receptionum. Nam obtuſior eſt ſonus, qui magnæ multitudinis auribus, aut veſtibus, accidit, aut qui inter nives decidentes emittitur.

Sextò etiam cùm videtur aqua, patitur aliquid: emittit n. à ſupficie vel quaſi, nimirum à coloribus ſuis, in quantum colorata, radios ad oculum, qui radij tanguntur, repercutiuntur, refringuntur, coguntur ad punctum, excipiuntur à retiformi tunica coacti: quæ omnia ſunt paſſiones non ipſius aquæ, ſed ſpeciei immateriatæ, ſeu radiorum. Et hi radii, jam in hac receptione nihil perdunt, neque locis, neque tempore: remoto enim quod tangit, pergunt ulteriùs, penitus illibati, quod non facit ſonus.

Septimò, poſtquàm hæ ſpecies, ipſumq; adeò corp⁹ aq̄ in corporea ſenſuum inſtrumenta prius aliquid egerunt, illa ſc. ſibi conformiter affecerūt, ſibiq; aſſimilarunt, ut & linguæ & cutis membranulæ frigus & ſaporem, narium ſpiritus odorem perceperint, ſpiritus auditorij ejus ſonitu pſtrepant, viſorij ejus luce colluceant, itaq; typus & ſpecies ejus ſenſoria fuerit formata, quam oculi certè circumgeſtant, etiam ablatâ illâ, ſæpè invito homine: jam hæ ſpecies ſenſiles ab ſenſuum veſtibulis

ſeu o-

ſeu orificijs, recipiuntur introrſum per vim repræſentativam ſeu phantaſticam, cognoſcuntur per ſenſum communem, conduntur per memorativam, promũtur per reminiſcentiam, dijudicantur per ſuperiorem facultatem: quod omnia pati intelligitur aqua non in ſe, ſed in ſuis ſpeciebus ſenſilibus & mentalibus. Tunc igitur etiam ſuprema facultas animæ, quæ numero comparationibusq; præeſt, ex pluribus rerum ſpeciebus mentalibus, unam ſibi fabricat formatq;, relationis, ordinis, comparationisq; ſpeciẽ, reſq; foris exiſtentes inter ſe comparat: quæ comparatio, ut ſupra dicebamus, cùm fiat ſuper rebus ipſis, ſine ipſarum opera, paſſio quædam illarum eſſe intelligitur: eodem fere ſenſu, ut cùm de famâ abſentis & ignari in judicio agitur, aut cùm is capitis damnatur, aut proſcribitur. Omninò quidem apta ſimilitudo; ſicut enim talis aliquis, etſi ſecum ipſe tunc mali nihil ſentit, adeòq; nihil patitur, tamen paulò pòſt vim ejus, quod paſſus eſt, re ipſa experitur: ſic etiam voces, & quicquid omninò congruentiæ particeps eſt, prout mẽti placuerint in hac comparatione, pro eo vel continuantur, vel reſpuũtur, fugiuntur, prohibentur, impediuntur, opprimuntur, finiuntur. Etſi jam non hoc eventûs conſequentis reſpectu ſonos pati dico; ſed illo ipſo actu, cùm eos inter ſe mens comparat; ſufficitq; per longum explicaſſe, quo ſignificationis æqvocæ gradu hanc comparationem mẽtalem, paſſionẽ dicam. Sed non fruſtra prolixus fui in recenſendis his ſignificatibus: hac enim ~~ope~~ opera jam porrò mirificè adjuvabimur in agnoſcenda Naturâ Facultatis ~~Harmonicæ~~ & complenda hac parte Metaphyſicæ, quam Ariſtoteles ne per tranſennam quidem aſpexit.

Ex hiſce quoq; clarum eſt id quod antea contendebam, ſc. quòd Harmoniæ ſenſilis ipſum formale, quâ harmonia, accidat ſenſilibus; nimirum ſicut eiſdem accidit, videri & audiri & cætera. Patet ſecundò Harmonias etiam ſenſiles, eſſe res, ab ipſis quodammodo rebus abſtractas, quatenus nimirum non res ipſæ foris, ſed ſpecies rerum per ſenſus ingreſſæ, adq; tribunal animæ perductæ, fiunt termini proportionis harmonicæ ſenſilis. At viciſſim duplici nomine harmoniæ iſtæ ſunt adhuc concretæ; primùm quia ſpecies hæ rerum ſenſilium, non ſunt earum nudæ quantitatis ſpecies, ſed etiam qualitatis ſenſilis, puta ſoni vel lucis &c: deinde quia ſpecies hæ ſenſiles, ut ſenſiles, intus in animo nequeunt relucere, niſi res ipſæ, quarum illæ ſunt ſpecies, foris etiam præſto ſint & maneant. Nam ijs ablatis, deſinunt etiam earum ſpecies intus, lucis quidem, quoad ſuam radiationem, in ipſo inſtanti, ſoni verò intra breviſſimum temporis momentum. Relinquitur quidem in ſenſorijs inſtrumentis aliqua impreſſio, ut in oculo lucis, ſed illa non eſt rei forinſecæ, ſed potiùs ſpeciei ſpecies altera, in corpus impreſſa, jam corporis momentanea qualitas facta; quemadmodum in opticis, colores luce ſolis purâ miniméq; coloratâ, vim concipiunt radiandi quaquaverſum coloratè. Et hoc eſt quod initio quoq; contendebamus; oportere terminos ſenſiles & Animam præſentes eſſe, mutuasq; tradere operas, agendo, patiendo, illam ſc. movendo ſenſus, hanc comparando; ut conſtituatur eſſentia Harmoniæ ſenſilis.

Harmoniæ ſenſiles Cõcretæ ſint an abſtractæ?

Objiciat hic aliquis, Animam comparando non facere, ſed inveni-

CAPUT I.

Quatenus Anima faciat Harmonias & quatenus inveniat.

venire idoneam proportionem: quod quartum suprà & formale principium erat harmoniæ sensilis: ergò videri animam abesse posse, salvâ Essentia Harmoniæ.

Respondeo per inversionem; Idoneam invenire in sensilibus proportionem, est detegere & agnoscere & in lucem proferre similitudinem illius proportionis in sensilibus, cum certo aliquo verissimæ Harmoniæ Archetypo, qui intus est in Animâ. Quemadmodum igitur Athenienses virtutem aliquam invenerunt in Zenone, Prytanei sui jus in eo non invenerunt, sed illi contulerunt, quod Zeno sine Atheniensibus consequi non poterat: sic Anima ordinem & proportionem in sonis inq; radijs invenit (etsi ne hanc quidem foris invenit, sed saltem terminos, ut dictum) at ut hæc proportio sit harmonica, ipsa sui Archetypi collatione facit; quæ harmonica dici non posset, nec vim ullam sortiretur in movendis animis, si hic Archetypus non esset. Satis igitur de Sensilibus Harmonijs.

Quid sit Harmonia insensilis?

Jam enim transeundum nobis est ad puras & secretas Harmonias, alterum sc. divisionis nostræ membrum: illas nempe, quas jam modò statuimus Archetypos seu Paradigmata sensilium harmoniarum. Nam si Archetypi suam haberent subsistentiam extra Animam; fateor equidem, magno nos argumento privari, pro asserenda necessitate Animæ, ad essentiam Harmoniæ constituendam. Atqui extra Animam illos constituere, est oppositum in adjecto, ut audiemus.

Ejus termini.

Veræ enim & archetypicæ Harmoniæ, quæ nulli speciei sensili confusa existit, principia sunt nihilominus divisa & numero plura. Cùm enim & illa sit proportio, requirit igitur & ipsa suos terminos binos. Hi verò termini, ut libris prioribus usurpavimus, sunt Circulus totus & Pars ejus vel partes, aliquota vel aliquotæ, demonstrativè rescisso arcu. Hæc est specifica proportionis harmonicæ differentia, quâ non tantùm harmonica proportio distinguitur à proportionibus alijs, sub eodem genere locatis, sed etiam pura & archetypica à sensilibus: nisi quatenus usu vulgi tritissimo, sola sonorum Congruitas, Harmonia dicitur. Nam in hoc ipso clarissimum apparet discrimen inter puram Harmoniam, & Harmoniam sensilem seu concretã; quòd in purâ termini sunt ex mathematicis generibus, Circulo & Arcu, certo modo formatis: habet n. circulus suam formationem seu figurationẽ ex seipso, habet arcus ex Subtensa terminos, ex circulo figuram; in sensilibus verò Harmonijs non est opus hac speciali formatione, possunt enim esse vel rectæ lineæ, vel aliter figuratæ quantitates sensiles; dummodò sint hujus archetypicæ suæ Harmoniæ fida exemplaria, in quantitate quælibet suâ: quantùm quidem potest esse fidæ imitationis in rebus sensilibus: quia quod in ijs vero propinquum est, secundùm magis & minus, id pro ipso vero recipitur. Hi sunt igitur termini Harmoniæ archetypicæ.

Ad ESSE Harmoniæ abstractæ, Mentem requiri.

Deinde, præter terminos, rursum ut prius dictum in sensilibus, requiritur etiam Mens, comparans terminos, & dijudicans, num ij, nimirum arc⁹ circuli, tales sint, quos de toto circulo rescindat lat⁹ aliquod figuræ demonstrabilis. Itaq; tria quodammodo sunt principia Harmoniæ

niæ Archetypicæ, duo ex parte terminorum, Materiale, ut analogicè loquar, Circulus, & pars ejus; Formale, resciſſio partis per figuram demonſtrativam; & unum ex parte ipſius relationis terminorum, ſcilicet Efficiens (quodammodò) Mens.

Cùmque proportio omnis, & ſic etiam hæc partis circuli ad totum, ſit in prædicamento Relationis, jam hæc certa & deſcripta proportionis forma, habet ſe ut qualitas quartæ ſpeciei. Eſt enim Harmonia, Relatio quodammodò qualitativa ſeu figurata, quippe à figuris regularibus formata.

Harmonia eſt Relatio qualitativa.

Quod ſi priùs ad Eſſentiam Harmoniæ ſenſilis pertinuit, ut ſenſilia per ſpeciem influerent in animam: quanto magis etiam hic neceſſe eſt, ut quos diximus Harmoniæ ſecretæ terminos, Circulum & Arcum eius; ij ſint in mente ipſa intus: ſive id quis per ſpecies intrò receptas factum eſſe dicat, ſive cum ipſa Mente perennaverint, ante omnem receptionem intus præſentes; de quo jam porrò nobis omnibus ingenij viribus erit diſpiciendum.

Quomodo Genera & Species rerum Mathematicarum inſint in Anima.

Cùm autem ad hunc locum jam devenerimus; non equidem ſine luculenta injuria tàm lectoris, philoſophiæ cupidi, quàm Veterum, qui hanc philoſophiæ partem ante nos triverunt, ipſorum placita de rebus iiſdem diſſimulare poſſumus, quantum quidem nobis de iis conſtiterit. Unum tantum præmittendum cenſeo; diſtinguendum eſſe inter ſpecies ipſas mathematicas, Circulum, & Arcum ejus, interq; comparationem eorum: & hoc ideò; quia ſi ſpecies ipſæ, ceu termini, collocandæ ſunt intus in anima ſine receptione; multò magis Harmomonia, quæ eſt inter illas partes, in mente collocanda erit, ut non habeat eſſentiam ſuam extra illam, quippe cum eius eſſentia conſiſtat in actione aliqua mentis circa ſpecies illas. Et circulus quidem cum arcubus ſic ſunt in Anima, ut citra controverſiam ſint etiam in ſenſilibus: at Harmonia, quæ eſt inter circulum ejusque partem; quoad formale ſuum, nullo modo eſt extra animam; ut ſupra patuit exemplo Numeri. Jam veterum argumenta ſunt præcipuè de ſpeciebus ipſis, re ſimpliciori; Harmonia verò res eſt magis compoſita.

Et hoc eſt diſcriminis inter Ariſtotelem, Platonem, Proclum, ex una parte, interque Ptolemæum ex altera. Illi enim de ESSE ſpecierum diſputant, Ptolemæus de ESSE Harmoniæ. Sed Ptolemæi Textum nos in Appendicem totius Operis rejiciemus; ne nobis, quod initio capitis huius verebamur, turbas concitet; Illos verò, qui appoſitiſſimè ad præſentem ſpeculationem loquuntur, jam audiemus.

Et Platonis quidem de rebus Mathematicis ſententia hæc erat; Mentem humanam omnes & ſpecies ſeu figuras, & axiomata, & concluſiones de rebus, ſeipsâ edoctam eſſe; cùm verò videtur erudiri, id nihil aliud eſſe, quàm admoneri per diagrammata ſenſilia, rerum earum, quas ſecum ipſa ſciat. Id ſingulari artificio repræſentat in dialogis, introducto puero, qui rogatus à magiſtro, reſpondet omnia ad votum.

Platonis dogma de ſubſiſtentia Mathematicarum rerum.

Ariſtoteles contrà in Metaphyſicis, commentum hoc appellat, λόγον πλασματώδη, πρὸς τὴν ὑπόθεσιν βεβιασμένον: Nec enim hæc Mathematica ſeorſim à ſenſilibus uſquam ſubſiſtere: nec

Ariſtotelis dogma contrarium.

CAPUT I.

aliam esse illorum subsistentiam, ne quidem in Mente, nisi ea ratione, qua cætera universalia sunt in Mente, cùm essentiæ ipsius, rerum sensilium singularium, species per definitionem formatur in Mente: itaq; priora quidem esse sensilibus, & abstrahi à sensilibus, at non re, sed conceptu mentis. Ubi notandum, quòd Aristoteles, quoties ferè usu venit ut nominet generum Mathematicorum unum aliquod exempli gratiâ, semper aut Punctum nominet, aut Lineam, aut Superficiem, aut Corpus, aut Numerum; quæ sunt in prædicamento Quantitatis summa genera: quantitatum verò, in quantum sunt figuræ, & in quarta specie qualitatis (ubi aliud est ipsarum materiale, quantitas, aliud formale, figura) per has quidem disputationes, fit mentio rarissima; in quantum Relationes, planè nulla. Adeò quidem etiam Harmonicam scientiam ponit speculari de nulla re, nisi de vocibus; deq; ijs non aliter, nisi in quantum illæ sunt lineæ, planè ut Optica. De intervallis verò linearum, quæ sunt proportio (relatio nimirum, & ea quidem qualitativa & figurata) ne somniat quidem unquam Aristoteles. Nullum itaq; dubium est, quin ulteriùs progressurus fuisset in hac speculatione, si Mathematicis profundioribus (de intellectuali figurarum possibilium & impossibilium differentiâ, qua de nos egimus libro I.) fuisset imbutus. In quantum igitur de summis quantitatis generibus disputat, facile vincit, nemine repugnante; quòd verò in universum * concludit, & Platonem stultitiæ hujus, quam ipse sibi est imaginatus, reum peragit; denique quòd picturæ Platonicæ, de puero αὐτοδιδάκτῳ, ipse opponit picturam contrariam, Mentem asserens seipsâ vacuam, non tantum cognitionis cæteræ, & Mathematicorum generum sed etiam specierum, & planè Tabulam rasam, ut in qua inscriptum sit nihil, ne mathematicorum quidem, inscribi verò possint omnia: hac inquam in parte nec in Christianâ religione tolerandus est, & invenit post aliquot sæcula cùm alias multas εὐθύνας, ut loquitur Proclus; tum Proclum ipsum adversarium; quanquam hic Aristotelem ipsum nomine non citat; Platonem verò, quem defendit, nominatum, apertè ducem suum profitetur.

Quid nocuerit Aristoteli.

* etiam de speciebꝰ individuis (formaliter), ut circulo, Trigono &c.

Aristotelis tabula rasa, mentis idea

Hujus igitur Procli philosophiam de speciebus rerum mathematicarum, quas ego terminos profiteor proportionis Harmonicæ puræ & secretæ à sensilibus, operæ precium est ex ejus libro I. in Eucl: huc transcribere de verbo ad verbum.

Procli Philosophia de Essentia rerum Mathematicarum

Sic ille: *Reliquum est, ut videamus, quænam Subsistentia, seu Essentia debeat assignari Mathematicis Generibus & speciebus? Concedendumne sit, illa à sensilibus subsistentiam accipere, sive per abstractionem, ut mos est loquendi, sive per collectionem eorum, quæ sunt per partes dispersa, in unam communem Rationem (seu definitionem) anne etiam ante hæc, ipsis danda subsistentia, ut Plato usurpat, & universitatis rerum progressio demonstrat?*

Primùm itaque, si affirmamus, species Mathematicas à sensilibus constitui, dum Anima à Trigonis aut Circulis materialibus, speciem circularem aut Trigonicam, secundariâ quadam geniturâ, in seipsâ format: quaro unde ve-

Species mathematicas constitutas non esse à singularibꝰ sensilibus quantis.

de veniat rationibus (seu definitionibus) illa tanta certitudo, tantaq; accuratio? Erit enim aut à sensilibus, aut ab ipsa anima, At impossibile, à sensilibus; multò namq; major subtilitas & exactio inest Rationibus istis? Ab anima igitur, quæ imperfectis perfectionem, minimè accuratis, subtilitatem illam accuratam conciliet.

CAP. I.

Dic enim ubi inter sensilia inveniatur natura impartibilis (puncti) *& latitudine carens*, (ut linea) *& profunditate*, (ut superficies) *aut ubi æqualitas linearum ex Centro, aut ubi Proportiones semper constantes laterum* (materia mei libri I.) *aut ubi angulorum rectitudines? Non equidem video, ut sunt commixta & confusa inter se omnia partibilia, nihil sincerum, nihil à contrario suo purum; omnia partibilia, & quæ locis dissita, & quæ unita. Quomodo igitur immobilibus ipsam durabilem essentiam ex mobilibus, aliàsq; aliter habentibus conciliabimus? Quicquid enim subsistentiam suam habet à motis essentijs; habere eam mutabilem concedunt ipsi. Et quomodo accuratis & certis speciebus à non accuratis impetrabimus accuratiam suam? Omne namq;, quod causa est notionis semper mutabilis, ipsum multò magis est tale. Supponendum ergò erit, Animam ipsam genitricem esse Mathematicarum specierum & Rationum. Atqui si illa continens in se, ut prima exempla seu Paradigmata, secundùm essentiam ipsa subsistere facit, ut ita sint generationes* (Christianus subaudit, creatio rerum sensilium) *nihil aliud, quam propagationes specierum, quæ in illa priùs inerant* (rationes creandorum corporum mathematicas, Deo coæternas fuisse, Deumque Animam & Mentem esse superexcellenter; Animas verò humanas esse Dei creatoris imaniges, etiam in essentialibus suo modo, id sciunt Christiani) *tunc Platoni consentiemus, hæc dicentes, & vera Essentia Mathematum nobis inventa erit. Sin autem Anima, cùm non haberet, nec priùs alicunde accepisset Rationes Mathematicas* (si cùm non fuissent ipsi concreatæ) *nihilominus admirabilem hunc ornatum immateriatum texit, pulcherrimam hanc speculationem enititur; quomodo ergò discernet sic genita, sintne subsistentia & constantia* (μόνιμα non γόνιμα lego) *an in ventos evanida, & spectra potiùs quàm vera? Quib⁹ normis usa veritatem eorum metietur? Imò quomodo, cum essentiam eorum non haberet, gignit tantam varietatem rationum? Nam hoc pacto fortuitam illorum subsistentiam faciemus, neq; ad ullum scopum vel terminum tendentem. Sunt ergò Animæ ipsius soboles, species Mathematicæ, nec habet illa Rationes, quas constituit, à sensilibus; quin potiùs hæc ab illis propagantur; suntque hi enixus ipsius, & hæc puerperia, permanentium & perennium specierum, evidentia.*

Vera mathematicarum rerum essẽtia in Anima.

Secundò si ab infrà & à sensilibus colligimus Rationes Mathematum (seu definitiones) quomodo non meliores erunt demonstrationes quas constituunt sensilia, demonstrationibus universaliorum & simpliciorum specierum? Dicimus enim, ad quæsitæ rei investigationem, ubique principia & propositiones, esse demonstrationibus seu conclusionibus cognatas. Si igitur singularia universalibus, si sensilia ratiocinativis sunt causæ, quomodo fieri potest, ut demonstrationis terminus ad magis universalia, non ad partialia referatur; utque intellectualium quam sensilium essentiam cognatiorem demonstrationibus probemus? Sic enim loquuntur; Non si quis demonstrat, Æquicrurum habere

Mathematicas species non esse collectas in unum à singularibus quantis.

Allegationes ex Aristotele.

CAP. I.

angulos duobus rectis æquales, idem Æquilaterum, idem Scalenum, hoc ſcire eſt legitimum; ſed is ſcientiam propriè dictam habebit, qui de omni Triangulo ſimpliciter hoc demonſtraverit. Item: univerſalia meliora eſſe ad demonſtrationem, quàm particularia; Amplius; magis uniuerſalium eſſe demonſtrationes; ex quibus verò conſtant demonſtrationes, illa priora eſſe, & naturâ præcedere ſingularia, & cauſas eſſe eorum, quæ probantur. Multum igitur abſunt ſcientiæ Apodicticæ ab hoc, ut circa poſteriora ortu & obſcuriora ſenſilia, propoſitiones ſuas mendicatò colligant. Dicam inſuper & hoc tertium; illos Animam viliorem facere ipſis ſpeciebus, qui hæc dicunt. Nam ſi materia ſuſcipit à Natura illa, quæ ſunt eſſentialia, & magis Entia, & evidentiora; Anima verò poſteriori actu accipit ab illis, Exemplaque & Imagines ortu poſteriori fingit in ſeipſâ, reſpiciens ad Eſſentias viliores, & abſtrahens à materiâ, quæ ſecundùm ipſi⁹ naturam ſunt inſeparabilia; nonne Animam ipſâ materia obſcuriorem, indigentioremque faciunt? Nam & materia locus eſt materiatis rationibus, ſicut Anima ſpeciebus (immateriatis) Eſſet verò illa locus prioribus, iſta ſecundariis & illa ducatum obtinentibus in eſſendo, iſta ſubſiſtentiam habentibus ab illis: denique illa factis ſecundùm eſſentiam, iſta nuncupatis ſecundùm intentionem. Quomodo igitur Anima, Mentis & intellectualis primæ Eſſentiæ particeps, & quæ cognitionem inde conſummatam habet; quomodo inquam etiam obſcuriſſimarum totius vitæ ſpecierum erit receptaculum, infimi ſcilicet in rebus gradus, omniumque imperfectiſſimi ad eſſendum? Verùm hanc opinionem oppugnare pluribus, quæ dudum à multis eſt flagellata ex merito, ſupervacuum exiſtimo.

Animā hic intelligit Mundi præcipuè, Deū creatum Platonis: Mentem verò, q̃ Chriſtiani dicerẽt ipſū Deum Creatorem: cuj⁹ imagines ſunt omnes Animæ creatæ, corporib⁹ vivificãdis præfectæ.

Quod ſi non exiſtunt Mathematicæ ſpecies per abſtractionem materiatorum, neque per collectionem eorum, quæ inſunt in ſingularibus communia: neque omninò ſunt ortu poſteriores aut ex ſenſilibus: neceſſe utique fuerit, ut Anima vel à ſeipſa vel à Mente tranſſumat illas, vel denique & à ſe & à Mente ſimul. Verùm ſi à ſe ſolâ, quomodo erunt imagines intellectualium ſpecierum, quomodo erunt mediæ inter partibilem & impartibilem naturam, cùm nullam à primis conſummationem ad eſſendum ſortiantur? quomodo denique Prima Exempla, Paradigmata vel Ideæ, quæ ſunt in mente, ſunt univerſorum Principes?

Sin verò à Mente ſola tranſſumuntur in Animam; quomodo Anima manebit ipſa ſeipſa operans, ſeque ipſam movens; ſi Rationes, quæ ſunt in ipſâ, ad normam ſubſiſtentiæ illarum rerum, quæ ab alio cientur, influxerunt in ipſam aliunde? Et quid differet Anima à Materia, quæ ſolùm poteſtate eſt omnia, nihil verò de materiatis ſpeciebus generat?

Chriſtianis & ſunt Animæ exemplaria Creatoris, & ſuſtẽtãtur etiã num ab illo pquandam velut irradiationem vultus divini in ipſas.

Reſtat igitur, ut Anima & à ſeipſâ & à mente tranſumat iſta, & ut ipſa ſit abſoluta conſummatio ſpecierum, quæ ab intellectualibus primis Exemplis ſeu Paradigmatibus à ſeipſis genitis ſubſiſtentiam habent, & acceſſum ad ipſum ESSE ſortiuntur. Itaque nequaquam eſt Anima Tabula raſa, ab omnibus rationibus vacua; ſed eſt ſcripta ſemper tabula; ſcribitque & ipſa in ſeipſam, & ſcripturis impletur à Mente. Eſt enim Anima, Mens, ſeu Intellectus quidam, qui ſeipſum ſecundùm priorem ſe Intellectum revolvit, imago illius, & figura ſeu typus foris factus. Si igitur ille omnia intellectualiter eſt

ter est, erit & Anima omnia animaliter; & si ille exemplariter; Anima imaginis in modum; & si ille contractim & unitim, anima divisim. Quod cùm & Plato intellexisset, Animam ex omnibus constituit, divisitque secundùm numeros, revinxitque Analogijs & Rationibus Harmonicis; inque ipsam contulit Principia prima, Figurarum effectricia, puta Rectum & curvum, movetque circulos, qui sunt in ipsâ intellectualiter. Omnia ergò Mathematica primùm sunt in Anima; & ante Numeros Numeri seipsos moventes, & ante figuras apparentes, figuræ vitales, & ante Concordata vel concinnata, ipsæ Rationes concordantiarum, seu Harmonicæ; & ante corpora, quæ moventur in circulum, ipsi inconspicui cycli conditi sunt; estque Anima omnium rerum Consummatio; & hæc est exornatio quædam alia (præter sensilem) quæ & ipsa seipsam adducit (ad res) & à familiari & cognato principio adducitur; quæque vitâ & seipsam implet, & à Creatore impletur, incorporeo & indistanti modo. (Non lõgà abest ab unoquoque; in ipso vivimus, movemur & sumus) *Et cum profert explicatque Rationes ejus: tunc & Scientias detegit omnes, & virtutes. Essentiatur igitur in hisce speciebus Anima; nec existimandum, Numerum, qui in ipsa inest, esse multitudinem unitatum; neq; forma & idea eorum quæ locis sunt dislocabilia, subaudienda est corporea: sed omnia vitaliter & intellectualiter supponenda, & prima exempla apparentium Numerorum & Figurarum & Rationum & motuum: & sequendus hic Timæus, qui omnem ipsius ortum & fabricam à Generibus Mathematicis consummat & perficit, inq; ipsâ rerum omnium causas reponit. Septem enim illi termini Numerorum omnium secundum causam in ipso præextiterunt. Rursum Figurarum principia architectonico seu fabrili modo in ipsa reposita sunt; & motuum omnium primus & principalissimus, qui motus reliquos omnes circumdat incitatque, unâ cum ipsâ extitit; omnium enim quæ moventur, principium est circulus, & motus circularis. Sunt igitur essentiales & seipsas moventes Mathematicarum rerum Rationes, quæ consummant Animas: quas Anima proferens & propagans evolvensque, omnem varietatem scientiarum Mathematicarum facit subsistere. Neque erit unquam ut desinat illa progignere & eruere semper alia post alia; dum Rationes suas impartibiles simplicitate exuit. Omnia enim prius accepit, specierum principum & primævarum in modum; & secundùm infinitam suam facultatem, ex principijs anticipatis, omnis generis speculationum propagationes architectatur.* Hactenus Proclus.

CAP: I.

In Timæo, qui est citra oẽm dubitationis aleã, commẽtarius quidam in primum caput Geneseos seu lib. 1. Mosis, transformans illum in Philosophiam Pythagoricã: ut facile patet attentè legenti, & verba ipsa Mosis identidem conferenti.

Animam Mundi Timæus intelligit.

Puto 1.2.4.8 3.9.27.

Totum locum exscribere volui, quia non tantùm genuinos Harmoniarum terminos, Circulos & arcus à figuris rescissos, inter cætera mathematica, in Anima, inque mente statuit essentialiter, sicut hæc mathematica fiant ipsi animæ, vicissimque Anima ipsis (in quantum sunt secreta à singularibus) quædam velut Essentia: sed etiam quia mihi similia proferenti, demit invidiam rejecti hinc inde Aristotelis; totamque hanc philosophiam eximiè commendat.

De Numeris quidem haud contenderim; quin Aristoteles rectè refutaverit Pythagoricos: sunt enim illi secundæ quodammodò intentionis, imò & tertiæ, & quartæ, & cujus non est dicere terminum: nec habent in se quicquam, quod non vel à quantitatibus, vel ab alijs veris & realibus entibus, vel etiam à varijs Mentis intentionibus acceperint

CAP. I. Climactericis.

rint: itaque nec Platonicis Numeris, conversioni Rerump. tributis, quos Bodinus in Methodo Historiarum usurpat; nec Climactericis dictis, propter quidem seipsos, quicquam tribuo: nisi in quantum ij Revolutiones Astrorum Configurationumque numerant: ut nuper in Prolegomenis Ephemeridum non obscurè significavi.

At quod attinet quantitates continuas, omninò adsentior Proclo; etsi oratio fluit ipsi torrentis instar, ripas inundans, & cœca dubitationum vada gurgitesque occultans, dum mens plena majestatis tantarum rerum, luctatur in angustijs linguæ, & conclusio nunquam sibipsi verborum copiâ satisfaciens, propositionum simplicitatem excedit. Opinor igitur, si meas ego rationes, cur Harmoniis insensilibus, Circulum intellectualem, eiusque partes, terminos constituam, jam subiunxero (conceptas prius quàm Proclum legissem) me non tantum consentanea Proclo dicturum, sed etiam compendium quoddam loci descripti facturum, quantum quidem ille meo servit instituto.

Termini Harmoniarum insensilium, quãtitates abstractæ.

Non dicam inter rationes, quòd cum primùm foris, deinde in sensu fuissent illa, quæ comparantur; ultimò & à rebus, & à sensilibus rerum speciebus abstracta fuerint, quem sensum propriè vox abstrahendi gignit: nam ut supra dictum, hæc abstrahendi ratio pertinet ad sensiles Harmonias Sonorum & Radiorum, habetque locum tunc tantùm, cùm, uti civium benè vel malefacta ex legibus antiquitùs latis, ita Soni & Radii ex Archetypica Harmoniâ jam anteà intus præsente, dijudicantur.

Sed hæc est causa, cur quantitas intellectualis esse dicatur, quæ terminos præbet Harmonicis proportionibus, quia oportet illam quantitatem demonstrationis longè subtilissimæ capacem esse: demonstratio verò illa ex sensilibus diagrammatis nunquam habetur, etsi ijs adjuvetur: nec ex collectionibus oritur multorum singularium sensilium, in unum Axioma, sed à priori comparatur. Quod cùm suprà Proclus verè objecerit Aristoteli, sic in genere intellectum, possum ego in specie luculentissimis argumentis ex libro primo petitis reddere munitissimum. Figurarum enim quæ Harmonicum arcum circuli rescindunt, differentia specifica, qua ut parte definitionis, explicatur earum essentia, est ista, quòd oportet illas esse scibiles. Iam verò quæ scibilitas sine Mente, scientiæ capace? Neque dixeris, rem esse posse, ut scientia ipsa rei non sit: Nam scientia consistit in comparatione, ut cùm latus figuræ est æquale Semidiametro. Jam æqualitas quæ sit sine mente, præsertim in ijs, quæ loco seclusa sunt, id intelligi non potest: revolvimurq; ad argumentum jam suprà pro Harmoniis etiam sensibilibus allatum.

Neque tantùm scibiles sed etiam scitas oportet esse; ut Archetypalis Harmonia luceat actu intus in animo. Nam posibilitas ad sciendum nobis ad Criterium harmoniarum sensilium non sufficit. Cujus igitur pars essentiæ est intus in animo, adeòque in ejus Operatione seu Energiâ, illam ipsam rem intus oportet statui, terminos scilicet Harmoniarum, Circulum, eiusque Partem.

Quæras

Quæras quî possit inesse scientia rei, quam nunquam mens didicit, nec fortasse discere potest, si sensu rerum externarum destituatur? Ad hoc respondit suprà Proclus, verbis in sua philosophia tritis: nos hodie, nî fallor, vocabulo Instinctus rectissimè utemur. Menti quippe humanæ cæterisque Animis ex instinctu nota est quantitas, etiamsi ad hoc omni sensu destituatur: illa seipsâ lineam rectam, ipsa intervallum æquale ab uno Puncto intelligit, ipsa per hæc sibi circulum imaginatur. Si hoc, potest multò magis in eo demonstrationem invenire, itaque oculi officium in aspiciendo diagrammate (si tamen opus eo habet) supplere. Quippe mens ipsa si nullius unquam oculi compos fuisset, posceret sibi ad comprehensionem rerum extrà se positarum, Oculum, legesque ejus formandi ex seipsâ petitas præscriberet (siquidem pura & sana & sine impedimentis, hoc est, si id solum esset, quod est) ipsa enim quantitatum agnitio, congenita menti, qualis oculus esse debeat, dictat: & ideò talis est factus Oculus, quia talis Mens est, non vicissim. Et quid multis? Geometria ante rerum ortum Menti divinæ coæterna, Deus ipse (quid enim in Deo, quod non sit Ipse Deus) exempla Deo creandi mundi suppeditavit, & cum imagine Dei transivit in hominem: non demum per oculos introrsum est recepta.

> CAPUT 4. Anima habet scientiam Mathematum ex instinctu.

Cum igitur demonstrabilitas quantitatibus insit, non quatenus figuræ subjiciuntur oculis, sed quatenus mentis oculis patent, id est, quatenus non tam abstractæ à sensilibus, quàm nunquam ijs concretæ fuerunt: abstractam igitur quantitatem, jure terminos statuimus proportionibus harmonicis Archetypicis, quippe quæ sunt ex circuli divisionibus demonstrabilibus.

> Eadem penè Proclus paulò post locum, priùs adductum à Essétijs Mathematicis assimilari veritatē circa deos, & Opificē totiꝰ universi usum archetypis mathematicis, sibi coæternis, in conformatione Mundi.

Est alia causa cur abstractas quantitates eligam, quia circulus, qui figura est, quartæ nempe qualitatis species, quamvis sit quantitas, tamen in hoc negocio, purè ut figura consideratur, sine magni vel parvi discrimine, adeò ut etiam ab ipsa quantitate, veluti à suo subjecto abstrahatur quodammodò, possitque vel in puncti angustiâ eius agnosci natura. Hoc opinor Proclus voluit, dum Mathematicas res in Anima dixit inesse incorporeo & indistanti modo.

Est deniq; & hæc summa & decumana ratio, quòd quantitatum est mirabilis quædam, & planè divina politia, rerumque divinarum & humanarum communis in ijs symbolisatio. De sacrosanctæ Trinitatis adumbratione in sphærico scripsi passim, in Opticis, in Commentarijs Martis, iu doctrina sphærica, quæ hic repetita volo. Sequitur igitur recta linea, quæ ex fluxu puncti in centro, in punctum unicum superficiei, prima rudimenta creationis delineat, æmula æternæ generationis filij (egressu centri, versus infinita puncta totius superfi ciei, lineis infinitis, sub æqualitate omnibus perfectissimâ, figuratæ & depictæ) quæ recta linea elementum scilicet est formæ corporeæ. Hæc in latum ducta, jam ipsam Formam corpoream adumbrat, Planum creans: plano verò sectum sphæricum, Circulum sectione repræsentat, mentis creatæ, quæ corpori regendo sit præfecta, genuinam imaginem: quæ in ea proportione sit ad sphæricum, ut est mens humana

> Symbolismꝰ rerum divinarum humanarūque in quantitatibus.

CAPUT I. ad divinam, linea scilicet ad superficiem, utraque tamen circularis: ad planum verò in quo & inest, se habet ut curvum ad rectum, quæ sunt incommunicabilia & incommensurabilia: inestque pulchrè circulus tam in plano secante, circumscribens illud, quàm in Sphærico secto, mutuo utriusque concursu; sicut animus, & in corpore inest, informans illud, connexusque formæ corporeæ, & in Deo sustentatur, veluti quædam ex vultu divino in corpus derivata irradiatio, trahens inde nobiliorem naturam. Quæ causa sicut stabilit proportionibus harmonicis Circulum pro subjecto & terminorum fonte, sic vel maximè abstractionem commendat: cùm neque in certæ quantitatis circulo, neque in imperfecto, ut sunt materiales & sensiles, insit divinitatis animi adumbratio; & quod caput est, tantum à corporeis & sensilibus deceat esse abstractum, circulum; quantum curvi rationes, Animi symbolum, à recto, corporum umbrâ, secretæ & velut abstractæ sunt. Satis igitur muniti sumus ad hoc, ut Harmonicis proportionibus, animi solius objectis, terminos ex abstractis potissimùm quantitatibus petamus.

Animi quædam definitio.

Ut igitur hunc locum concludamus: præcipua fasciculo colligemus. Commune enim habent Harmoniæ sensiles cum Archetypalibus, quòd terminos requirant, eorumque comparationem, ipsius Animæ energiam: in hac comparatione, utrarumq; essentia consistit. Sed sensilium termini sensiles sunt, extraque Animam præsentes adesse debent: Archetypalium termini sunt antea intus in Anima præsentes. Sensilibus igitur opus insuper est receptione per speciem ex se emissam, quæ receptio fiat à sensibus, Animæ ministris; opus est & alia comparatione, singulorum terminorum sensilium, cum singulis Archetypalibus, puta circulo, eiusque parte scibili; at Harmoniæ Archetypali neutra re est opus, cùm termini antea sint in anima præsentes, ei congenitæ, ipsaque adeò Anima; nec imago sint veri sui Paradigmatis, sed ipsum suum veluti Paradigma. Ita simplex tantum comparatio, quam instituit anima, suarum ipsius veluti partium inter se, absolvit Archetypicæ Harmoniæ essentiam omnem. Denique Anima ipsa, versans in hac energia, est proposita nobis Harmonia, sicut, sine respectu hujus energiæ, est circulus eiusque pars, termini sc. Harmoniæ: tandemque Harmonia penitus animificatur, adeòque deificatur.

CAPUT II.

Quot qualesque sint Animæ facultates secundum Harmonias.

DIximus hactenus de proportionibus harmonicis, quid illæ sint, & ubi consistant: neque dum nobis videmur attigisse quæstionem instituto nostrum convenientem; quod non tàm in ipsis proportionibus harmonicis, quàm in facultate Animæ harmonica, scilicet agendi secundum proportiones, versatur. Hactenus igitur de pro-

CAPVT II.

de proportionibus egimus causa ipsarum Essentiæ: nunc de ijsdem agendum causa ipsius Animæ.

Quot facultates Animæ circa Harmonias occupētur?

Duplex autem facultas circa harmonicas proportiones existit, altera per discursum, mentalis, vel quasi, altera operativa: & mentalis quidem rursum duplex, aut enim inventiva proportionum ipsarum ex abstractis quantitatibus, aut agnitiva seu animadversiva electarum proportionum in rebus sensilibus. Facultas igitur quæ indagat rationes harmonicas, est eadem, quæ & reliquas scientias artesque complectitur, Animi scilicet humani pars superior. De Deo enim hîc nihil, ut qui non discursu & studio quippiam indagat, sed scit ab æterno.

Facultas illa quæ proportiones nobiles in sensilibus, vel etiam in aliis rebus extra se constitutis, animadvertit agnoscitque, est inferior animæ facultas, sensus proximè informans, aut adhuc inferior, scil. tantùm facultas animæ vitalis, quippe quæ nec discurrit, ut Philosophi solent, methodove ad hoc utitur; nec in solo inest homine, sed etiam in feris & pecudibus, inque Anima sublunari. Quæras? si illa non compos discursus, eóque non possit apprehendere scientiam Harmonicarum proportionum, unde ergo hoc habeat, ut agnoscat forinsecus oblatas? Nam agnoscere, est externum sensile cum Ideis internis conferre, eisque congruum judicare. Quod pulchrè exprimit Proclus, vocabulo suscitandi, velut è somno. Sicut enim sensilia foris occurrentia faciunt nos recordari eorum, quæ antea cognoveramus: sic mathemata sensilia, si agnoscuntur, eliciunt igitur intellectualia, antè intus præsentia: ut nunc actu reluceant in Anima, quæ prius veluti sub velo potentię latebant in eâ. Quomodò igitur irruperunt intrò? Respondeo, omninò Ideas seu formales rationes harmoniarum, ut de ijs suprà disserebamus, inesse ijs, quæ hac agnoscendi facultate pollent; sed non demum introrsum recipi per discursum, quin potius ex instinctu naturali dependere, ijsque connasci, ut formis plantarum connascitur numerus (res intellectualis) foliorum in flore & cellularũ in pomo. Quod experimentum in plantis, simile rationibus harmonicis, (numerus enim & proportio, res cognatæ sunt, ut suprà patuit) efficit, ut ne vegetativæ quidem animæ facultati, Plantisque ipsis, facultatem agnoscendi harmonicas proportiones Radiorum sideralium, confidenter possim adimere; etsi sine experimentis proprijs nihil statuo. Sic igitur fit, ut pueri, ut rudes, agricolæ, barbari, ipsæque adeò feræ, percipiant harmonias vocum, etsi nihil sciunt de scientia harmonica. Si quæras unde illis hic instinctus? aut ad Deum confugiam, qui has corporibus formas, omnes sui ipsis imagines, secundùm magis tamen & minus, efformat & præficit, secumque ipsis harmonicas rationes circumgestare facit, uti ipse eas ab æterno mente complexus est, inque creatione expressit, ut suprà dictum: aut, quod eodem redit, allegabo cognationem, cap. I. tactam, animarum harum, etiam inferiorum, cum circulo, ad quem, velut ad normam legemque, compositæ & conformatæ sint, cumque ipso circulo, ejusq; demonstrabilitate, Ideam etiam proportionum harmonicarum inde dependentium induerint. Valde enim confirmant hanc Philosophiam Geneses, cùm videamus, characterem confluentiæ

Animis connasci rationes harmonicas.

Animam esse quodammodo circulum.

Fundamentum influxuum Genethliacorum

CAP. II.

radiorum cœlestium ad idem punctum, velut ex circulo communi, imprimi in nascentis animum: de quo infra cap. VII. plura.

Media quibus Anima percipit Harmonias

Porrò media quibus utuntur istæ facultates Animæ inferiores ad percipiendas harmonias externorum, sunt eadem quibus & externa ipsa objecta introrsum recipiunt. Si sensilia sunt, sensibus etiam percipiuntur, facultatib⁹ sc. animæ, sensus in formantib⁹, quæ & ipsa non minus quàm superior, in comparatione versantur rerum certarum, sed id instinctu, non discursu. Sic soni auditu, eiq; præfectâ potestate, consonantes discernuntur à dissonantibus. Sic proportiones Architectonicæ oculis percipiuntur, & facultate illa, quæ visui est præfecta, pulchræ & congruæ ab incongruis discernuntur. Sin autem res ipsæ, in quibus est harmonica ratio, sensiles non sunt, sed fortè aliâ facultate perceptibiles, eâdem & ipsæ proportiones rerum in animâ relucent: uti comparatum est cum proportionibus radiorum sideralium: quæ quomodo ab anima sublunari percipiantur, infra Capite VII. disquiremus.

Qualis perceptio?

Est tamen obtusa & obscura hæc Harmoniarum perceptio in facultatibus Animæ inferioribus, & quodammodò materialis, & sub nube quasi ignorantiæ: nec enim sciunt se percipere; ut cùm videntes aliquid, non tamen animadvertim⁹, nos id videre. Tales sunt motus illi, & pavores, à Stoicis celebrati, naturales sine consilio, præterq; volũtatem talis etiam affectus Odij vel Amoris naturalis, miro cumprimis ingenio; qui membrorum cōmensu, vocisq; & temperamenti qualitatib⁹, bonitatem vel similitudinem æstimans Animæ alterius cum suâ, mirificè in illam exardescit. Amat igitur insanus adolescens puellam, nec scit cur, aut quid in ea potissimum amet, quod ei non possit præstare quævis obvia meretrix, si inhonestus amor, aut quæcunque nubilis puella, si legitimus. At Physiognomicus superveniens, invenit in utraq; personâ similitudinem aliquam morum; qui si vitiosi, litigijs perpetuis in conjugio præbent occasionem; si boni, tranquillitati vitæ. Adeóq; huc rereferendus est universus instinctus Physiognomonicus; qui quamvis mutus, & quodam̄odò brutus, (minimè verò arte comparatus, etsi per eam excoli potest) rerum tamen humanarum interpres & arbiter est unicus. Tantum enim quilibet prosperitatis (naturaliter loquendo) obtinet, quantum ejus facies, cōmensus corporis, incessus motusque membrorum, arridet rerum potientibus, quantumq; ijs irrepit, nullo etiam super ea re consilio usis, veluti latens; ut sæpe testentur, se amare vel odisse quempiam, nescientes ob quam causam. Talis inquam est in Animæ facultatibus inferioribus sensus proportionum sine sensu. Adeò neq; distinguunt proportionem à Terminis seu subiecto suo (ut cum auditâ jucundâ cantilenâ, præter sonos ipsos, nihil de artificio ipso cogitam⁹) nec planè distinguũt inter se diversas Harmonias; tantùm n. quòd sint, animadvertunt, quid vel quàm variæ sint, nesciunt. Quippe ipsæ etiam Ideæ Harmoniarũ, quas hæ inferiores Animæ facultates secum habent int⁹, non planè puræ ipsis sunt instinctæ, sed cum involucris speciei subjectæ, ej⁹ sc. quæ cujusq; facultatis sit obiectum. Nimirum facultas auditus (ut exemplo sonorũ concordãtium utamur loco omniũ) corpori proximè astans, crassa nimis, eòq; & inhabilis fuit ad recipiendam purissimam proportionis Ideam, ut iam statim pluribus explicabo.

Amoris instinctus.

Physiognomicus instinctus.

Fascinum Aspectus.

Nunc

Nunc enim ad energeticas Facultates venio, quæ circa proportiones Harmonicas occupantur. Est n. hæc quoq; duplex: nam aut in seipsâ est operosa, aut in rebus extra se, utrinq; assimilans opa sua proportionib⁹, aut inducens has in illa. Et illa quidem passivæ similis est, ista citra controversiam in agendo exercetur, illa igr inferiorum Animę facultatum rursum est soboles, ista superiorum: illa Naturę viribus subest; hęc voluntati hominis. Illa sanè motu pollet alterationis, quam corpori suo inferat, ut omninò facultati subsit vitali. Quod enim delectamur Harmonijs sonorum, speciem passionis habet, quippe delinitionis demulsionisq;, unde etiam à Philosophis à patiendo Sympathia dicitur animorum cum Cantu; est tamen reverâ operatio animæ, naturali motu agentis in seipsam, seseq; exuscitantis: ad quod illa non consilio, nec voluntate, sed instinctu naturali fertur: habetq; jam ab ipso ortu connexas & in unum quasi conflatas Ideas, & Harmoniarum in sonos incorporatarum, & affectionũ animi respondentium: ut non aliter ipsi sit implantata Idea Harmoniæ, quàm quatenus lætificat, estq; delectabilium aliquid, & quatenus est Ideæ motus conformis implexa. Hoc opinor Proclum supra voluisse, cùm affirmaret, Paradigmata rerum Mathematicarum (& sic etiam, multòq; magis Harmoniarum) inesse in Mente *intellectualiter, in Animâ verò †vitaliter: sic n. inerunt etiam in facultate audit⁹ sonorè, in vitali sublunarium radiosè & operativè; sc. non sunt ipsa Paradigmata pura interna, sed Icones illorum, foràs derivati.

CAP. II.

Quid secũdum Harmonias patiatur Animus.

* νοερῶς,

† ζωτικῶς

Quòd verò non tantùm delectamur Harmoniâ cantus, sed etiam digitorum, oris, pedum, corporisq; motus accommodamus: id jam præstamus facultate animali, junctâ voluntate. At cùm etiam vocem ad Harmonias intelligibiles accomodamus, meditantes concinnum cantum, antea non auditum: hic supremis infimisq; omnibus facultatibus utimur: supremis quidem, quòd & volumus, & consilio utimur; inferioribus verò, quòd possumus, & quòd etiam sine intellectione proportionum, solas Ideas intervallorũ, naturâ inplantatas, cantu exprimim⁹, inconcinnis omnib⁹ exclusis, per sola intervalla concinna divagantes.

Vt Animi agant secundum rationes harmonias.

Hactenus igitur explicatas, facultates harmonicas essentialis illa Harmonia, DEUS ipse, expiravit creando, ut qui est ὀυσία ἐνεργεία, inspiravitq; hanc particulam suæ imaginis in Animas omninò omnes, secundùm magis tamen & minus, qua inculcatione finem impono & huic capiti.

Vnde Animis insint facultates Harmonicæ.

CAPUT III.

Quæ sint Genera τῶν ἡρμοσμένων, hoc est, rerum seu sensilium seu immateriatarum; in quibus expressæ sunt Harmoniæ, sive à Deo, sive ab homine, & quomodo?

DIstinctas esse quæstiones facile patet 1. cui insint Harmoniæ tanquam Agenti, Formanti, seu Opifici. 2. Cui insint tanquam operi formato. De priori egimus hactenus: de posteriori nunc porrò agendum accuratiùs.

CAP. III.

1. In Anima

2. An in Numero Planetarum.

3. An in motibus corporum.

4. An in intervallis.

5. An in motuum celeritate constanter.

6. An in motibus apparentibꝰ sub Zodiaco constanter.

7. An in situ eorum initiali apparente sub Zodiaco.

In multis non constanter.

Res igitur omnes vel sunt immateriatæ, vel materia participant. Imateriata est Anima (respectu quidem corporis) atq; hæc, ut hactenus usurpavimꝰ, tota respectu suæ essentiæ, descripta est à Deo in has proportiones Harmonicas, quæq; priùs inerant Animæ ut Opifici, sc. ut est Energia, nunc insunt eidem, ut operi Dei. Quæ verò materiã participant illa simul & Numero & Magnitudine participãt. At magnitudinem sequitur earum situs in loco; quibꝰ deniq; accidit Motꝰ localis. Numerus igr est aliquid naturâ priꝰ Harmoniâ, quia oportet terminos harmoniæ cujusq; esse numero plures uno. Habet tamen & Numerus primorum Mundi corporũ suas ex Geometria causas, quas infra lib. V. ex Mysterio meo Cosmographico repeto. Quantitatem sequitur figura, individua ejus proprietas, quæ cur globosa sideribꝰ, ipsiq; adeò Mundo deberetur, sc. ex Sphærici Archetypo, id alibi passim solet explicari. Figuras corporum diversorum statim sequitur certa proportio, eaq; triplex: una diametrorum, altera superficierum, tertia spacij seu corporum. Igitur si causæ harum Proportionum aliæ non suppeterẽt, probabiliter possemus affirmare, ex Harmonijs esse desumptas. Quæcunq; tamen eæ sunt, illas Globi cœlestes sine ulla mutatione custodiunt; quippe qui nullo motu temporisve decursu majores minoresve fiunt. Secus est cum ijs Proportionibus, quæ insunt corporibus causâ situs, & causâ motuum localium: illæ enim retinent ingenium Motus ipsius, qui ut in continuo FIERI, nunquam in ESSE versatur, sic etiam Proportiones motuũ inconstantes sunt, alijsq; temporibus aliæ. Verum quidem est: si motus corporum cœlestium non variaret eorum intervalla à communi meta seu Basi mundi, h. e. si nullus esset eorum motꝰ in altum & profundum, sed omnis in merum circulum concentricum; tunc non tantùm intervallorum proportio constans, sed etiam merè Harmonica futura fuisset, si causæ aliæ non suppetijssent. Idem de motu dicendum, causa suæ essentiæ, id est causa suæ celeritatis veræ per ætherem: quæ si constans singulis esset & perpetua, dubium nullum est; quin hæ diversorum celeritates & tarditates ad leges Harmonicas fuissent attemperatæ. Idem deniq; de eodem motu dicendum etiam causa confecti spacij sub Zodiaco apparentis. Nam si omnes planetæ eodem motu apparenti sub Zodiaco debuissent incedere, nec unq̃ longius alter ab altero separari: non est dubium, q̃n Deus talem illorum situm ad se mutuò sub Zodiaco constituisset inde ab initio (siquidem libera & non alijs necessitatis legibꝰ nexa fuisset illorum dispositio) qui undiquaq; Zodiacum rationibꝰ dispesceret Harmonicis. Id adeò & in principio motuum (cùm principium temporis consideretur sine tempore) fuisse consentaneum est; ut ex communi situ & configuratione Harmonica (qualis vel ex Terra, vel potius ex Sole apparere potuit) velut à carceribꝰ, in sua quilibet spacia seu itinera excurrerit. At quia Planetæ moventur in altum & profundum, situs intervalla mutantes; & quia ad hunc motum necessitate physicâ sequitur etiam realis intensio & remissio motuum, causâ celeritatis: deniq; quia per inæquales diversorum celeritates apparentes, Zodiaci spacium, quod videntur illi trajicere, dividitur aliâs aliter: hisce tribus nominibus, tam sitibus, quàm motibus idem contingit causâ temporis, quod quantitatibꝰ ipsis sine respectu temporis. Sicut enim non in

toto

CAP. III.
Vide fol. 23. 24.

toto circulo, vel rectâ inq; omnibus ejus punctis sunt termini seu metæ rationum Harmonicarum, sed saltem in certis aliquibus: sic etiam hîc non toto tempore motus, existere possunt Harmoniæ, neq; in intervallis, neq; in motuum celeritate, neq; in spacijs Zodiaci inter planetas interceptis: possunt tamē omninò in certis temporis momētis, & possunt hoc citra ulteriorem Dei operam, semel initio motus dato. Nam qui extrema præscripsit motibus, & mutationem indulsit ab uno extremo in alterum; idem etiam intermedia largitus est omnia, tam incongrua, quæ sunt infinita, quàm etiam congrua & Harmonica, certo numero incongruis interjecta. Neq; enim hæc mutabilia Deus reliquit sine omni cura ornatus Harmonici: quin potiùs eorum aliqua (ut motus Planetarum proprios) extremorum ipsorum præscriptione in ordinē Harmonicum redegit: quæ materia libri V. erit: in alijs, ubi non dantur extrema, sed quantitas motionis circulo connexa est secum ipsâ, satis habuit Creator, sic conformare animas, creaturis mūdanis præfectas, ut & expectarent & observarent & animadverterent harmonias, per totū circulum, suis temporum momentis provenientes; & operationes suas ad illarum præscriptum accommodarent. Sic fit cum motibus planetarum ex Terrâ apparentib⁹ sub Zodiaco, materia hujus IV. libri propria.

8. In itinerum celeritatibus.

9. Itinerum longitudinibus per Zodiacum.

Igitur cum operibus Dei nobis notis, res sic habet: ad quæ si jam comparemus ea, quæ Homines ad harmonicas leges ordinant, partim eadem nobis dicenda erunt, partim diversa. Primùm in Cantibus etsi non minus quàm in cœlo datur continua quantitatis augmentatio & diminutio: hæc tamen in cœli motibus, certis naturæ legibus est necessaria; in voce humanâ neq; necessaria est, neq; etiam facilis. Guttur n. distinctione circulorum ad voces articulatas factum est: faciliùsq; ab acuto in grave, & vicissim, p saltuum veluti intervalla, sonitusq; discretos pervenimus, quàm si juberemur uti intensione continuâ. Nihil igr mirum, in motibus cœlestibus, cum ipsa augmentatione & diminutione continuâ, quæ vitari non potuit, mansisse etiam intervalla inconcinna, mixta concinnis & consonis: in cantu humano, eliminatis omnibus inconcinnis, sola concinna & consona observari. Neq; habet ideò, quo glorietur Cant⁹, præ motionibus cœlestibus: illis n. aliud officium quod peragant, est demandatum; harmonica contemperatio ipsis est accessoria tantùm: cantus præter Harmonias, nihil quod spectet habet, nihil extrà requirit, in unum solum finem delectationis intentus est.

10 in Cantu Differentia Harmoniarum cœlestium & cātus humani

Cur vox hominis non continuis augmentis intendi possit: ut instrumentum vel chorda? Cur non meræ harmonicæ cōfigurationes, ut in cātu mera cōcinna?

Sunt & alia opa humana, in quæ mens proportiones harmonicas, obscuriùs tamen & viliùs, introducit: ut cùm Cantus non qualitate tantum acuminis & gravitatis, sed insuper etiam mensurâ tactus, proportionis duplæ & triplæ participe, informatur: & rursum in motu corporū; cum saltatur in Choreis, primum in æqualitatis, posteriùs in duplâ proportione. Quod idem & poetæ imitantur, conciñatione pedum ex syllabis, longâ & brevi; quarū illa ponitur esse dupla hujus: ubi Iambus ⏑ –, Trochæus – ⏑ vel Tribrachys ⏑ ⏑ ⏑, ad Spondæum – –, dactylum – ⏑ ⏑, Anapæstum ⏑ ⏑ –, vel Amphibrachyn ⏑ – ⏑, vel Proceleusmaticum ⏑ ⏑ ⏑ ⏑, est, ut 3. ad 4; ad Bacchios ⏑ – –, – – ⏑, Creticum – ⏑ – & Pæonas, – ⏑ ⏑ ⏑, ⏑ – ⏑ ⏑, ⏑ ⏑ – ⏑, ⏑ ⏑ ⏑ –, ut 3. ad 5. ad Molossum – – –, Choriambum – ⏑ ⏑ –,

11. In tactus mensura. Vide lib. III. fol. 14.

12. In Saltatione.

13. Harmoniæ pedum poeticorum

--∪∪
∪∪--
-∪-∪
∪--∪
∪-∪-

Ionicos & compositos suos, ut 3. ad 2. ad eosdem Spondæus, Dactylus, & qui totidem cum ijs tempora habent, ut 2. ad 3; & hi ijdem, ad Pæonas, ut 4. ad 5. Pæones verò ad Choriambum & socios, ut 5. ad 6.

Vnde pedibus ---∪ --∪- -∪-- ∪--- nomen Epitriti.

Adeóq; delectantur Poetæ & Gramatici etiam nominib⁹ proportionum, usu peculiari, pedes quadrisyllabos, unâ brevi, Epitritos, h. e. Sesquitertios appellantes: quia ut in proportione 4. ad 3. lineis parallelis expressa, tres quidem primæ unitates duplici lineâ repræsentãtur, quarta tantùm simplici excedẽte: sic in pede tres syllabæ sunt duorum temporum, quarta uni⁹ tantùm. Cùmq; vox ipsa Pedum ad Choros alludat, partem Comœdiarum & Tragœdiarum; videtur histriones etiam motu pedum proportiones istas omnes expressisse, non minùs quàm hodie dupla & tripla exprimitur. In Architectonica quæcunq; proportiones longitudinis ad latitudinem vel crassitiem plurimùm probantur, etiam à non Mathematicis spectatorib⁹, eæ quàm proximæ harmonicis inveniuntur. Quod verò his omnib⁹ exactiores sunt sonorum proportiones, ijsq; Natura hominis delectatur impensiùs exprimendis, fit inde, quia sonos vel maximè in potestate habet animans omnis; quippe intra se formatos, ab ipsis præcordijs emissos, ad omnem mentis nutum, omnem cordis motum promptissimos: & quod priùs dictum, quia instrumentum etiam nactus est aptissimum, Guttur in longum porrectũ, instar chordæ seu potiùs fistulæ: qua in longitudine rectilineâ vox sursum deorsum errat expeditissimè.

Harmoniæ histrionicæ.

Architectonicæ.

Harmoniæ ex humanis solæ cantus cur exactissimæ?

Generaliter autem in omnibus reb⁹, in quib⁹ quantitas, & secundùm eam Harmoniæ quæri possunt, insunt illæ multò evidentiores per motum, quàm sine motu. Nam etsi inest in unaqualibet lineâ rectâ, ejus dimidium, tertia, quarta, quinta, sexta, earumq; multiplices; latent tamen eæ, inter partes alias, toti incõmensurabiles, in una & eadem confusione cum totâ, sic abscounditæ, ut si maximè secunda linea æqualis aliquotarum partium alicui, stet juxta totam, verbi causa, trabs superliminaris trium pedum, juxta postem quinũm; ej⁹ tamẽ proportio ad totam non ita facile innotescat, ac si motus aliquis comparabiles longitudines discernat, constituat & determinet. Causa hæc est, quòd ubi quantitas est sine motu secundùm eam, ibi omnia quæ insunt in quantitate, simul sunt eodem tempore, omnes sc. partium omnium proportiones ad totum: at si quantitas aliqua motu quodam pertransitur; tunc (ut est motûs essentia) quæ pertransitæ sunt proportiones, eæ non sunt amplius, quæ nondum sunt pertransitæ, nondum etiam sunt; & una quævis proportio sola est, cùm motus in ejus vestigia pervenit. Ita fit successione motuum, ut enucleentur proportiones harmonicæ ab inconcinnis, & secretæ à mixturâ illarum, veluti puræ in luce constituantur, adq; comprehendendum sensibus exporrigantur. Adeóq; ne mens ipsa quidem in datâ quantitate, proportiones harmonicas, sine quadam motus imagine, discernit ab inconcinnis infinitis, antè & pòst stantibus: sed pertransitis (verbi causa in circulo) subtensis infinitis, in subtensa tertiæ aut quartæ partis circuli & similibus, operosa est, ejusque demonstrationem exquirit: præstatque cogitatu, quod præstat manus ductâ lineâ, ut eam hoc actu secernat ab infinitis, non cogitatis

Cur harmoniæ in quantitatibus quiescentium non insint evidenter.

Cur motu potissimũ enitescant proportiones.

tatis, & non ductis, ut ejus congruentiam aut incongruitatem seorsim à cæteris mens intueatur.

Cur motu potissimùm enitescant proportiones?

Mens quidem ista potest, quia voluntate utitur, suoq; arbitratu saltat in illa quantitatum infinita divisione, quæ tota menti simul præstò est ad cogitandum; sensiones verò, perceptionesq; aliæ naturales, motus deniq; corporum, per quos adjuvantur perceptiones, non sic in animantis potestate sunt; ut, si infiniti soni, aut binorum planetarum infinitæ angulationes per totum circuli ambitum, simul eodem tempore inter se confusæ essent, possint se subducere à rejecticijs, inq; solos placentes sese recipere: opus igitur habent motu, quo intercedēte, omnia quæ quantitatis causâ confusa essent, per tempora succedentia evolvātur, ut singula sola sensibus accidant. Quòd si oculi simile quid menti possunt, ut ex confusione infinitâ unâ præsentium sine motu, eligant præstantiora (ut si manuum usæ ministerio, ex infinitis circuli subtensis possibilibus eligant delineentq; subtensam tertiæ parti, latus sc. trianguli): id ipsum non tam oculi, quàm mens ipsa per oculos censenda est facere, nec hoc planè sine motu, ut dixi, manuum.

Hoc tamen infra serviet nobis exemplum, adumbrandis Harmonijs radiorum, quadamtenus.

Vt igitur hanc observationem prioribus pronunciatis applicemus: oportet, si res aliqua genuinū debet esse subjectum proportionis harmonicæ, oportet inquam & quantitatem, longitudinem sc. in illa re inesse, & signa esse bina ad min⁹, si longitudo est circul⁹, vel trina, si recta linea, quorum vel unum vel omnia, motu quodam longitudinem rei percurrant, terminiq; fiant partium longitudinis, inter quas sit proportio: et hoc ad minimum. Atq; id fit ex parte in configurationibus, hujus lib. IV. proprio subjecto. Nam ut dicetur capite sequenti, Harmoniæ quidem in angulis, quos metitur Zodiacus, considerantur sine motu: anguli tamen ipsi, alij ex alijs, corporum radiantium motu per Zodiacum constituuntur. Sunt tamen modi p̄stantiores, ad eundem finem tendentes; ut cùm corpora, quæ habent longitudinem, ipsa & determinantur talibus signis, sursum deorsum errantibus, & trunci qualibet vice intercepti, simul moventur: ut ita non jam corpora, sed motus ipsi corporum, causâ longitudinis & brevitatis non temporalis, sed corporeæ (quippe motuum incorporatorum, seu corporū in motu constitutorum) inter se comparentur. Quemadmodum se res habet cum sonis: nam sonus est species emissa è corpore, & ut quantum illud, & ut figuratum quadamtenus, & ut in motu constitutum est: quia pro aptitudine figuræ est & motus & sonus.

Quomodo debeant esse comparata sensilia, ut in ijs harmoniæ insint.

Quomodo sonantia fiant harmoniarum subjectum.

Atq; hæc jam altera magisq; evidens causa est, cur natura hominis, sonorum potissimùm proportionibus harmonicis sit dedita. Fit n. hoc rursum ob conformationem sui corporis: in quo guttur illud corp⁹ est, quod pro superioris vel inferioris circuli cartilaginei in asperâ arteriâ constrictione, nunc longum nunc breve est, quodq; impulsum spiritu ex pulmonum follibus expressi, cavitate sua (figurâ nempè) motum edit similem, cuius & species accidit auribus, & sensio (arteriæ ipsius, ut est in motu constituta) animæ sentienti præstò est: quippe hoc communi sensu sentire est, frui speciebus membrorum corporis, ut sunt illa varijs affecta & quasi formata motibus: quæ species, ut in Diopticis explicavi, spirituum continuitate feruntur à membris corporis

Quid aspera Arteria sonis conferat ad Harmonias exprimendas.

CAP. III.

Quomodo mens hominis ex sono quantitatem sonantium dijudicet.

corporis, etiam remotis, ad ſedem ſenſus communis. Fit igitur, ut quia homo crebrâ ſenſione aſperæ ſuæ arteriæ in motu conſtitutæ, combibit ideam quandam conformationis corporum quomodolibet ſonantium, idem tanto facilius agnoſcat, & dijudicet quaſi, conformationes corporum extra ſe, motorum, eoque motu ſonitus emittentium, eoſque inter ſe comparatos ad leges harmonicarum proportionum examinet.

CAPVT IV.

Quid diſcriminis ſit inter Harmonias Quarto, & inter illas tertio libro conſideratas.

QVanti res momenti ſit ad bene philoſophandum, diſtinguere rerum fines; inter ſe cognata conferre, ne pro ijſdem habeantur; oppoſita committere, ut illuſtrentur; id nihil attinet longiori ſermone præfari. Quare operæ precium fuerit, omnia quæ hactenus ad hoc utilia, vel ſparſim vel obſcuriùs vel obiter dicta ſunt, ſub unum aſpectum proponere, & ſicubi opus eſt, ampliùs illuſtrare, adque præſcriptum capitis lemma ex profeſſo accommodare. Quintuplex igitur diſcrimen eſt inter huius & præcedentis libri contemplationes harmonicas, Unum in re ipſa Harmonica, cauſâ ſuæ amplitudinis, Alterum in Terminis ejus ſenſilibus, Tertium in cauſa, quæ conciliat Harmoniæ ſuam eſſentiam, Quartum in modo ineſsendi, Quintum in ordine cauſarum quæ formant Terminos proportionis harmonicæ.

Harmoniæ anguſtior et hoc libro.

I. Quod rem ipſam attinet, quæ Harmonica proportio dicitur; illæ libro tertio primùm ortæ à ſectionibus circuli per figuras regulares planas demonſtrabiles, mox ad rectas lineas tranſlatæ, interque ſe commiſſæ & conjugatæ, copiam non mediocrem harmonicarum partium, (ut ſunt Sectiões harmonicæ, Toni, Genera, Modi, Syſtemata & ſimilia) interque eas admirabilem quandam politiam progenuerunt; atque illa penè tota ſuppellex, quantaquanta eſt, etiam infra libro V. erit perſcrutanda & adhibenda; at nunc hoc libro quarto ab ijſdem quidem Circuli ſectionibus initio facto, non tamen ad rectas lineas progreſſuri ſumus; ſed intra circuli metas toto diſputationis ambitu conſiſtemus: cauſa dicta eſt Cap. præcedenti, diceturque amplius infra cap. VI. ubi & de cognatione, & de effectu hujus diſcriminis agemus pluribus.

Harmoniæ iſtæ ſunt angulorum.

II. Quantum ad Terminos harmoniarũ iſtarum ſeu ſubjectum earũ ſenſile, illud libro III. erant Soni acumine & gravitate differentes: itaq; & ſub motus genus referebantur, & figurati quodammodò motus erant; Hoc quarto verò libro non ſunt voces, ut in præambulo dictum, non aliqui motus, inter quos quis agnoſcat harmonias; ſed inſunt illæ in angulis, quos bini planetæ, radijs lucidis emiſſis, formant in terrâ, quatenus talis angulus cum angulis rectis quatuor, ũnum punctum concurſus cir-

ſus circumſtantibus, comparari poteſt. Atque hîc opus habet lector aliqua luculenta admonitione. Poſſum enim hos quidem terminos explicare clariùs ad percipiendum, ſed non poſſum ſine periculo confuſionis in benè philoſophando, niſi diligenter lectorem philoſophum præmuniam. Cùm enim termini proportionis debeant differre quantitate; angulorum verò quantitas, hoc eſt menſura, ſit arcus circuli, ex concurſus angularis puncto deſcripti, ut in Geometria docemur; in toto quidem mundi ſpacio, quod eſt hinc à terrâ uſque ad fines rerum, non poſſumus uſpiam deſcribere aut deſcriptum ſenſib⁹ percipere circulum, radiorum angulis dimetiendis idoneum magis, niſi illum ipſum ſenſibilem circulum in ſummo æthere, creberrimis fixis ſtellis expreſſum, à quibus in certas animalium formas redactis, ille nomen adeptus eſt Zodiaci; quippe & ſub quo ipſo Planetæ ſemper verſantur, locumque ejus unum ſinguli nobis corporum ſuorum objectu tegere videntur, & in cujus centrum, Tellus domicilium noſtrum, non ſuo tantum centro, quod punctum eſt, ſed totius mole corporis, per cujus ſuperficiem diſpoſiti ſumus homines, abditum eſſe videtur. Nihil igitur eſt perceptu facilius, quàm ſi dicamus, ut cap. præcedenti, proportiones harmonicas, de quibus hoc libro ſumus acturi, eſſe inter totum circulum Zodiacum, & inter ejus arcum, quem duo planetæ viſibili illo corporum objectu deſignare, terminare vel reſecare videntur.

Quæ ... arcu... Zodiaci.

Hoc etſi ſic eſt comparatum, exque Geometricis & Aſtronomicis Rationibus optimè pronunciatum: diligentiſſimè tamen cavere debet lector Philoſophus, ne animo præſumat, harmoniam hanc (libri quidē quarti materiam) in cœlo ipſo, inque Zodiaco circulo, aut etiam in planetis ineſſe. Minimè gentium; ineſt enim hæc harmonia Zodiaci partibus, non propter ſeipſas, cùm planetæ radiantes immenſo intervallo conſiſtant infra hunc circulum, ſed propterea, quòd illæ menſurant angulos radiorum in Terra concurrentium; imò propterea, quòd non ipſæ actu menſurant, ſed illarum loco, Icon exactus Zodiaci cœleſtis in Animâ ſublunari, hoc menſurandi officium ſubit: ineſt radijs planetarum non quatenus ij ſinguli vel à planeta deſcendunt ſuo, vel lucis ſunt ſoboles (etſi non ſine hoc): ſed quatenus binorum planetarum bini juncti hîc in Terris certum aliquem harmonicum formant angulum. Utroque nomine Terreſtre eſt hoc harmoniæ ſubjectum (formaliter, & in quantum radij fiunt Termini Proportionis harmonicæ) minimè verò cœleſte, niſi tantum materialiter, & reſpectu ſui ESSE proprij, ſine conſideratione Harmoniarum; ſcilicet quatenus angulos in terra factos, proprium ſcil. hujus harmoniæ ſubjectum, conformant radij lucidi, res cœlo oriunda, ſed in terram jam delapſa. De verè cœleſtibus verò harmonijs libro V. ex profeſſo agemus. Breviter Termini harmoniarum libro tertio, fuerunt Hominis ſeu Artis opus; hoc libro IV. erunt Naturæ opus: Libro denique V. erunt opus Dei Creatoris.

Non verò cœleſtes.

Sed Terreſtres.

III. Quantum jam ad Rationalem cauſam, quæ harmonijs ſuum ESSE conciliat: diſcrimen librorum Tertij & Quarti in genere nullum eſt, ſed ſaltem in ſpecie. Influebant enim libro III. harmoniæ ratione

CAP. IV.

ſui ſubjecti materialis (ſonorum) in ſenſus, recipiebantur & dijudicabantur, ratione ſuæ formalis eſſentiæ, quâ harmoniæ ſunt (id eſt formabantur) ab inſtinctu Menti concreato, rationis ſine diſcurſu participe. Et hactenus Harmoniæ tantummodò ſeipſis conſiderabantur.

Deinde verò per occultum ſed confeſſum tamen commercium facultatum animæ, transfundebantur harmoniæ introrſum receptæ in affectus cordis varios, per quaſdam ſui ſimilitudines ſeu Icones; transfundebantur & in locomotivam, ut homo conceptam animo ſpeciem harmoniæ non voce tantum exprimeret, ſed etiam motu corporis imitaretur. Ita Harmoniæ vices alicujus cauſæ ſubierunt.

Similiter & hîc Animam ſupponere neceſſe eſt, cui inde à creatione rerum ſit inſtinctum hoc proportionũ Harmonicarum κριτήριον, & quæ angulum duorum radiantium ſiderum, quomodocunque intrò receptum (ſeu id fiat aliqua re ſenſuum analoga, ſive ſuæ eſſentiæ, qua anima eſt, proprietate; de quo & dictum capite præcedenti, & dicentur in ſequentibus plura) ſecum ipſa æſtimet, ad quatuor rectos comparet, harmonicum à non harmonico dijudicet, & ſic harmoniæ ſuum Esse intellectuale conciliet, quod anguli hi foris extra mentis limina nondum habebant.

Harmoniæ iſtæ relucẽt, 1. in Anima hominis.

Quod ſi quæratur, cujuſmodi hæc anima ſit, ubi vel in quo corpore collocetur: reſpondeo, primùm tales eſſe omnium hominum animas. Sed libro tertio erat facultas quæ præeſt auditui, & ſic ſenſibus: hic non eſt ſenſitiva facultas. Oculi enim, quorum objectum ſunt Lux, & radij lucidi, nullum faciunt idoneum indicium harmonicæ radiationis binorum planetarum. Nec eſt Ratiocinativa facultas: etſi enim ex Obſervationibus Aſtronomicis per oculos adminiſtrandis, ratio invenit & computat, qui quovis tempore ſint aſpectus: id tamen non agit naturaliter, quippe non apud omnes promiſcuè homines, ſed voluntariè, apud paucos aſtronomiæ ſingulariter deditos. Sed ſunt animæ humanæ ſubjectum harmoniarum illarum, primùm ratione inſtinctus naturalis, in quantum animæ ſunt exemplaria Creatoris, ut dictũ Cap. IV. ſecundò ratione facultatum, Vitalis & Naturalis motuumque vitalium & naturalium, ſeu Platonico more, Concupiſcibilis & Iraſcibilis partium; ratione quidem illius, in quantum Harmoniæ ſunt, ratione verò harum, in quantum ſpecies Harmoniarum imprimuntur in has facultates, fiuntq; cauſæ operum Naturæ, tam in animo quàm in corpore, impultrices & ſtimulatrices.

2. In Natura ſublunari ſeu animâ Terræ.

Deinde præcipua anima in quam hæ radiationum Harmoniæ influunt, eſt illa philoſophis dicta Natura ſublunaris, per totum Telluris, alumnæ noſtræ, corpus diffuſa, inq; ejus aliqua certa parte non aliter quàm anima humana in corde, radicata; ex quo ceu foco, fonte, vel penetrali, per ſpeciem ſui exit in circumfuſum Terris Oceanum & ſuperfuſum utriſque Aerem.

Quemadmodum verò, qui Melodo ſuaviter canenti auſcultat, is lætitiâ frontis, voce, plauſu manuum pedumve, ad Melodiæ menſuram attemperato, teſtatur, ſe quod eſt in melodia harmonicum, percipere & approbare; non aliter Natura ſublunaris, commotione inſigni & evi-

denti

denti viſcerum Telluris, ad illos potiſſimum dies, quibus Errantia ſidera radiis ſuis harmonicè configurantur in Terris, teſtatur de eo, quod jam præmiſimus; ſe ſcilicet non minus inſtinctu quodam naturali valere ad percipiendum proportiones angulorum harmonicas, quàm pollet facultatem naturali, vitalis noſtræ ſimili, ad corpus Telluris, officinasque ſubterraneas in montanis, certis Harmoniarum temporibus calefaciendas exagitandasque; ut illæ magnam vaporum nebularumque copiam exhalent, ex qua, per Antiperiſtaſes frigoris ſuperni, omnis generis meteora conformantur.

In Terræ enim corpore ponenda eſt hæc anima: quia nec anguli harmonici radiorum in ulla alia parte mundi, quàm in Terrâ exiſtunt; & opera Naturæ, quæ ad configurationes radiorum ſequuntur, ex Terræ viſceribus, montiumque cavernis ortum trahunt.

Vide Cap. VII.

IV. Quartum diſcrimen conſiſtit in modis, quibus Harmoniæ diverſæ in ſuis inſunt ſubjectis.

Diſſimilitudo harmoniarum harum & Muſicarum, in continuitate.

Nam Libro III. cum in Cantu ineſſent; in illo toto inerant, toto ſcilicet tempore, quo durabat cantus. Et quamvis intervalla vocum, ut omnia quantitate participantia, continuam admittant diviſionem; non erat tamen ibi tranſitus cantui à ſono inferiori per intermedios infinitos, uſque ad eum, qui primo conſonus aut concinnus eſſet, ſed cum ſaltu & ſilentio trajiciebantur intermedia omnia, omnis verò vocalis comoratio erat in ſonis inter ſe concinnis. Eodem modo in Concentu, quamvis inter Diapaſon & Dihex interſint infinita intervalla, non fiebat tamẽ intenſio vocum continua, per omnia intermedia, quoad ex Diapaſon fieret Sexta, ſed ſaltu ferebantur voces à mera Diapaſon in meram Sextam, intermediis omnibus ſilentio tranſmiſſis. Et in organis quidem ſaltabatur ab una canna ad aliam, in tenſis, ut Inſtrumento & Harpe, ab una chorda ad aliam, vel ſi multiſonæ chordæ uſurparentur, ut in Clavichordio, Pandura, Chely, Cythara, ab uno tactu, aut in fiſtulis, ab uno foramine ad aliud; in gutture humano ab uno circulo arteriæ aſperæ ad alium. Non ſic in Libro IV. Nam quas in eo conſiderabimus harmonias, illæ ut dici ceptum capite præcedenti, non ſemper exiſtunt inter binorum planetariorum radiorum angulum, & inter quatuor rectos; ſed fit continua ſeparatio planetarum, quibus quidem hoc datum eſt, ſub Zodiaco circulo, per intervalla ἀνάρμοςα omnia, in harmonica, quorum extremum, duo recti, ſemicirculus, ſeu oppoſitio: indeque retrogrado ordines per intervalla rurſum inconcinna & diſſona omnia, uſque in conjunctionem: nullus hic ſaltus fit ex uno angulo harmonico in alium, verbi cauſa ex Trigono in Quadratum; ſed tranſitus ab illo ad hunc continuus eſt, per intermedia omnia. Propterea tempus univerſum motuum cœleſtium occupant configurationes radiorum inconcinnæ, diſpungunt verò ſaltem certis momentis, configurationes binorum, aut interdum trinorum, aut etiam quaternorum, harmonicę; reliquis in incongruentia pergentibus; ut ſi ſeptem cannæ Organicæ ſonos totidem diſſonos continuâ tenſionis alteratione emitterent, fieretque tenſionum obviatione mutuâ, ut interdum

Sunt momentaneæ.

CAP. IV.

binæ vel trinæ consonarent, cæteris dissonantibus. Ita verè & propriè loquendo, ipsissimæ harmonicæ configurationes non sunt in tempore, sed in momentis indivisibilibus perficiuntur. Etsi verum juxta & hoc est, commotiones, quæ ex hisce harmoniis in Animis existunt, non esse momentaneas; movent enim harmonicæ configurationes, quatenus sunt in fieri, & in ipso momento quo perfectæ fiunt, rursum remittit earum stimulus: opera verò Naturæ, quæ per hos stimulos sollicitantur, jam à conditionibus materiæ mensuras accipiunt sui temporis, durantque sæpe longè ultrà momentum, quo perficitur radiatio. Sic machina ænea explosa, vi succensi pulveris pyrij ignescit, nec statim, consumptâ materiâ ignis, à calore remittit. Sic corpus animalis, ut exemplum sit accommodatius, jactatum febrili paroxysmo; quamvis facultas animæ vitalis, author inflammationis, à conatu suo remittat, quippe defuncta suo munere, & materiâ febrili vel colliquatâ, vel ejectâ ex intimis sedibus, versus exteriora, non tamen statim omni calore liberatur; hæret enim is in materiâ corporis, carne, ossibus, nervis diu, quoad ipse quoque tractu temporis expiret.

Non tamen momentaneus earum effectus.

Fol. 124. *Sunt mixtæ incongruis inefficacibus.*

Sunt igitur hæ Harmoniæ ex earum numero, quas supra Cap. II. diximus non subjacere providentiæ liberæ, sed necessitate motuum misceri cum infinitis sui generis incongruis: quibus Deus mentes ordinavit, quæ illas cum incidunt, agnoscerent. Atqui longè fœlicior est Natura sublunaris in his, quàm aures in cantu, dignoscendis. Auditus enim non valde delectatur Harmoniâ binarum vocum, si quinque aliæ dissonantes obstrepant; Natura sublunaris, assueta perpetuis incongruis configurationibus, eas pro nullis habet, quia novi nihil animadvertit; in harmonicum verò angulum sic est intenta, ac si is solus esset. Sic cùm Prognosticum aliquod millies errat, negligitur tamen hoc; at si semel scopum attingit, hoc memoria dignum censetur, hoc omnium sermonibus celebratur.

Sunt necessariæ non procuratæ.

Ex his igitur intelligi datur, Harmonias, in vocibus quidem arbitrio constitui consilioque canentis: in angulis verò radiosis nullo naturæ sublunaris consilio, sed mera necessitate geometricâ motuum provenire. Nam quia duo Planetæ separari debent, per totius semicirculi seu Graduum 180. longitudinem, fit necessariò ut suis certis momentis, etiam particulis ejus harmonicis, scil. 30. 60. 90. 120. &c. graduum distent. Itaque harmoniæ cantus quæruntur intus à canente, harmoniæ radiorum expectantur deforis à Naturâ sublunari, observantur cùm incidunt, dinoscuntur à non harmonicis, (& sic ab illa suum ESSE accipiunt) excipiunturque & applicantur. Breviter, configurationes præcinunt, Natura sublunaris saltat ad leges hujus cantilenæ.

Dissimilitudo in causarum ordine.

V. Quintum discrimen est quodammodò annectendum primo. Nec enim latitudine tantùm differunt Harmoniæ hujus, & præcedentis libri, sed etiam ordine respectuum diversorum, quibus Figuræ Geometricæ gignunt utrumque genus Harmonicarum proportionum: tertio namque libro potior fuit respectus Scibilitatis, quarto isto potior erit Congruentiæ. Sed de hoc quinto discrimine jam Cap. V. exprofesso agemus, in explicatione Axiomatum.

CAP. V.

CAPUT V.

De causis efficacium Configurationum; earumque Numero & ordine graduum.

DEFINITIO I.

CONfigurationis vox sumitur pro binorum radiorum, cujusque à Planeta suo descendentis, angulo illo, quo angulo radij hîc in Terrâ (quæ puncti rationem habet) coëunt: vel quod eodem redit, sumitur pro arcu circuli magni, in Zodiaco descripti, qui arcus mensura sit dicti anguli, seu quem arcum bini Planetæ corporum suorum objectu terminare & quasi præcidere nobis terricolis videntur.

Notandum primo de nomine, Ptolemæus in quadripartito, in Opere magno, inque Harmonicis Σχηματισμοὺς *appellat, quod Arabes, Aspectus, verterunt; quasi Schema sit idem quod vultus, facies; quod etiam noster Teutonismus habet, qui faciem solet nominare* das Angesicht/ *Aspectum, & personatorum Schemata, faciei obtenta,* Gesichter/ *quæ Itali Mascaras. Invenitur tamen & vox* προσβλέψεις, *quas non tantum ex Arabicis Aspectus vertimus, sed etiam boni Autores Latinè Intuitus, & signa Intuentia dicere solent. Sed hoc sensu vox non tam planetis competit, quam signis seu Dodecatemoriis Zodiaci; quæ cùm longitudines habeant, iis cavis sibi mutuò obverti secundùm magis & minus possunt. Nam contigua signa se mutuò nequeunt intueri, quippe vultibus non in se mutuò, sed juxta invicem in eandem plagam versis.*

Deinde nota, quòd quo tempore duo Planetæ Angulum in terrâ faciunt, eodem & in aliis locis mundi faciant alios angulos; at nusquam tantos, quàm in arcu circuli per ipsorum & terræ corpora traducto, aut circa lineam, quæ ipsorum corpora connectit, veluti circa axem circumacto. Extra hæc loca radiationes eorum coëunt angulis longè aliis, sive ij sint etiam Harmonici, sive incongrui, ut ferè per totum reliquum mundum. Inprimis nota, quòd in alterutro corporum planetariorum nullus constituatur angulus. Ad angulum enim requiruntur duo radij: at radius omnis extra corpus est, nullus in ipso corpore. Quod ideò notandum, quia angulationem in terrâ, sequitur effectus in terrâ etiam; ex qua sub tempus Aspectuum, expirat materia pluviarum & cæterorum meteororum: ut de sede causæ, moventis meteora, disputare possimus; quòd illa non sit in Planeta vel uno, vel altero, nec in loco alio mundi vacuo, sed in ipsa terrâ.

Tertio non frustrà addita est mentio, quòd Terra puncti rationem habeat: ex eo enim sequitur, etsi animantes in terra innumeri, radijq; ex quolibet Planeta in illos & reliqua terræ puncta infiniti: eundem tamen, ad sensum, esse angulum radiorum à binis Planetis venientium eodem tempore, per omnia terræ puncta, sive in centro, sive in superficie, sive in cavernis montium: omnes illi aspectus licet numero infiniti, pro uno aspectu habentur: Omnes quippe ad sensum inter se æquales sunt.

DEFINITIO II.

EFficax configuratio dicitur; cùm binorum Planetarum radii talem faciunt angulum, qui sit aptus ad stimulandã Naturam sublunarem, facultatesque inferiores Animantum, ut circa opus quæque suum fiat operosior, sub tempus configurationis.

Tribuitur efficacia configurationi, quæ formaliter Ens rationis est, sed non efficacia in rem ipsam immediata, quasi pluviæ & similia ex ipso cœlo, scilic. à planetis configuratis delaberentur, quæ vulgi stulta persuasio est; sed mediata & objectiva. Nam sicut objecta movent sensus, sonus auditum non oculos, & color visum non auditum: sic etiam hic, certa qualitas Relationis hujus, quæ configuratio dicitur, movet non sensus corporis, sed facultatem animalem, Rationis ex instinctu capacem sine discursu. Facit igitur hoc Configuratio, vi non propriâ, sed vi Animæ, quæ pati dicitur, cùm reverâ potius agat, ipsa in seipsam. Posteà anima seu Natura sublunaris, sic mota seu stimulata ab aspectu, suique admonita, se ipsam exsuscitat ad eliciendam ex terræ visceribus materiam omnis generis tempestatum. Si nulla esset in Terrâ Anima, quam dicimus Naturam sublunarem; planetæ ipsi neq; per se, neq; per commodum aspectum quicquam in Terram possent. Absurdum enim est cogitatu & joci lusuq; poëtici simile, quòd ex coitu binorum radiorum harmonico, velut ex maris & fœminæ concubitu, concipiatur vapor, materia venti vel pluviæ: quasi verò, ut semen est de substantia parentum, sic humor & cætera quæ ex terrâ expirant, sit de substantia vel Harmoniæ, quæ est relatio, vel Anguli, quæ est qualitativa quantitas, vel Lucis adeò ipsius, quæ qualitas est, nequaquam verò substantia. Quemadmodum verò ex nihilo nihil fieri dicimus; Sic etiam ex immateriato aliquo, naturaliter, materiatum nihil educi potest. *Vide plura Cap. VII.*

Axioma I.

ARcus circuli Zodiaci, quem rescindit latus figuræ vel stellæ congruæ & scibilis, metitur angulum Configurationis efficacis.

Axioma II.

ANgulus figuræ vel stellæ scibilis & congruæ, est modulus anguli Configurationis efficacis.

Duobus Axiomatibus totum negocium nititur; quæ ideo duo feci, quia duo sunt modi probabiles, quibus Animæ & Naturæ sublunares in notitiam Configurationum, quæ sunt quovis tempore, venire possunt.

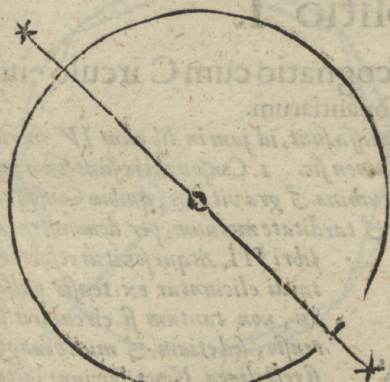
Aut enim figuram illam percipiunt, cujus latus de circulo Zodiaco rescindit arcum, Configurationis seu anguli radiosi mensuram; aut figuram illam, cujus elementum fit ille ipse configurationis angulus. Quas inter figuras quodnam fit discrimen, quæ vicissim cognatio, ex hisce Schematibus hinc ordine se mutuò

(quae)

conse-

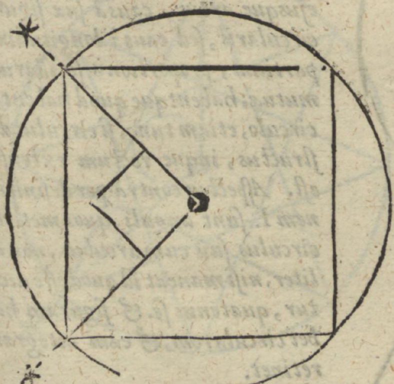
consequuntur, ad oculum patet. Bina namq; Schemata sunt ἀντιπεπονθότα, *primùm diameter sibi ipsi, seu bisecet circulum, ducta per centrum, seu tangat, cùm duo radij pro angulo duos rectos seu potiùs angulum nullum faciunt, in lineam unam rectam ordinati. Idem cogitandum de Conjunctione ☌. vel ♀. Planetarum, quæ impropriè configuratio dicitur. Nam si duo Planetæ fuerint sub eodem puncto Zodiaci; tunc in centro angulus nullus est, in circumferentiâ infiniti, & latera figuræ sunt puncta: circulus scilicet est veluti Figura Infinitangula. Hæc configuratio non habuit opus repræsentatione oculari.*

Figura I.



Deinde Tetragonus etiam sibi ipsi ἀντιπέπονθε, *quia angulus, quem duo latera formant in circumferentia, æquatur angulo in centro, quem subtendit unum latus. Ex eo Trigonus Hexagono; Pentagonus stellæ Quinquangulæ, Octogonus stellæ Octangulæ, Decagonus Stellæ Decangulæ, Dodecagonus Duodecãgulæ* ἀντιπεπόνθασιν; *ut si unius ex sociis anguli omnes inscripti sunt in circumferentiam; latus ejus subtendit angulum reliqui unum in centro collocatum.*

Figura II.



Centra autem circulorum omnium adumbrant Terram, velut in medio sitam; circuli ipsi vel Zodiacum, ex terra imaginatum repræsentant, vel quemcunque alium circulum Zodiaco subordinatum, metiendorum angulorum causâ imaginatum: quales circuli, potestate, sunt animæ ipsæ, quæ moventur aspectibus, circuli scil. ab ipsâ veluti quantitate abstracti, inque puncti qualitativi, & plagarum capacis, angustias redacti.

Posui autem stellas duas radiantes, extra hunc circulum, alium aliâ altiorem; ut oculari repræsentatione monerem, nihil referre ad Configurationem in terrâ, altus an humilis Planeta sit in cœlo; & posse unum alio multis vicibus esse altiorem, manente eâdem Configuratione in Terra.

Porrò quòd in axiomate primo vox congrua *præcedit, in secundo vox* scibilis; *id non fortuitò sed studio factum est. Nam quòd aliquis Aspectus est efficax, in causa est utraque figura, tam illa quæ inscripta est in circumferentiam, quàm illa cujus unus angulus formatur per radios in centro: utraque tam propter Scibilitatem, quàm propter Congruentiam; non id tamen æqualiter. Quæ omnia indigent explicatione paulò prolixiori; quæ cur tam sit spinosa, causa est unica; ut Aspectuum numerus philosophicis rationibus minui, vel saltem in gradus cer-*

tos

CAP. V.

tos distingui possit. Nam si ad usitatos octo, quatuor insuper admittere voluissem sine omni discretione; potuisset hæc disputatio carere aliquot sequentibus quasi propositionibus, quippe tantùm in comparatione occupatis.

Propositio I.

MAior est Radiationum cognatio cum Circulo eiusque arcubus: quàm erat Consonantiarum.

Cujus fundamenta libro III. præmissa sunt, id jam in librum IV. meritò transsumeretur, ut Axioma: probatur tamen sic. 1. Consonantiæ sunt sonorum, soni consistunt in motibus; illorumque acumina & gravitates, quibus Consonantiæ exprimuntur, oriuntur à celeritate & tarditate motuum, per demonstrata libri III. Atqui sonitus celeres & tardi eliciuntur ex tensis pulsatis, non tantum si circularis sit tensio, sed etiam, & multò magis, si rectilinea. Non respiciunt igitur consonantiæ immediatè circulum ejusque arcus, causâ suæ figuræ circularis, sed causâ longitudinis partium, proportionis sc. illarum mutuæ; habentque quod habent, à circulo, etiam tunc, si circulus destructus, inque rectum extensus est. Aspectus contrà per definitionem I. sunt anguli, quos metitur circulus suis cum arcubus, non aliter, nisi maneat id quod esse dicitur, quatenus sc. & figuram habet circularem, & eam integram retinet.

Figura III.

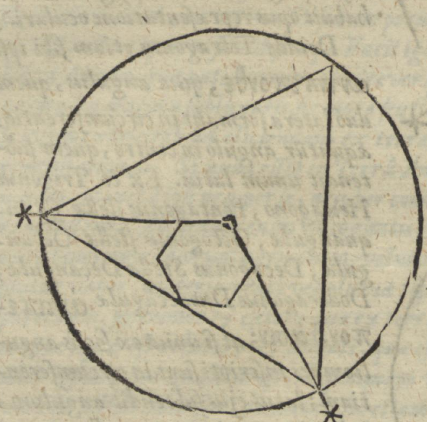
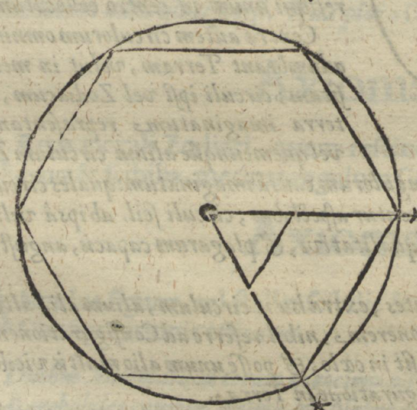


Figura IV.

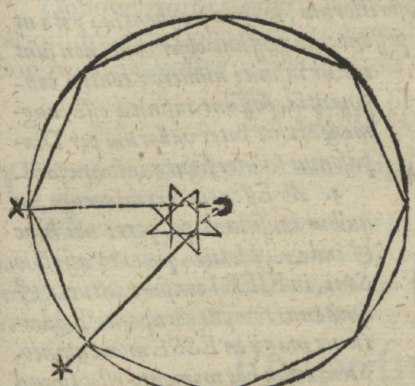


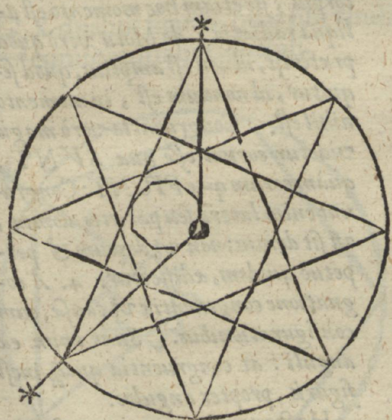
2. Consonantiæ non omnes æquali propinquitate propagabantur à circulo ejusque partibus; Nam aliquæ ortum suum referebant ad partes circuli, quatenus ipsis non ut circuli partibus, sed ut rectis lineis, accidebat aliquid, eadem sc. divisio, quæ circulo toti: ut ostensum libro III. Contrà est in Aspectibus: ejus enim, quod tantùm circulo respondet, mensura, nullo modo potest habere respectum rectitudinis.

Propositio II.

MAior est Radiationum cognatio cum figuris Regularibus,

laribus, quàm erat Consonantiarum.





Probatur primùm à circumferentiali figura. Nam ubi circulus integer, ibi & figura regularis integra: sed magis est circulus integer in dimetiendis radiationum angulis, per I. ergò & figura respectu radiationum magis ut integra considerari potest. Figura V. *Contrà in Consonantijs, ut circulus ejusque partes in rectum poterant extendi, salvis consonantijs, sic etiam omnia figuræ latera in eandem & unam rectam extendi poterant, eaq; cum uno figuræ latere rectilineo facere Consonantiam. Hoc verò pacto, uti circulus, sic etiam figura rectilinea, suam figurationem amittit, ut figura amplius non sit.*

Probatur secundò à centrali figura. Anguli sunt figurarum elementa; jam duo radij faciunt angulum in centro, qui aliquoties repetitus consummat figuram, Figura VII. *ut apparet ex schematibus hisce. Id autem non fiebat in ortu Consonantiarum; nullus enim ibi fuit respectus anguli in centro. Magis igitur familiares sunt figuræ Aspectibus, quàm Consonantijs.*

Propositio III.

CONgruentia figurarum plus potest in constituendis Configurationibus efficacibus, quàm in Consonantijs.

Argumenta hujus rei multa suppetunt. 1. *Congruentia est proprietas figuræ, quatenus figura tota est, speciemque habet: atqui figura quatenus hanc speciem tota habet, primùm ipsa per se magis est cognata configurationibus, quàm Consonantijs, per Pr. II. deinde dividit circulum ut totum harmonicè, circulus verò etiam magis est configurationibus cognatus, quàm consonantijs, per Pr. I. Quare utroque, & privato figuræ nomine, & communi figuræ & circuli, Congruentiæ quoque figurarum, in configurationibus quàm in consonantijs, vis est major.*

2. *A numero figurarum. Usurpavimus enim hoc, per Axiomata præmissa, figuras esse efficaces per suas proprietates. Ubi ergò magis respondet Numerus effi-*

ciendorum, ibi major causæ cognatio cum effectu, saltem probabiliter. Atqui ut Congruæ figuræ paucæ sunt, ita etiam Aspectus pauci, quod experientia testatur: nisi enim pauci essent, magna esset confusio illorum, magna frequentia; ita ut singuli seorsim suis diebus observari non possent: at possunt observari, non sunt igitur infiniti numero: contrà consonantiæ possunt infinitæ esse, augmentatione intervallorum per Diapason, ut scibiles figuræ infinitæ sunt.

Figura VII.

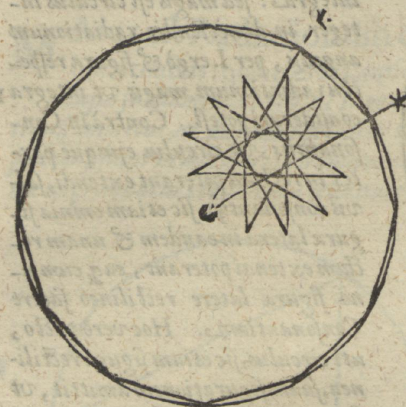
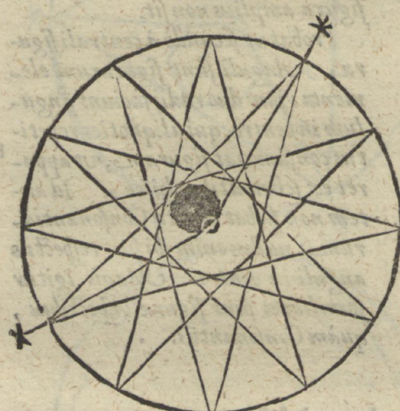


Figura VIII.



3. Ab Essentia Terminorum, in quibus consistunt proportiones hinc & inde. Motus, quorum affectio Soni, in FIERI considerantur, & quatenus tempus occupant; Radiationes magis in ESSE momentaneo. Sicut enim hoc momento est aliquod corpus, sic etiam hoc momento est aliqua radiatio: de Motu verò quod præterijt, id non est amplius, quod sequitur, id nondum est, in momento nihil est. Congruentia verò magis videtur eorum esse quæ SVNT, quàm eorum quæ FIVNT: Congruunt enim latera seu parietes domus, vt sit domus; non vt demum & perpetuò quidem, ædificetur. 4. A cognatione congruentiæ vt causæ, cum configurationibus. Sunt enim eæ anguli: at congruentia quoq; inest figuris, propter angulos.

Hactenus fuerunt inter se Oppositæ, Consonantiæ & Configurationes: in sequenti fiet oppositio alia in solis configurationibus, Congruentiæ & Scibilitatis.

Propositio IV.

AD configurationum Efficaciam plus potest Congruentia figurarum, quam Scibilitas.

Probatur à conditione Animæ sublunaris, facultatumque etiam humanæ animæ, quæ percipiunt aspectus. Hæ igitur omnes sunt inferiores facultate discurrente & Intellectu: & cognatiores facultati sensitivæ & præfectæ operibus sensilibus: quin etiam instinctus illius, vt Cap. III. diximus, tanto est obtusior instinctu humano, quanto rudius est corpus Terræ, corpore hominis. Atqui etiam Congruentia est posterius aliquid Scibilitate, & quasi porrectum forâs, in aliquod opus

opus, quod habet Ideam operum ſenſilium. Par igitur eſt credi, facultates has animales Congruentiâ potius, quàm Scibilitate figurarum moveri afficique. CAP. V.

Opponebantur Congruitas & Scientia, in eodem genere Configurationum. Jam opponentur figuræ duæ inter ſe, primùm causâ ſolius Congruentiæ, poſteà causâ Configurationum.

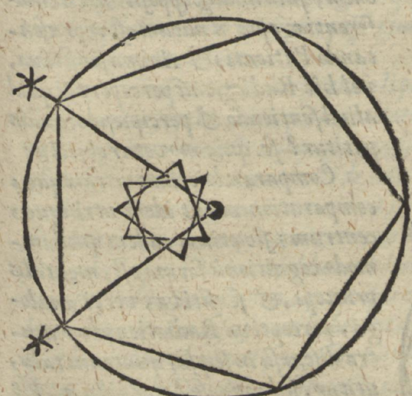
Propoſitio V.

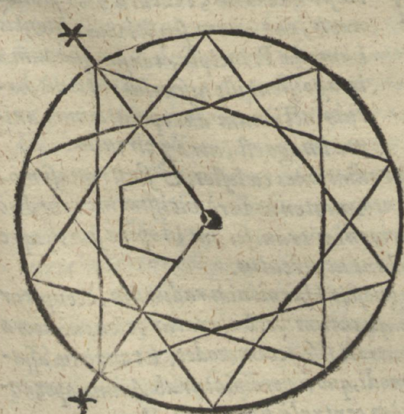
Congruentia eſt proprietas magis figuræ Circumferentialis, quàm Centralis.

Habet enim potiorem locum in illa figurâ, quæ poteſt fieri tota, ratione loci à quo denominatur; quia congruentia eſt figurarum totarum, ut ex libro II. apparet. At de Centrali non plus uno angulo in centro ſtare poteſt, per def. 1. In circumferentia verò poteſt eſſe tota Circumferentialis: ergo.

Propoſitio VI.

Ex duabus figuris, quas ſibi vindicat Aſpectus quiſq;, potior eſt Circumferentialis Centrali.





Eſt enim Congruentia potior in hoc negotio Scibilitate, per IV. At illa potior eſt in figura circumferẽtiali, per V. Quare in quo id quod præpollet, plus ineſt, idipſum etiam præpollere facit, circumferentialem ſcilicet figuram. Figura IX.

Idem etiam ſic probatur ex intimis Animæ proprietatibus, Cap. III. tactis. Cùm enim Anima ſit, quæ Configurationum Harmoniis ſuum conciliat Eſſe formale; certè quo diſcrimine anima vel circulus eſt, vel punctũ, centrum circuli; eodem diſcrimine etiam familiares illi erunt figuræ, Circumferentialis, & Centralis.

Etſi verò omnis Anima circuli quandam Ideam gerit, abſtracti quidem illius non tantum à materiâ, ſed etiam à magnitudine quodammodò, ut dictum Cap. III. eòque circulus & centrum hic ferè coincidunt, ipſaque vel circulus potentialis, vel punctum plagis diſtinctum, & ſic quodammodò qualitativum dici poteſt: tamẽ diſcrimen hoc videtur obſervandum, quòd aliæ facultates animæ potiùs ut circulus conſiderandæ ſunt, aliæ potiùs ut punctum. Quemadmodum enim circulus ſine centro cogitari nequit, omne Figura X.

CAP. V.

viciſſim punctum circa ſe habet regionem ſcribendo circulo: ſic in Anima quoque operatio nulla eſt ſine impreſſione imaginativâ; omnis viciſſim interna receptio vel meditatio, eſt propter motum externum; omnis animæ facultas interior, propter magis exteriores. Ipſa princeps & ſuprema Animæ facultas, Mens dicta, quid eſt niſi Centrum? quid Ratiocinativa, niſi Circulus? Nam ſicut centrum intus eſt, circulus exteriùs; ſic Mens ſecum ipſa manet, ratiocinatio telam quandam exteriorem texit: & ſicut centrum, circuli; ſic Mens ratiocinationum baſis, fons, & origo eſt. Rurſum omnis hæc Animæ facultas tàm Intellectus, quàm Diſcurſus, denique etiam Senſitiva, ſunt Centrum quoddam; at facultates Animæ motrices, Circulus: quia rurſum ut circulus externus circumponitur centro, ſic operatio ad extrà eſt, cognitio meditatioque perficitur intus, & ut circulus ad punctum, ſic quodammodò ſe habet Actio externa, ad Contemplationẽ internã, motus animalis ad ſenſionem. Punctum enim, quia undiq; oppoſitum circumferentiæ, aptum natum eſt repræſentando Patienti; & Anima ſenſitiva, vel hic Radiationũ perceptiva, quid aliud ſentiendo & percipiendo, quàm patitur? ſc. quia movetur objectis.

Figura XI.

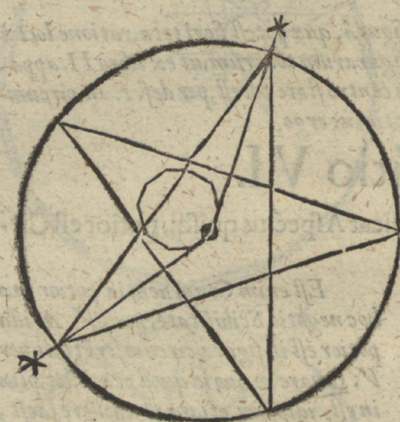


Figura XII.



Comparando etiam utramque comparationem; ut idem utrinque centrum; ſic etiam eadem quodammodo cognitionis forma eſt, mentalis princeps, & ſenſitiva, vel ei analoga, perceptiva Radiationum: neutra diſcurſu in ſeipſa, quatenus talis, utitur, ſed cognoſcit citra illum. Vt ita ſit hæc illius, Natura dico ſublunaris, aut etiam ſenſitiva, Mentis humanæ Principis, tenuis quædam imago: ſicut ille diſcurſus rationis, harum actionum aut operationum animæ imago eſt; utraq; circulus.

Quatenus igitur Animæ percipiunt radiationes cœleſtes, & ſic ijs quaſi moventur ſecum ipſæ intus, nobis puncta ſunto, quatenus verò viciſſim movent, hoc eſt, quatenus perceptas radiationum harmonias transferunt in opera ſua, ijsque ſtimulantur ad agendum: conſiderari debent ut circulus.

Sequitur igitur, ut in quantum cognoſcit Harmonias radiorum, occupetur potiſſimum circa centralem figuram; in quantum verò operatur, ciens meteora (& quæ ſimilia in homine) circumferentiali ſeſe accommodet. Et verò in aſpectu, prior eſt nobis cura efficaciæ, quàm modi, quo is percipiatur ab Anima operante; prior igitur, & circumferentialis quàm centralis figuræ reſpectus.

Hic

☞ Hic figura figuræ in uno & eodem aspectu fuit collata; in sequenti geminâ, suppositâ eâdem figurâ, opponetur ejus Congruitas Scibilitati.

Propositio VII.

IN figurâ circumferentiali præstat Congruentia Scibilitati lateris; in centrali vicissim, præstat Scibilitas lateris, Congruentiæ figuræ.

Pertinet hæc propositio ad consummationem rei, Prop. III. inchoatæ. Etsi enim potior in IV. quam in III. est Congruentia, potior etiam libro III. fuit demonstrabilitas: hæc tamen à constitutione Aspectuum non penitus est separãda: cùm nulli Congruentiæ sua desit scientifica determinatio, adeòque ab illa dependeat, cùm lateris, tum præcipuè areæ comprehensæ à figuræ lateribus: ab angulis enim, in quibus residet aptitudo ad congruendum, arcessitur demonstratio.

Quod igitur propositionem hanc ipsam attinet, videtur contrarium ejus verum esse, tam in uno, quàm in altero. Nam quòd figuram centralem attinet, ejus unus angulus per radios actu ipso est expressus; Circumferentialis nullus exprimitur angulus, sed tantùm latus quadamtenus: Congruentia verò est angulorum: ergò videtur illa potissimùm in Centrali spectanda. Nam si natura sublunaris percipit quantitatem anguli, quem duorum planetarum radij formant in terrâ, videtur etiam percipere posse ejus anguli aptitudinem, quam habet cum aliis, ad congruendum.

Quòd vicissim in circumferentiali potiùs sit spectanda Scibilitas lateris quàm Congruentia figuræ, id sic patere videtur. Scientia enim, quæ scitur figura, ut libro primo demonstratum est, consistit in æqualitate, vel lateris, cum parte effabili diametri, vel quadrati de latere, cum parte effabili de quadrato diametri, vel areæ Figuræ, cum eâdem; vel in alia connexione & determinatione sive lateris, sive ejus quadrati areæve, ad diametrum vel ejus quadratum. Posito igitur, quòd Natura sublunaris habeat sensum circuli Zodiaci, circuli nimirum sensibilis, foris stantis, quem ipsa examinet ad ideam circuli abstracti intellectualis, quam ipsa secum habet intus connatam seu concreatam: tunc sanè sequitur, quòd ordine naturæ priùs sentiat, quantus arcus Zodiaci sit à duobus planetis interstinctus, & quanta recta illi subtendatur, cujus qualitatis, sit neeffabilis longitudine, an solâ potentiâ quadrati; anne cum aliâ quadam effabilem faciat summam quadratorum, & rectangulum effabile; in qua proprietate fundatur Effabilitas areæ: hæc inquam priùs innotescere Naturæ sublunari videntur ordine naturæ, quia latus priùs est figurâ, ex lateris multiplicatione descriptâ; posteà demum, ubi tota figura descripta fuerit in Zodiaco circulo, patescunt ejus anguli, eorumque quantitas, & an ij sint ex congruis, & an figura omnibus angulis concurrat ad eandem congruentiæ speciem, & an continuabilis sit congruentia. Breviter congruentia est affectus angulorum, scibilitas laterum. Ubi ergò priùs innotescit figuræ angulus, quam latus; ibi priores & potiores videntur esse partes Congruentiæ, quam Scibilitatis; ubi posteriùs, posteriores. At figuræ ad centrum pertingentis prius innotescit angulus; figuræ verò in superficie descriptæ (per duos puta solos planetas) priùs innotescit latus: rectè ergò fieri videtur, si in figura centrali potior habeatur congruentiæ ratio, in superficiali, potior scibilitatis.

CAP. V.

Hæc igitur in contrarium nostræ propositioni allata, sunt nobis dissolvenda; eâdemque operâ, veris argumentis roborandus ordo proprietatum, Congruentiæ & Scibilitatis.

Primùm igitur etsi verum est, de figura centrali formari per duorum Planetarum radios unum angulum; non tamen inde sequitur, ut mens percipiens quantitatem anguli, percipiat naturæ ordine priùs, figuræ, cujus futurus est angulus, Congruentiam. Causa patet, quia Congruentia in quantum est unius anguli, ejusque æqualium aliquot, in unum locum planum, nimis est generalis: sunt enim infinitæ angulorum sic congruentium formæ, tanto semper plures numero, quanto singuli sunt minores. Non est igitur hæc illa Congruentia, de qua nos disputamus libro II. quæ angulis non seorsim accidit, sed figuris integris, propter angulos, nec figuris singulis, sed pluribus inter se junctis.

Itaque non tantùm dissolvitur sed etiam retorquetur objectio; quod enim illa de Circumferētiali usurpaverat, possumus nos æquo jure de Centrali usurpare, Congruentiam, quæ nobis hic est proposita, in eâ posteriorem esse Scibilitate, quare potiores esse oportere hujus quàm illius partes, concessu quidem adversarij. Priùs enim figuram oportet fieri, quàm tota congruere possit. Jam verò nisi latus figuræ scibile sit, figura fieri non potest. Nam etsi verum est, dato uno figuræ angulo, quem radij duorum planetarum formant in centro, dari numerum omnium, & per illos, figuræ totiùs aptitudinem ad congruendum, nec in hanc demonstrationem ingredi lateris naturam: at non datur ille unus figuræ angulus, id est, non agnoscitur pro angulo figuræ congruæ, nisi per latus scibile. Priùs ergò (ordine naturæ) Anima scit latus, quàm agnoscat, sibi dari angulum congruum.

Quòd si comparemus hîc figuram utramque, minus equidem datur latus vel area figuræ centralis, ipso radiationis actu, quàm latus figuræ circumferentialis: hoc enim semper determinant radij ipsi, illa non semper, sed in quibusdam tantùm figuris; ut in Trigono, quia latera circūferentialis anguli singula, subtendunt arcum æqualem intercepto. Remotior igitur est figura centralis ab actu sciendi, quàm circumferentialis: remotior igitur etiam Congruentiæ notificatio: objectio verò nitebatur contrario, quasi Congruentia Centralis esset propior notitiæ, quàm Congruentia Circumferentialis.*

Fol. 136. Figura IV. Figura III.

Ampliùs, si anguli quantitas percipitur, quâre percipietur, nisi mensurâ suâ, id est, arcu circuli illius, qui ex anguli propositi puncto, quod terra est, describitur? non verò primò circuli illius, qui figuræ centrali circumscribitur, per terram transiens. Quare in perceptione quantitatis anguli de figurâ centrali, oportet ut Anima potentiam illam exserat, quâ circulus est, non illam, quâ exile punctum est, ad quod pertingit angulus. Atqui eodem typo circularis suæ essentiæ percipit etiam circumferentialis figuræ latus, ejusque arcum, idque primò: posteà demum, duplicato hoc arcu, emergit etiam arcus circuli minoris, qui figuræ centrali circumscribitur, per prioris centrum ductus; qui arcus servit inscriptioni centralis figuræ in circulum. Nam ordo qui est in ratiocinatione, idem etiam in instinctu est. Rursum igitur demonstratur via ad perceptionem figuræ centralis, longior, & sic etiam ad ejus Congruentiam. Quare seipsam evertit objectio, quæ præpollentiam collocabat in perceptione priori.

Ad rationes pro altero membro sic respondendum: verè quidem etiam in circumferentiali figurâ priorem esse Scibilitatem lateris, Congruētiâ figuræ totius, ob argumenta dicta, quæ hîc etiam valent. At non sequitur, ut ex duabus rebus,

bus, quarum altera alterius est causa, illa quæ causa est, porrò etiam fortiùs moveat tertium aliquid. Nam pro captu animæ, quæ debet moveri, sæpè minus in illam valet causa, quàm effectus; ut hic Animam sublunarem, in quantum quidem perceptiva est, plus movet scibilitas figuræ centralis; in quantum verò operativa, plus congruentia figuræ circumferentialis.

Argumenta verò mea propria ad propositionem probandam sunt ista: enim usurpavimus ex centrum esse quandam ideam mentis Theoreticæ, seu intellectus; circumferentiam facultatis Practicæ seu operativæ: quia ut centrum circuli basis est & origo, sic meditatio actionis. Figura igitur, quæ porrigit angulum ad centrum, sc. ad Terram, ubi Anima sedet, figuræ perceptrix, porrigit se quasi ad sciendum & dijudicandum, cùm centrum tribunal scientiæ repræsentet. Igitur in centrali figura potiùs spectari debet scientia; non obstante, quòd illa per circulum tanquam instrumentum comparetur, ut paulò antè dictum.

Prius Prop. VI.

Contrà figura, quæ ordinat angulos in circumferentiâ, magis se applicat ad imitandum, exprimendumque in opere Animæ, veluti ad ideam operum concurrens. Atqui potius congruentia, quàm scibilitas habet operum sensilium ædificationumque ideam, quia sequitur figuras totas, cùm latus, quo figura scitur, sit ejus saltem elementum. Quare in figurâ circumferentiali potiùs congruentia est respicienda, quam scibilitas.

Alterum argumentum pro hac secunda parte nititur eâdem consideratione Animæ. Præstat id, propter quod sunt cætera. At propter opus Naturæ sublunaris, adeòque etiam Animæ humanæ, facultatum inferiorum, percipiuntur configurationes; scilicet in id percipiuntur, ut opere exprimantur; major est igitur dignitas facultatis motoriæ in hoc negocio. Sed scibilitas figuræ Circumferentialis, perceptioni servit, Congruentia operationi, ut hactenus: igitur & congruentia figuræ circumferentialis, præstat ejusdem scibilitati.

Propositio VIII.

ARcus circuli, qui constituitur à figurâ incongruâ, nullam conciliat Efficaciam radiationibus binorum planetarum, arcum determinantium.

Nam si congruentia est causa potissima Efficaciæ, per Prop: III. IV. & VII. hac igitur deficiente, non erit sufficiens, causa hoc loco vilior, scibilitas. Etsi enim hæc præpollet congruentiæ in Centrali figurâ, per alteram partem Pr. VII: at vicissim circumferentialis figura est centrali potior, per VI. Et in illâ potior congruentia, per primam partem Pr. VII. Adhuc igitur congruentia figuræ circumferentialis præpollet scibilitati figuræ centralis.

En causam, cur cùm figuræ scibiles sint infinitæ, diversorum quidem graduum; Aspectus tamen pauci sint.

AXIOMA III.

ARcus circuli, quorum figuræ pluribus potioribusque congruentiæ, scibilitatisque gradibus pollent, efficaciores etiam recipiunt configurationes.

Si duo

CAP. V.

Si duo prima axiomata sunt consentanea vero, erit & hoc: quia propter quod unumquodque est tale; illo intenso, istud etiam magis erit tale. Sic autem intellige; quòd in figura circumferentiali prior sit comparatio graduum Congruentiæ, in centrali prior graduum Scibilitatis, denique potiores partes circumferentialis figuræ.

Propositio IX.

Configurationes efficaces sunt, quæ intercipiunt Arcus circuli Zodiaci istos:

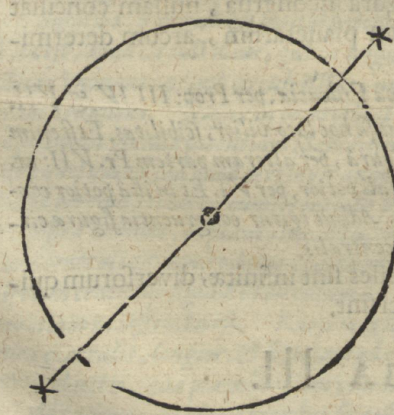
Gr. 180. Oppositio ☍, ex Diametro circuli: ut in Fig. I.
Gr. 90. Quadratus □, ex Tetragono: ut in figura II.
Gr. 120. Trinus △. & 60. Sextilis ⚹, ex Trigono & Hexagono, ut in figura III. IV.
Gr. 45. Octilis vel Sequadri, & 135. Trioctilis vel Sesquadri ex Octogono & Stella ejus: ut in fig. V. VI.
Gr. 30. Semisexti, & 150 Quinquuncis, Ex Dodecagono & Stella ejus: ut in fig. VII. VIII.
Gr. 72. Quintilis, & 108. Tridecilis seu Sesquintilis: ex Pentagono & Stella Decagonica: ut in fig. IX. X.
Gr. 144. Biquintilis, & 36. Semiquintilis seu Decilis: ex Stella Pentagonica & Decagono, ut in figura XI. XII.

Quòd hæ figuræ sint Scibiles & demonstrabiles, ostensum est Libro I. quòd & Congruæ, libro II. Quòd verò configurationes expressorum à talibus arcuum sint efficaces, id habent axiomata I. II. præmissa.

Propositio X.

Efficacitatis Aspectuum gradus primus & fortissimus, est Conjunctionis ☌. & Oppositionis ☍.

Characteres usitati.



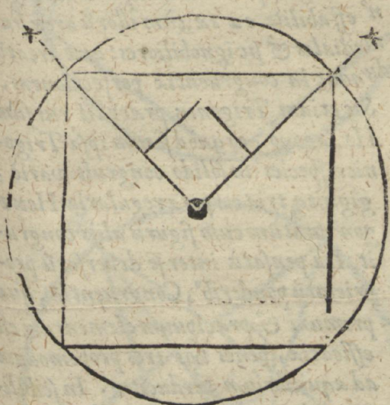
Nam in Conjunctione congruunt radij duo in eandem lineam, & ab eadem plaga descendunt; in Oppositione ☍ à plagis quidem diversis descendentes, nihilò tamen minus sunt partes unius continuæ lineæ. Hæc verò perfectissima est Congruentia & principium quoddam omnis congruentiæ. Sic cùm conjunctionem repræsentet punctum signatum in circumferentiâ circuli; oppositionem verò, Diameter; hæc certè sunt principia, illa & mensura omnis in hoc genere scientiæ; cùm omnis in circulo lineæ rectæ scientia contineatur determinatione demonstrativâ per Diametri vel longitudinem vel potentiam: ut libro primo

primo patuit. Ergò per Axioma III. principium etiam Efficacitatis in his est Aspectibus.

Propositio XI.

SEcundus in Aspectuum Efficacitate gradus est Quadrati □.

In Quadrato enim concurrunt prærogativæ multæ, quarum prima, quod similis est centralis figura, circumferentiali: quare quoscunque illa gradus obtinet in Congruentia & Scibilitate, ij quodammodo duplicati intelliguntur, respectu cæterorum Aspectuum. Sicut enim Quadratus primus post Oppositum ab exilitate lineæ explicatur in aliquam latitudinem seu amplitudinem superficialem areæ Tetragonicæ: sic cæteri Aspectus ab identitate figurarum Aspectus Quadrati, discedunt in aliquam figurarum alteritatem. Cùm igitur aliàs in physicis unita virtus sit fortior, erit etiam in hac ideali & objectivâ impressione, major gradus fortitudinis, ubi figuræ locis distinctæ, altera sc. centralis, altera circumferentialis, specie eædem fuerint.



□

Deinde quantum ad Congruentiam, illa in Tetragono perfectissima est & omnivaria, nam secum ipsa congruit hæc figura in solido ad cubum formandum; qui mensura est omnis soliditatis, & congruit simplicissimè, ternis tantum angulis ascitis: congruit & in plano secum ipsa, quaternis angulis: congruit rursum in solido cum Trigono, Pentagono, Hexagono, Octogono, Decagono variè, ad formandas figuras solidas, congruit cum iisdem omnibus, insuperq. & cum Dodecagono & Icosigono quadamtenus, ad planitiem sternendam: qua in proprietate illa à nullâ aliâ superatur.

Tertiò area Tetragoni est effabilis, quod principium est singularis alicujus & eximiæ Congruentiæ in plano, ut certus arearum hujus figuræ numerus absumat certum quadratorum diametri numerum, & sic figuræ non tantùm ipsæ inter se angulis & lateribus congruant, sed quodammodò, certis sc. suis lineis, etiam cum quadrati diametri lateribus. In hac proprietate Quadratus aspectus solum Semisextum habet ex parte socium. Vide lib. II.

Quartò, nec ignobilis est gradus scientiæ lateris, quod est effabile potentiâ: quo gradu præcellit cæteris figuris omnibus, excepto Sexangulo: neque tamen illi propterea loco cedit; cùm Scibilitas non sit comparanda Congruentiæ, ut explicatum est suprà; & verò valeat accumulatio prærogativarum, ad augendam Efficaciam, per Axioma III. hujus.

Propositio XII.

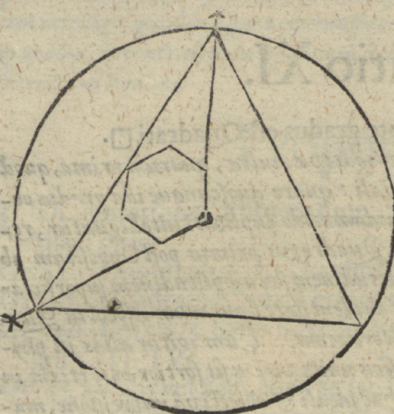
TErtius Efficacitatis Gradus est Trini △, Sextilis ✶, & Semisexti ⚹.

Quod Trinum, Sextilem, & Semisextum, in eodem gradu colloco;

CAP. V.

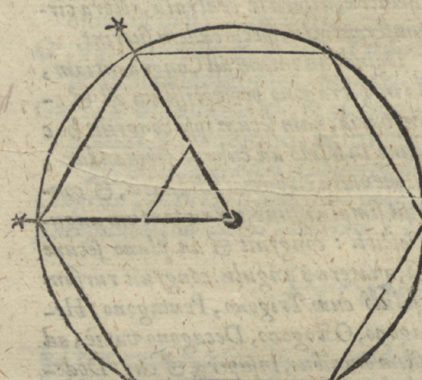
facit proprietatum non identitas, sed æquipollentia. Primùm eorum figuræ principales, in congruentia plana tradunt mutuas operas: coëunt n. & inter se variè & cum alijs, ut quadrato. Præcellunt quidem hic Trigonus & Hexagonus, quia etiam secum ipsæ singulæ species congruunt; præcellit Trigono Hexagonus, quia perfectissimam obtinet in plano congruentiam, solis sc. ternis angulis: præcellunt ambo Dodecagono, quia etiam in solido congruunt illi cum figuris alijs, quod nō potest Dodecagonus. At vicissim præcellit reliquis Dodecagonus effabilitate areæ, cùm illorū areæ sint mediales & sic ignobiliores: quæ arearū differentia, ut jam modo dictum, redundat in congruentiæ perfectionem.

△



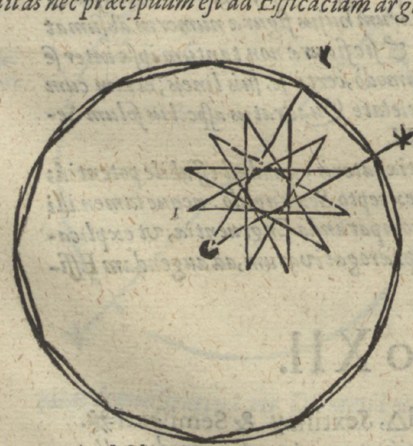
Sic etiam Trigonus præcellit rursum Hexagono, eo quòd secum ipsa Trigonica species in solido congruit variè, gignitq; tria corpora regularia; Hexagonus tantùm cum figuris alijs congruit. Ita pensatis inter se diversarū proprietatū ponderibus, Congruentia, quæ primum & præcipuum elementum est efficaciæ, penes hos tres propemodum ad æquilibrium perducitur. In scibilitate primas tenet Sexangulum, cujus latus effabile; secundas Trigonus, occupat enim eundem cum Tetragono gradum, habens latus effabile potentiâ, viliori tamen proportione: ultimus hic est Dodecagonus, habens latus ineffabile. Verùm scibilitas nec præcipuum est ad Efficaciam argumentum, nec in figura præcipuâ, hoc est circumferentiali, consideratur; sed tantum in centrali minus præcipuâ.

□ ✳



Quæ si quid potest, Trinum paulò reddit efficaciorem Sextili, quia Trinum format angulus Hexagoni in centro; paulò minus utrisq; efficacem Semisextū, quem metitur angulus Stellæ Dodecagonicæ in centro. Est tamē cæteris sequentibus nobilior scientia Semisexti, quia latus centralis figuræ, in Ineffabilibus nobilissimæ est speciei, sc. Binomiorū, & in earū subdivisione duplici, semper priores tenet, adeò ut cum sociâ suâ, latere circumferentialis figuræ, rectangulū effabile formet, quod est nota perfectionis penè absolutæ; adeòq; etiam cum Trigono & Hexagono hanc figuram scibilitate facit contendere, propter hanc pensationem ineffabilitatis suæ, ponderosam admodum.

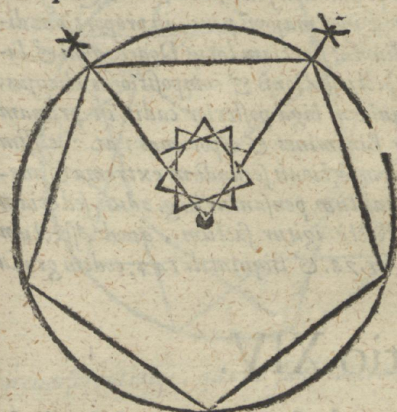
✳

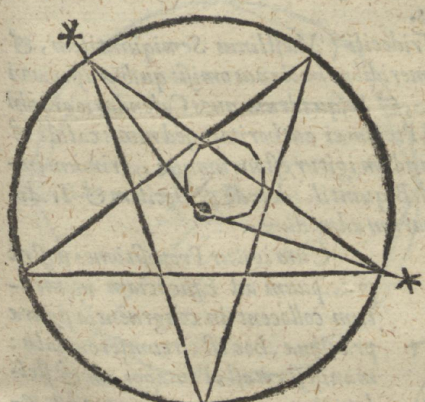


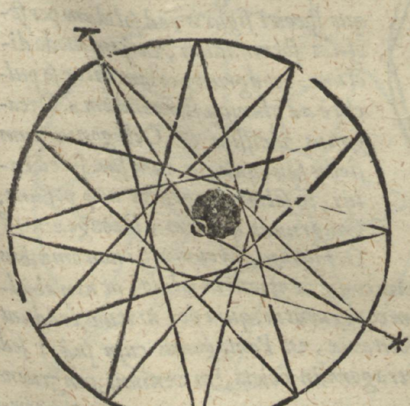
Propo-

Propositio XIII.

QUartus in Efficacitate Configurationum Gradus est Quintilis, Biquintilis, & Quincuncis.







His enim communis est congruentia figurarum primariarum totarũ in plano, non tamen singularum specierum secum ipsis; sed primarum duarum inter se mutuò, ultimæ cum aliijs sibi cognatis. Præcellunt duo priores aspectus eo, quòd congruunt figuræ, Pentagonus & stella ejus, etiam in solido, faciuntque duas figuras solidas regulares; qua nobilitate penè associant aspectus suos Trino & Quadrato; stella Dodecagonica in solido non congruit. At vicissim præcellit & Dodecagonica, congruentiâ planâ; quam habet continuabilem in infinitum; cùm illæ non longè continuari possint sine mixturâ irregulari. Vide hæc omnia libr. II.

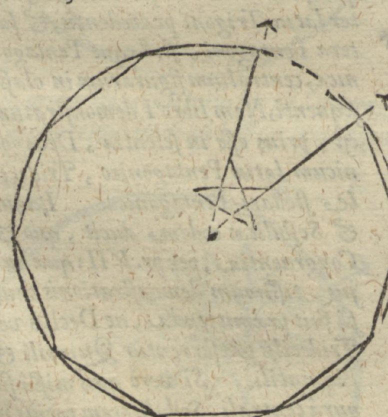
Quod scibilitatem attinet laterum in figuris centralibus; hic etiam medio loco consistunt latera Decagoni & Tridecilis & Dodecagoni, quæ sunt hac in classe centrales, inter latus Trigoni præcedentis, & latera Pentagoni, stellæque Pentagonicæ, centralium figurarum in classe sequenti, Nam libro I. demonstratum est, prius esse in scientia, Decagonicum latus Pentagonico, Tridecile stellari Pentagonico. Itaque & Scibilitas eodem ducit, quo & Congruentia, per pr. VII: quæ hujus potissimùm demonstrationis causâ fuit præmittenda, ne Decilis vel Tridecilis præferrentur Quintili & Biquintili. Si verò quis missâ figurâ centrali, Scibilitatem potiùs in circumferentiali quærere velit, non minus quàm Congruentiam: etsi fatendum est, hoc pacto prælatum iri Decilem Quintili, Tridecilem Biquintili; at meminerit is, præcipuas esse partes Congruentiæ, ut

ostendimus pr. IV. majus igitur est, & plus ad efficacitatem potest, creare figuram solidam (quæ est veluti idea quædam mathematica efficacitatis physicæ) quàm latus habere perfectiori gradu scibile. Latus quidem Dodecagoni hoc pacto confert aspectum suum in eandem classem cum subtensis decimæ parti circuli, tribusque decimis: quia contendunt inter se præstantiâ scibilitatis. Nam sicut sociantur inter se duæ illæ subtensæ, fitque minor majoris pars, in proportione divinâ sectionis secundùm extrema & medium: sic etiam latus Dodecagoni & latus ejus stellæ sociantur, & hoc etiam respectu sectionis & compositionis alicujus, non tamen proportionalis. Et hæc quidem biga posterior cadit in primam speciem Ineffabilium, quæ complectitur Binomines & Apotomas; at vicissim illa prior biga acquirit novam proprietatem sectionis secundùm extrema & medium: ut videre est lib. I. Quare non tantùm pensantur hi gradus, sed etiam præcellit nonnihil Decanguli latus. Rectè igitur factum, quod Aspectum Quincuncem seu Gr. 150. cum Quintili Gr. 72. & Biquintili 144. eodem gradu locavi, primâ tamen sede his datâ.

Propositio XIV.

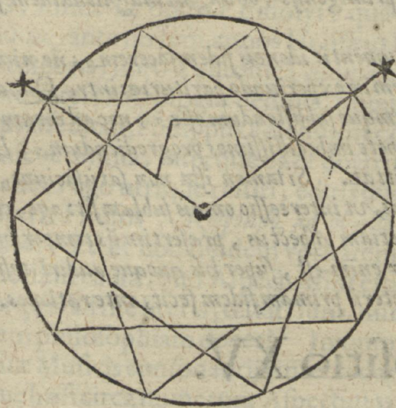
QUintus, ultimus & imbecillissimus aspectuum Gradus est Decilis & Tridecilis, Octilis & Trioctilis.

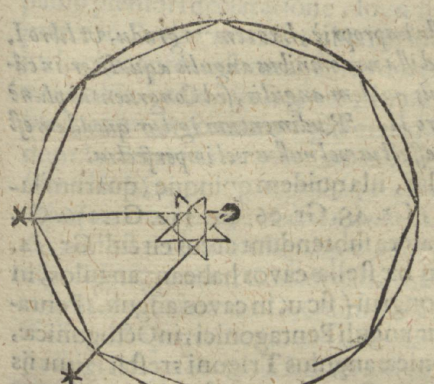
Quintum locum feci Decili & Tridecili (Mæstlinus Semiquintilem, & Sesquiquintilem appellat) quos in Ephemeridibus hactenus omisi: quibus associavi Octilem & Trioctilem seu Sequadrum, & Sesquadrum; quos Calendariographi ex mea quidem suggestione & nonnullâ Ptolemæi authoritate, sed nimis calidè & & inconsideratè arripuerunt. Probandum igitur est utrumque, primùm imbecilliores esse hos quatuor, Quintili & Biquintili; deinde, Decilem & Tridecilem, fortiores Octili & Trioctili, parùm admodùm.

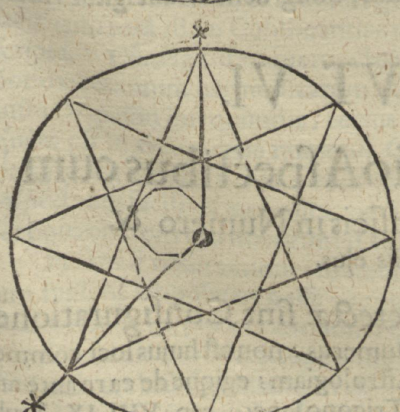


Cùm igitur Propositiones nostræ præcipuum ad Efficaciam momentum collocent in congruentia figuræ præcipuæ, hoc est circumferentialis: manifestum est, Pentagonum & stellam ejus, congruere cum suæ quamque speciei figuris, ad solidum perfectum formandum, ut jam modo dictum; congruere etiam inter se pulchrè ad planum sternendum. Decagonus vicissim & Octogonus cum stellis suis, quæque cum suæ speciei alijs, in solido congruere non possunt. Congruunt quidem, Decagonus & Octogonus, sed cum alijs non omnibus sui generis; stellæ verò inchoant aliquam congruentiam in solido, at non absolvunt: etiam in plano ignobilior est earum congruentia, quia nec mutuas tradunt operas, quævis figura cum suâ stellâ solitariæ, ut Pentagonus cum suâ: sed cum illis suis stellis, & Octogonus cum Tetragono, in societatem veniunt, congruentiæ alie-

tiæ alienæ, illamque, quo minus continuari possit, ipse Decagonus impedit: Stella ejus etiam hiulcam in medijs interceptis spacijs facit congruentiam. Octogonus verò & stella ejus, alternis juvant continuationem congruentiæ, admixtis Quadratis; Congruentia fit diversiformis. Ita penè pares sunt hæ quatuor in congruentiâ planâ; præsertim cùm areas utræque figuræ habeant ineffabiles. At in scibilitate multùm præcellit secta Pentagonica. Primùm si centrales figuras consideremus, quæ sunt hic jam Pentagonus & Stella ejus; illarum quidem latera sub eâdem speciem ineffabilium cadunt; cum lateribus Octogoni & stellæ; existentia Elasson & Mizon: si n circumferentiales, quæ hic sunt latera Decagoni & stellæ ejus: illa non tantum sunt ex specie nobiliori Binominum & Apotomarum, cùm Octogonicæ lineæ sint ex quarta specie, quæ est Mizonum & Elassonum: sed acquirunt etiam omnia latera Pentagonicæ sectæ, nobilissimam proprietatem sectionis secundùm extrema & medium; quæ planè nihil attinet lineas Octogonicas. Quòd si Octogonica secta nonnihil præpollere visa est in Congruentiâ; hic jam vicissim, multò fortiùs deprimitur à Pentagonicâ. Rectè igitur utrasque, ut de præstantia contendentes, in unam classem redegi, præmissâ tamen Pentagonicâ. Consulatur de his identidem liber I.







Est & peculiaris prærogativa Biquintilis, præ Tridecili & Trioctili, etiamque Quincunce, quòd stella Pentagonica, primaria sc. illius figura, aptissimum & Trigonici æmulum habet angulum: quia ut tres anguli Trigoni, sic etiam quinque anguli stellæ Pentagonicæ, junctim utrinque æquantur duobus rectis, ut sic latera angulos formantia, circuli arcus,

 quæ-

CAP. V.

quæque suos, intercipiant; non verò bina & bina portionem aliquam circuli communiter: quod in stella octo, decem, duodecim radiorum, ob Paris numeri conditionem, inq; cæteris figuris primigenijs, ob anguli magnitudinem fieri non potest.

Excussi omnes loculos, ut argumentis idoneis fidem facerem; ne nimius fiat numerus aspectuum, confusionem in experiundo pariturus: intra Quadratum igitur & Quintilem Biquintilemque subsistendum esse, nec ad eorum derivatos quatuor, ultimi gradus, utpote imbecillissimos progrediendum; licet hos quoque prima propositio admittat. Si tamen ista non satisfaciunt, & si tanta est primæ Propositionis dignitas, ut intercessio omnis sublata sit: age, cuiq; per me liberum esto, respicere ad hos etiam Aspectus, præsertim ijs temporibus, quibus cæteri omnes defuerint. Par enim est, super his quoque audiri testificantem experientiam; ut quæ & cæteris primam fidem fecit, ante rationes.

Propositio XV.

SUnt aliquæ configurationes, quæ inter efficaces & non efficaces ambigunt: nimirum Arcus Graduum *24.* ex Pentekædecagono, & Gr. *18.* ex Icosigono.

Nam scibiles sunt figuræ, sed illa impropriè, hæc remoto gradu, ut libro I. demonstratum. Et congruæ sunt, sed illa non omnibus angulis æqualiter, in eâdem formâ Ccongruentiæ: hæc omnibus quidem angulis, sed Congruentiâ planè non continuabili: quod ostensum Libro II. Rudimentum igitur quoddam est Efficacitatis, & veluti conatus; at effectus vel nullus vel imperfectus.

Multas habent hæ figuræ stellas, illa quidem quinque, quarum latera subtendunt arcus circuli hos, Gr. 48. Gr. 96. Gr. 112. Gr. 156. Gr. 168. hæc verò quatuor, quarum latera subtendunt arcus circuli Gr. 54. Gr. 126. Gr. 162. Gr. 171. At cùm hæ stellæ cavos habeant angulos, in quos non recipiuntur anguli alij congrui (sic ut in cavos angulos Pentagonicæ & Decagonicæ recipiuntur anguli Pentagonici, in Octogonicæ, angulus Tetragoni, in Dodecagonicæ angulus Trigoni; restat igitur ijs sola acutorum, quos Radios dicimus, Congruentia: sunt igitur viliores ipsis suis primigenijs

CAPUT VI.

Quæ sit cognatio Aspectibus cum Consonantiis Musicis in Numero & causis ejus.

QVibus Occasionibus detectæ sint Configurationes efficaces, auctusque earum Numerus: non est hujus loci commemorare, pertinet enim hoc ad Astrologiam; egique de ea re ante annos 12. in libro de stellâ novâ & Trigono igneo, cap. VIII. IX. X. ubi non tantum discrimen ingens ostendi inter Aspectus & inter cætera com-

commenta, verè vanitates Astrologicas: sed etiam Joh. Pici Mirandulæ Comitis rationes philosophicas huic etiam Astrologiæ parti oppositas, solidè ut opinor dissolvi, quâ dissolvenda & refutanda fuerunt. Cùmq; ante novem annos Helisæus Röslinus M.D. & Philosophus non incelebris, libro Teutonicâ linguâ edito, novam hanc philosophiam, ipse veteri Astrologiæ deditus, impugnandam sumpsisset; itemque alius Medicus, Philippus Feselius, in contrarium, Astrologiæ capita promiscuè omnia, interque ea & doctrinam de configurationibus, oppugnasset; ego utrique restiti, editis duobus libellis Teutonicis: quorum alteri Titulus, *Responsio ad objecta Röslini*; alteri, *Tertius interveniens*. Et in hoc quidem veritatem defendi Aspectuum, in illo verò modum causæ, quo Aspectus sint efficaces, asserui. Itaque viri docti, scriptis ad me literis, testati sunt, nunc demum Astrologos à me puriorem philosophiam doceri. In omnibus libellis cognationis memini, quæ Musicis consonantijs intercedat cum Aspectibus: sed in primo adhuc hæsi circa numerum Aspectuum, quosdam spurios; vel certè imbecilles, observans inter præcipuos, quosdam fortiores penitus negligens: in Teutonicis verò cepi hos defectus speculationis meæ detegere; quod paulò pleniori declaratione, loco sic postulante, repetendum censui nuper in Prolegomenis Ephemeridum, fol. 33. 34. 35. 36. Quæ verò ibi loci propter institutam brevitatem explicari fusius non potuerunt ea jam hic, ordine sic ferente, supplebo. Axioma, quod anno 1606. usurpatum, loco citato Ephemeridũ sumpsi examinandum & refutandum, hoc erat; *Creatorem Deum, aut ex Harmoniis Cantus infra Octavam, libro III. descriptis, desumpsisse leges ordinandorum Aspectuum; aut ad cœlestes Aspectus, attemperasse aures hominis, Concordantiarum illarum judices*. Hoc Axioma si verum undiquáque esset; oporteret esse totidem numero aspectus, quot sunt Concordantiæ, usque ad Diapason. Nam Sextilis respondet Tertiæ molli, Quintilis Tertiæ duræ, Quadrat⁹ Diatessaron, Trinus Diapente, Sesquadrus Sextæ molli, Biquintilis Sextæ duræ, Oppositus Diapason: quia si auferas à chorda totâ tantã portionem, quantam portionem de circulo aufert quilibet aspectus; residuum chordæ facit cum totâ illam Consonantiam, quæ hic cuilibet Aspectui est adscripta. Cùm igitur numerus iste Septenarius Concordantiarum, seu potius Sectionum harmonicarum, quas singulas singulæ Concordantiæ infra Diapason insequuntur, certus sit & demonstrativus, non minus quàm est in Geometriâ numerus Quinarius corporum Regularium, ut libro III. cap. II. patuit: esset igitur ratio demonstrandi numerum Aspectuum facilis & expedita, per susceptum hoc Axioma: nec fuisset opus operoso isto novorum Axiomatum libri IV. apparatu.

Et sanè si observationes Meteorologicæ huic septenario Aspectuum fuissent astipulatæ ex asse: acquievissem Ego in suprà posito axiomate, nec de ijs quæ ex rationum Harmonicarum ortu, exque metaphysicæ causæ consideratione poterant objici, valde fuissem sollicitus. Sed quia crebrò deprehensum est, Naturam sublunarem stimulari etiam à Semisexto, qui duodecimam partem circuli intercipit, cùm tamen ablatâ portione duodecimâ de chordâ, residuum, partium unde-

cim

CAP. VI.

cim, non consonet cum Tota; & quia infidæ deprehensæ sunt extimulationes Tempestatum per Sesquadrum, qui dispungit tres Octavas circuli; cùm tamen ablatis tribus Octavis de chordâ, residuum 5 Octavarum omninò consonet cum tota 8; hinc orta mihi fuit necessitas, causas dissensus & diversitatis hujus hoc IV. libro rimandi profundiùs. Quod etsi rectè peractum, & causas clarissimas erutas existimo: summam tamen disputationis totius iteratò inculcare non nocuerit: cùm id requirat instituta hoc loco explicatio eorum, quæ in Præambulo Ephemeredis concisiùs sunt dicta.

1. In formanda concordantia, valet Residuũ circuli, non valet in formando Aspectu.

Causa igitur, cur *non quot sunt in Musica sectiones Harmonicæ, totidem etiam sint Aspectus, uti usque ad annum 1608. credideram, est hæc quia Musica septenarij sui principia nonnulla ex ipsâ rectitudine chordæ trahit: cùm circulus, in quo notamus Aspectus, in seipsum redeat; nec possit, ut ex chordæ, sic etiam ex Zodiaci Residuo fieri circulus alius.* Verba sunt dictorum Prolegomenon fol. 35. quæ sic explicanda sunt. Nam ut Cap. IV. hujus dictum, aliter oriuntur sectiones Harmonicæ, aliter Aspectus, licet ex eodem circulo oriantur utrique. Nam libro III. sic comparata sunt Axiomata, ut quælibet chorda, chordæque pars, seu longa seu brevis, possit iterùm comparari toti circulo, non minùs quàm tota seu longissima chorda eidem circulo comparabatur: At hoc libro IV. non potuit arcus circuli, seu major semicirculo, seu minor, comparari toti. Dicam clariùs; quotcunque modis circulus dividitur demonstrativè, omnes illi modi possunt transferri in lineam rectam, hoc est chordam, ejusque partem quamcunque. At non sic divisio circuli totius demonstrativa, verbi causâ, in tria aut in quinque, potest ideò etiam in arcum ejus quemcunque transferri: quod satis est demonstratum in propositionibus ultimis libri primi. Causa est in figurâ; recta enim manet recta, sive truncetur, sive prolongetur; at circulus truncatus non manet circulus. Datur igitur sectio proportionalis binarum quarumque rectarum, datur & binorum quorumcunque circulorum, sed non datur binorum quorumcunque arcuum unius circuli. Hæc sic ad propositum accommodantur. Si dividatur chorda in partes octo, divisione sc. circuli demonstrativâ, una Octava consonat cum totâ, consonant & tres Octavæ, propterea, quia una Octava circuli demonstrativè rescindi potest, ut & tres octavæ. Eadem demonstrativa determinatio est etiam inter causas, cur Octilis & Trioctilis sint efficaces. At hoc est discrimen, quòd illic nondum est constituta SECTIO harmonica, nisi etiam Residuum, septem octavæ & quinque octavæ, consonent tam cum tota, partium octo, quàm etiam cum partibus rescissis, 7. cum 1. & 5. cum 3. Atqui demonstrativa determinatio partis 1. & partium 3. non dat illarum residuis 7. & 5. ut sint & ipsæ consonæ: nam 5. quidem est consona, 7. verò est dissona. Itaque sectio totius 8. in 5. & 3. est harmonica, in 7. & 1 non est harmonica. Unde igitur habet Residuum 5. suam consonantiã cum tota 8. Residuũ 7. suam ab illa dissonantiam? Nimirum inde, quia circulus in 5. divisus, habet subtensam duabus quintis, demonstrativam; unde est, quòd chorda in quinque divisa (ut hic pars proposita de chorda 8.) consonat cum parte quæ est 2 portiones longa; quare etiam cum

4. &

4. & 8. quæ sunt cum 2. in proportione continuè duplâ. Contrà circulus in 7. divisus, non facit chordam unius septimæ portionis demonstrativam, quare Residuum illud chordæ, quod habet 7. dissonat ab 1. & sic etiam à 2. 4. 8. Ecce ut sectio harmonica totius 8. in 3. 5. unam tantùm consonantiam habeat ex Octogono, alteram verò ex Pentagono. Quin & tertiam habet ex aliâ figurâ, sc: ex Decagono. Non consonaret enim Pars 3. cum Residuo 5, nisi consonaret anteà cum ejus duplo 10; idque ideò, quia circulo in 10. diviso, subtensa tribus decimis est demonstrativa. Hæc verò copulatio plurium figurarum, locum non habet in circulo, ejusque partibus. Nam si primò scripseris in toto circulo Octangulum regulare, posito quòd possis arcum, qui habet tres Octavas, dividere in quinque (quanquam impossibile est ut id fiat demonstrativè). certè Quinquangulum illi inscribi ad divisiones factas non poterit: fieret enim & irregularissimum, & potius sexangulum, cùm arcus habeat duos terminos ante sui divisionem. Cùm ergò ingens sit diversitas Residuorum, hinc chordæ, inde circuli; patet, quòd nisi à circulo progrediamur etiam ad lineam rectam, Residui ratio haberi nulla possit. Atqui Aspectus est angulus, cujus mensura non est aliqua recta, sed arcus circuli ex concursus radiorum puncto descriptus: non metitur ergo circulus Aspectum, non format eum, non efficacem reddit, ratione Residui; sed tantùm ratione arcus ab aspectu intercepti. Si non ratione Residui; non igitur ratione sectionis harmonicæ chordæ, ex illa divisione circuli ortæ: quia sectio harmonica sine Residuo definiri non potest. Et sic profligatum est axioma illud, quòd proportiones harmonicæ cantus, sint Aspectuum causæ. Nec sequitur, Respondet Trioctilis seu Sesquadrus Sectioni harmonicæ, quæ gignit tertiam mollem; & est efficax; ergò ejus efficacia est a sectione harmonicâ circuli, ut talis. Sed hoc verum est, *Magnam*, ut habent Prolegomena dicta *cognationem esse Harmonijs cum Aspectib⁹, eandem utrique generi originem, ex figuris nobilibus, circulo inscriptilibus*: id est, demonstrativam scibilitatem subtensæ trium Octavarum circuli, inter elementa esse, ex quibus & harmonica sectio in Musica, & Aspectus efficax in Physica constituitur. Loquor autem ex hypothesi, quasi sola scibilitas figuræ sufficeret ad efficaciam, sicut sufficit ad simplicem Partis Consonantiam cum Toto. Nam si accuratè agamus, etiam illud discrimen est; quòd in Consonantijs quidem plurimum valet Scibilitas, in Aspectibus verò Congruentia figurarum præcellit; estque Semiquadrus & Sesquadrus efficax non tantùm quia latus Octogoni & stellæ scibile; sed etiam & maximè, quia Octogonus & stella ejus sunt figuræ congruæ.

[Margin, manuscript: Vid: Emendanda pag: 255.]

[Margin: Qualis cognatio Section. Har. cum Aspectibus.]

Hæc adeò causa est, cur Dodecagonus potissimùm gignat Aspectum validum, at non gignat sectionem harmonicam, id est Consonantiam triplicem, licet gignat simplicem. Nam Residuum 11, ablatâ duodecimâ, impedit sectionem harmonicam, non impedit efficacitatem partis duodecimæ. Sed de hoc jam paulò pòst plura dicam.

Nam ut vera, mathematica, & causalis existat comparatio Concordantiarum cum Aspectibus; planè evertendum est Axioma, quippe quod

[Margin: Non est verus sed opinabilis tantum responsus Concordantiarum minorum & Aspectuum.]

CAP. VI.

pe quod non tantum eſt inſufficiens, ſed etiam veritati è diametro contrarium. Nullus enim aſpectus propriè reſpondet ulli concordantiæ minori, præterquàm Oppoſitus Concordantiæ Diapaſon, ſed reſpondent ſinguli concordantijs majoribus, minorum ſocijs, ex triga ſectionis uniuscujusq;. Nimirùm Aſpectus quidem definiuntur Segmentis circuli ijſdem quibus & majores concordantiæ: minores verò concordantiæ, circuli Reſiduis. Verbi causâ, Trigonus aſpectus non reſpondet concordantiæ Diapente: ſed Diapaſon Epidiapente: Quadratus non reſpondet Diateſſarō, ſed Diſdiapasôn; Quintilis non Tertiæ duræ, ſed compoſitæ ex hac & ex Diſdiapasôn; Sextilis non Tertiæ molli, ſed Diſdiapasôn epidiapente: Biquintilis non Sextæ duræ, ut ſupra opinabamur, ſed compoſitæ ex Tertiâ durâ & ex Diapaſon: Seſquadrus non Sextæ molli, ſed compoſitæ ex Diateſſaron & ex Diapasôn: ut patet ex eadem utrinq; proportione partis ad Totum:

3. Verus reſponſus majorū cōcordantiarum cum Aſpectibus, non format numerum eorum.

In hac igitur correſpondentia nullus occurreret finis aſpectuum; cùm majores concordantiæ infinitæ ſint: & qui hac ſolâ causâ nituntur, ex qua ſtabiliant Semiquadrum Aſpectum, quia nimirum ille reſpondet concordantiæ Triſdiapasôn; excuſationem nullam habent, quin & Decilem recipiant & Tridecilem, & Vigintilem, & plurimos alios, quos tamen rejiciunt; reſpondent enim & hi ſuis concordantijs majoribus, quæ toties accumulant unam Octavam ulteriùs, quoties diviſio circuli duplicat numerum portionum.

Hinc corrige Libro de ſtella nova, cap. IX. fol. 38 & 40. qp pe ex hoc libro, quem ibi fol. 41. vides promiſſum. Hinc etiam ſupple in meo Tertio interveniēte numerū LIX. ſub finem.

Quid igitur eſt illud, quod metam ponit numero Aſpectuum? & cur nullus Semiquadratus vel Octilis, nullus Decilis vel Tridecilis, niſi tantùm poſt principia, introducitur? cur Seſquadrus Muſicâ cognatione nobilitatus vel omittitur vel vilis habetur, Semiſextus in Muſicâ peregrinus non inſeritur tantùm, ſed & inter primos oſtentatur? Quia non Muſica format Aſpectus, ſed Geometria utrumque genus; alijs tamen legibus illam, alijs hos. Eſt enim & Harmonicum in Muſica, & efficax in Meteoris, quicquid eſt à figura nobili, quæ ſingularia aliqua habet in Geometriâ privilegia. Sed ſunt diverſæ veluti gentes, Meteorologia & Muſica, ex eadem patria Geometria oriundæ, quarum altera, hoc eſt, proportiones Harmonicæ lib. III. patriam quidem circulum fatebantur, eique ſuam originem ferebant acceptam, non minùs quàm hîc Aſpectus; ſed tamen illæ egreſſæ velut ex circulo, coloniam propriam deduxerunt, ſuiſque legibus degentes ſeſe propagarunt: Aſpectus intra circulum patriam ſuam manentes, legibus non alijs utuntur, quàm quas circuli rotunditas ipſis præſcribit, deſumptas ex figuris planis Regularibus Congruis & circulo inſcriptis.

4. Præcipua cauſa ad formandos aſpectus, eſt Congruentia Figurarum.

Nam in Muſicâ ſeptemviratus ille ſectionum conſtituitur ex Matrimonijs certis, accenſitis etiam fœminis. Verbi causâ, ſubtenſa tribus Octavis, ſeu ſtella Octangularis, ex civibus quidem eſt in Geometria & claſſe figurarum regularium; at præcipuæ nobilitatis non eſt: In Muſicâ verò, arcus ejus, (tres Octavæ circuli) locum eſt nactus, quia natus eſt ex connubio, quo plebeia fœmina, cui nomen eſt Reſiduum (ſc. tres Quartæ circuli) juncta erat Patricio (parti ſc. Quartæ circuli): cujus nobilitas in Geometriâ eſt ex Tetragono. Nam ex hac matre (tribus quartis

quartis) per generationem musicam (per additionem unius Diapason) nata est Pars, tres octavæ; cui, salvo honore senatorio, licet jam ducere aliam plebeiam, cui nomen quinque octavæ; cujus ortus eadem est conditio; nam mater illi quoque Residuum, scilicet quatuor quintarum; pater patricius, una quinta, cujus nobilitas Geometrica est ex Quinquangulo.

Duodecima verò circuli pars, etsi jus civitatis habet in Musica, cùm ejus subtensa sit in Geometriâ præcipuæ nobilitatis, tam suâ virtute partæ (ob Congruentiam) quàm à parentibus acceptæ (sunt enim figuræ nobiles Sexangulum & Triangulum, ex quarum laterum duplicatione est Dodecagonus, præstantior illis, ob aream effabilem) at quia hæc pars duodecimâ uxorem habet, undecim duodecimarum Residuum, quæ in Musicâ, adeòque & in Geometriâ peregrinæ est originis, genus ad Undecangulum referens, figuram non demonstrabilem, eòque civitatis jus adipisci non potest: nullum igitur maritus in Musicâ jus habet septemviratus, ad constituendum numerum divisionum monochordi.

Contrà in Meteorologia mos est alius. Nam ut quisque ipse nobilis seu ortu seu meritis (Scibilitate sc. aut Congruentia) ita plurimùm valet authoritate, reliqui volitant velut umbræ: fœminarum ratio habetur nulla.

Hic igitur Octilis vel Sequadrus, & Sesquadrus, posthabito suo jure in Musicâ, quia subtensas habent ignobiles, sunt de populo, cujus potestas nulla, nisi per absentiam magistratuum, urgente mole negociorum. Hoc est, si diu nulli essent Aspectus primarij; facerent fortassis aliquid etiam hi Aspectus, præsertim si terra humore plena sit, quo casu se ipsam exonerat quandoque sine omni configurationum stimulo. At quia plerumque præstò sunt primarij, Natura sublunaris ab ijs fatigata, non sentit stimulos hos minores.

Decilis verò & Tridecilis, ex illustri quidem sunt familiâ, divisionis circuli denariæ, quæ utitur proportione divinâ; genus tamen suum factis non illustrarunt (quia in solido non omnimodè congruunt); nec capita sunt familiæ: et si quid etiam possunt (congruentes aliquátenus in plano, etiamque cum alijs in solido) id omne præripitur ipsis ab optimatibus ex alijs familijs; aut offuscatur eorum gloria, splendore majori. Nam si natura per Aspectum 30. graduum satis fuit exercita, terra satis per illum exhausta; parum relinquitur aspectui vicino 36. graduum imbecilliori, quod operetur.

Semisexto denique Gr. 30. nobilitas est præcellens ex Dodecagono, & Scibili & Congruo eximiè: nec connubium peregrinum, quod in Musica præstruxerat illi aditum ad honores, in Meteorologia ullátenus obstat. Post hunc Dodecagonum quæ sequuntur figuræ, tam in tribus secretis familijs, Tetragonicâ, Trigonicâ, Pentagonicâ, quàm in mixtura Quindenaria, præterquàm quod omnes jam sunt nobilitatis inferioris, nulla etiam planè habent merita propria (Congruentiæ) itaque lege civitatis inviolabili, honoribus & potestate constituendi Aspectus arceantur.

CAP. VI.

Ex his apparet id, quod in Prolegomenis Ephemer: dixi, *in Aspectuum constitutione valere causas diversas, earumque concursum: & Naturam habere delectum eorum, qui pluribus sunt instructi prærogativis: & Semisexto quædã jura esse communia cum Quadrato;* nimirum Effabilitatem areæ in figurâ; *quædam cum Sextili*, sc. multivariam congruentiam in plano; *quib⁹ junctis copijs semisextus* quodammodo *potentior evadit ipso sextili*, quatenus nimirum potior est Dodecagonicæ areæ effabilitas, effabilitate lateris Hexagonici; quia illam sequitur perfectior in plano Congruentia. Etsi hoc libro IV. Semisextum ego sequi jussi Sextilẽ, sed eodem in gradu.

Trinum etiam & Quadratum, & Quintilem & Biquintilem Prolegomena Ephemeridis faciunt *æquales in primâ & validissimâ causa*; puta Congruentiæ puræ in solido, ad constituendas figuras solidas Regulares; *Trinum & Quadratum* dixi *addere causam secundam, non multò leviorem*; intellige Congruentiam puram figurarum in plano. Hæc quidem etiam Sextili communis est; verùm eam ille non addit primæ, sed separatam ab illâ possidet. Quemadmodum *Quadrat⁹ & tertiam causam addere* perhibetur, puta Effabilitatem plani: non quod eâ non etiam Semisextus participet; sed quia quæ sunt in cæteris singulæ, illæ in Quadrato cumulantur, ut fiat omnium potentissimus.

Sic in colligendis suffragijs pro sextili, *aliquam nobilitatem ei communem cum Opposito esse* dixi, Effabilitatem innuens lateris figuræ, quia est dimidium diametri circuli. Rursum eidem *aliqua nobilitas est communis cum Trino & Quadrato*; nimirum Congruentia pura in plano, de qua priùs. Nam *ejus aliqua solùm particula*, hoc est, Congruentia cum aliarum specierum figuris, *competit Semisexto, & cæteris ignobilioribus. In hac verò* Congruentiæ *particulâ primum gradum obtinẽt Semisexti & Octilis* figuræ: cui posset associari etiam Semisexti stella: quia Congruentia, quam inchoant, continuabilis est, sine mixtura formarum diversarum: *secundum* gradum habent Quintilis & Biquintilis, nisi quòd ijdem nobiliorem habent congruentiam in solido: item Trioctilis, *Decilis & Tridecilis*, quia eorum figuræ continuant quidem Congruentiã; sed non sine mixtione diversarum formarum; & omnes istæ congruunt quadamtenus etiam in solido, secundùm magis & minus: exceptâ *Quincuncis* stella Dodecagonicâ; quæ ideò *in Tertium gradum* refertur: cui etiam *Sesquadrus*, seu Octogoni stella adjungi potest, propter obscuritatem scientiæ.

Extendi quidem gradus etiam ulteriùs, ad *Vigintilem & Quindecilem*, hoc est, ad figuras Quindecim & Viginti angulorum; quibus *Quartum gradum* (in dictâ congruentiæ particulâ solâ) dedi: causam continet nostra pr. III. hujus Libri. *Stellis verò earum Quintus gradus* fuit assignatus, quia Scibilitate pares sunt figuris suis primævis, Congruentiâ longissimè posteriores, ut quæ tantum eorum angulos singulos attinet. Verùm id non erat necesse, ut facerem: cùm ne quidem ad tertium gradum usque, gignantur aspectus planè indubij; possimusque speciosè metam figere pullulantibus Aspectibus, in solidi Congruentiâ, & in perfectâ lateris vel plani Effabilitate. Quare potiùs ex finibus librorum I. & II. petantur gradus nobilitatis Figurarum: ex quibus hoc libro distincti sunt gradus Aspectuum.

CAP.

CAPVT VII.

Epilogus, de Natura ſublunari, facultatibuſque Animæ inferioribus, præſertim ijs, quibus Aſtrologia nititur.

MVlta de hac contemplatione capite ſecundo, multa toto hoc libro IV. nonnulla etiam libro III. ſunt dicta, & ante annum in Prolegomenis Ephemeridum, inque Epitomes Aſtronomiæ Copernicanæ lib. I. fol. 125. rurſum anno 1610. in Tertio interveniente, Numeris à 40. in 43. & à 59. in 72. & 113. &c: inque Reſponſione ad objecta Röſlini; & anno 1606. in libro de ſtella nova, cap. VIII. IX. X. & XXIV. XXVIII. præſertim à fol. 171. in 175. & anno 1604. in Aſtronomiæ parte Opticâ fol. 26. 27. & fol. 224. Nam prognoſtica, quibus de fundamentis Aſtrologiæ certioribus ſubinde vel præfatus vel interfatus ſum, conſultò prætereo, ut quæ non latè ſparſa ſunt.

Cùm autem celeberrimis nonnullis Philoſophiæ & Medicinæ Profeſſoribus viſus ſim novam philoſophiam condere, eamque veriſſimam; omni curâ fovenda & educanda eſt tenella plantula, ut ſunt nova omnia, ut radices agat in animis philoſophantium; neque ſuffocetur humore nimio vanarum ſophiſticationum, neve vulgatarum opinionum torrentibus eluatur, aut negligentiæ publicæ frigorib9 obrigeſcat: quod ſi mihi cavere contigerit; non ego illi à ventis calumniarum, ne frangatur; non à ſolidæ cenſuræ Sole, ne exuratur, quicquam metuo.

Cùm igitur cap. I. Animæ quidem tetigerim eſſentiam, ſed propter ſolas Harmonias, cùm ſecundum Caput non ex profeſſo de Anima ſit, ſed de Harmonijs propter Animam: lubet nunc jam hoc capite diſſerere de Animâ propter ſcipſam, paulò generaliùs: lubet ex Epilogo Syllogum facere omnium, quæ ad præſentem materiam ſpectant; quæque ſparſim, quæ obiter, quæ latenter dicta; hic ſub unum aſpectum referre, totamque rei naturam, continuo orationis filo explicare.

Eſſe aliquam totius univerſi Animam, præfectam motibus aſtrorum, generationi elementorum, conſervationi animantum & ſtirpium, denique ſympathiæ ſuperiorum inferiorumque mutuæ, Timæus Locrenſis ex Pythagoricis placitis apud Platonem defendit; Proclus verò, cùm aliâs, tum præſertim verbis in cap. I. hujus libri IV. tranſcriptis, ſtabilivit. Hanc diverſam à Mente fecerunt; & quòd Mens ſimplex eſſet, Anima iſta multiplex facultatibus; & quòd Ideæ omnium ſenſilium in Mente ineſſent primò per ſe, puræ & identicæ; in Anima ſecundariò, propter Mentem, & ab eâ acceptæ, magis ad materiam inclinantes: unde & nominum diſtinctione uſi, Intellectuales quidem vel Mentales, PARADIGMATA, appellarunt, Animales verò, Paradigmatum illorum ICONES. Summa eo redit, ut Chriſtianus aliquis facilimè pro Mente Platonica Deum creatorem, pro Anima, Naturam rerum intelligere poſſit.

Fol. 115. 117.

CAP. VII.

Quibus illi potissimùm ventis contemplationis agitati ad hæc dogmata appulerint, alijs reliquo excutiendum: ego de meipso dicam. Et primùm quidem de Anima totius universi etsi non repugno; nihil tamen hoc libro IV. dicam: Videtur enim (si est talis aliqua) in centro Mundi, quod mihi Sol est, residere, indeque in omnem ejus amplitudinem commercio radiorum lucis, qui sint loco Spirituum in corpore animali, propagari.

Vide Epilogum lib. V.

De Natura verò, quæ præest elementis, quamque usitato epitheto sublunarem appello, jam à viginti annis ego non dissimilia statuere cepi; motus verò sum ad hoc, non lectione vel admiratione Platonicorum; sed solâ & unicâ tempestatum observatione, Aspectuumque, quibus illæ cientur, contemplatione.

Vide supra fol. 123. 125. 130. 131. 132. 140. 143.

Vidi enim, magnâ constantiâ turbari statum aeris, quoties planetæ vel conjungerentur, vel aspectibus, vulgò Astrologorum celebratis, configurarentur; vidi tranquillitatem plerunque esse in aere, si nulli, vel si pauci inciderent Aspectus; vel si celeriter conficerentur transigerenturque. Hoc verò negocium ego non ita leviter considerandum esse censui, uti vulgus Prognostarum solet; qui sic describunt siderum apotelesmata, ac si illa Dij quidam essent, cœli terræque potentes, omniaque ex arbitrio agentes: securissimi quo medio illa unumquodque perficiant apud nos in terris, cùm ipsa in cœlo maneant, nec quicquam, quod sensibus pateat, ad nos, præter radios lucidos, demittant. Hæc præcipua scaturigo est fœdissimarum superstitionum Astrologicarum. At non valdè Prognostas miror, genus hominum plerumque populare, puerile & somniatorium: magis increpandi videntur Philosophiæ professores celebres; qui cum recipiant hoc ab Aristotele suo, vitam animantum, plantarumque foveri virtute Solis; non perpendunt, percipi ergò ab illis creaturis, virtutem Solis. Iners omninò & somnolenta philosophia, quæ patitur Solem in hæc inferiora agere, ut statuarius agit in materiam exanimem: cùm sculpra Soli & cæla & dolabræ desint, & omnia instrumenta corporea. Quantò vigilantior philosophis hisce, poëta Virgilius, quantò & sapientior? qui ne pluvijs quidem, quæ sunt tamen & ipsæ, pars materiæ, transcribit omnia; sed Terræ sinus comparat *gremio Conjugis* & quidem *lætæ*, hoc est, percipientis, quid sibi fiat, cum voluptate, motuque idoneo maritum adjuvantis: quæ omnia VITÆ sunt indicia, Animamque supponunt in corpore patienti. Nec enim facilè fuerit Soli, militibus idoneis destituto, invadere arcem hanc viscerum terræ; nisi concurrat anima qualiscunque, sedens intus, cum hoste colludens, eique portas aperiens. Videas laborare hujus considerationis neglectu, ceu veterno quodam, plerosque, qui vel minimum Astrologiæ tribuunt: adeò quidem, ut cùm exoriret ego, qui modum demonstrabam, quo sequeretur ex Aspectu mutatio tempestatum; existeret vir celebris, qui ut me refutaret, magnâ asseveratione contendebat, pluviarum materiam (quod suprà fol. 134. in vulgo etiam ridebamus) cœlestem esse: neque tamen, ne sic quidem, docebat, quo pacto fiat, ut cum semper in Terra coëant planetarum radij, pluviæ tunc potius decidant, si radij binorum Planeta-

Oscitantia Astrologorum.

Et Philosophorum.

Principatus influx⁹ cœli est penes Animam sublunarē.

Pluviarum materia ex Terra.

CAP. VII.

netarum faciant angulum 60. graduum, quàm si 59. aut 61.

Ego vero ante omnia Jo: Pici Mirandulæ, Comitis libros XIV. contra Astrologiam mihi legendos censui, rationesque, quas is cuiquè capiti opponeret, excutiendas: qua re factum, ut non tantùm confirmarer in damnatione plurimarum superstitionum; sed etiam in quibusdam nova mihi lux oriretur; dum vim objectionum, ingenij contentione discutiens, rem ipsam penitiùs trospiciebam. Denique fecit liber ille refutando nonnulla, ut ijs ego fidem adhiberem; quibus anteà ut fidem derogarem, astrologi defendendo effecerant. Sic fuit cum Aspectib⁹. Cùm enim ex unâ parte respicerem ad constantissimam experientiam; non quidem nivibus, aut ventis, aut tonitrubus, alijsque, quæ prædicere solent astrologi, sic in specie inhians; sed* generaliter animadvertens, statum aëris quocunque modo commoveri, si essent aspectus, verbi causâ, si essent conjuncti Mars & Jupiter; quiescere, si non essent: ex altera verò parte Mirandulanum audirem, quærentem; quare potiùs credat, Jovem & Martem, cùm videntur simul esse, majora facere, quàm cum sunt separati? quippe conjunctione non augeri lumina, quantum enim possederant separati, tantum afferre in congressum: quod si diversarum qualitatum planetæ coirent, videri alterum ab altero potiùs impediri: hìc inquam ego responsionem quærens, ut Aspectus tuerer, ad quos Meteora sequi videbam: primùm illos, ut causam, deinde hæc, ut effectum, diligentiùs considerare cœpi. Aspectus enim forma, quæ ex configuratione vel angulatione promiscuâ Aspectum facit, quantitas qualitativa erat, imò Relatio talium quantitatum erat, ens sc. rationis. Vt igitur commoveret aërem: oportebat, ut Rationem aliquam priùs moveret, quæ vel aërem, vel id quo is turbatur, in potestate habet. Simul ob oculos versabatur comparatio Aspectuum cum Concordantijs Musicis, à Ptolemæo tradita, à Cardano explicata, à Mirandulano verò nimis temerè explosa, quâ analogiâ plurimùm sum adjutus in causarum indagatione. Nam pleraque, quæ Mirandulanus aspectibus opponebat, opponi posse videbam & contemperationi duarum vocum. Nihil sanè efficit ne sonorum quidem duorum tripla proportio vel sesquialtera, causâ acuminis; & tamen grati sunt soni, si sunt in tripla vel sesquialtera; contrà abhorrent, si sunt in septupla vel sesquisextâ. Cùm igitur Rationalem oporteat esse rem, quæ triplam à septuplâ dijudicat, Animam sc. auditui præfectam; oportebit & in Radiationum negocio, Rationalem esse creaturam, quæ discernit inter 60. graduum, interque 59. vel 61. subtensas; sive illa discursu ad hoc utatur, ut homo intelligens Geometriam: seu à solo instinctu concreato id habeat, ut formæ plantarum, quæ numerum certum foliorum inde à rerum ortu sibi creditum custodiunt, semperque architectantur. Nulla hic vis est mixtionis, velut ad mensuras medicas exactæ, nulla corporis instrumentorum; nec delectant soni, animantve radij, quia sic sunt contemperati, ut cùm calidæ frigida misceetur, quoad resultet qualitas, corpori loturo respondens: Nam in talibus mixturis optima temperatura esse solet unica, cæteræ illi omnes secundùm magis & minus appropinquant. At inter configurationes, inter-

*Cave ambiguitatem

Ad Effectus Meteoros generaliter concurrunt Aspectus inter causas: at aliq. longam partem anni, ejusq; qualitatem continuam & generalem Aspect⁹ quotidiani non causantur, sed aguntin dies tantū singulos, in quos incidunt. Vide infra.

Consideratio causæ Tempestatum.

CAP. VII.

interque sonorum intervalla, plures sunt metæ, & in solis his metis est ratio hinc Consonantiarum, inde Aspectuum; ab ijs metis si vel parùm digrediaris, jam statim perijt ratio in solidum. Ut primùm enim Sol, verbi causâ, Saturni quadratum superavit; jam omnis Naturæ extimulatio deferbuit, cessatque per triginta dies totos (quoad Saturni quidem & Solis radios) eòusque dum Sol ad Trinum Saturni venerit; tunc iterum incitantur tempestates unico die, cessantque iterum, illo transmisso. Tales non sunt alterationes corporum: ut quæ tempus omne ab initio ad finem occupant, nunquam intermittentes, sed cum augmento causæ, cumque tempore crescentes, iterumque diminutâ illâ, remittentes. Uno verbo, sicut se habet linea ad Numerum, sic vulgò notæ corporeæ commotiones, se habent ad hos configurationum stimulos. Quæ si quis diligenter perpendit, nullâ is difficultate secum concludere poterit, ut Numerum, sic has quoque commotiones momentaneas, ab Aspectu, Rationis Ente, profectas, non corporis esse sed Animalium facultatum: Animam itaque esse oportere, quæ ab Aspectu admonita & velut excitata, cieat meteora & tempestates.

Non sunt naturales.

Sed Animales.

Quæ verò aut cujusmodi hæc esset Anima, potissimùm ab ejus sede in mundo colligere potui. Cùm enim aspectus, ad quos moventur tempestates, sint anguli duorum radiorum, non ij qui in uno vel altero se mutuò aspicientium Planetarum; non qui in Sole, quantitatis longissimè diversæ; sed qui hîc in Terra formantur: neque planetæ ipsi habeant notitiam angulorum, quos illorum radij hîc in terrâ formant, nisi illos Astronomos faciamus: sequitur igitur, ut Anima, quæ ad præscriptum Aspectuum ciet aërem, hîc in Terris sit. Cùmque vis illa, comitans Aspectus, per totum orbem Terrarum sentiatur; anima illa æquè latè fusa erit; Et cùm materia pluviarum, ventorum, nebularum, tonitruum, chasmatum, quæ tempore Aspectuum eliciuntur, sit vapor humidus, vel spiritus; alius siccus & igneus, ex terrâ ebulliens & exhalans (Nam cur hîc solum Aristotelem audiat Philosophus; spreto Rodolpho Agricola, imò agricolis omnibus, suisque adeò proprijs sensibus? cùm quotidie videat, ingruentibus pluvijs, montium cacumina nebularum vim magnam evomere): erit igitur anima ista, non in superficie tantummodò telluris, sed intus etiam in cavernis subterraneis, in meatibus montium; denique Terræ globus tale corpus erit, quale est alicujus animalis: quodque animali est sua Anima, hoc erit Telluri hæc, quam quærimus, Natura sublunaris, quæ ad præsentiam aspectuum movet tempestates.

Anima in terra.

Vide fol. 134. 143.

Fol. 133.

Fol. 131.

Materia tempestatum ex Terra surgit.

Fol. 133.

Terra animal.

Hic valdè me confirmavit id ipsum, quod alium aliquem absterrere potuit; scilicet, quòd non semper ad amussim respondent commotiones Tempestatum Aspectibus; sed terra subinde segnis videtur & contumax: alio tempore (scilicet post graves & diuturnas configurationes) exacerbata, indulget evaporationibus, etiam sine aspectuum continuatione. Non est quippe Terra, animal tale, quale Canis, ad omnem nutum promptum; sed tale, quale Bos aut Elephas, tardum ad iram, tantòque violentius, cùm excanduit.

fol. 155.

Aspectus sæpè irriti.

Quæ analogia cùm succederet; effecit, ut eandem ulteriùs prosequerer;

querer, comparans etiam corpora Animantum cum corpore Terræ: videbam pleraque omnia, quæ ex corpore animantis provenientia, testantur animam in illo in esse, provenire etiam ex Telluris corpore. Ut enim corpus in cutis superficie pilos, sic terra plantas arboresque profert; inque ijs ibi pediculi, hic erucæ, cicadæ, variaque insecta & monstra marina nascuntur: & ut corpus lachrymas, blennam, auriumque recrementa, est ubi & gummi ex faciei pustulis, sic Tellus electrum, bitumen: utque vesica urinam: sic montes flumina fundunt; & ut corpus excrementum sulphurei odoris, crepitusque, qui etiam inflammari possunt, sic Terra Sulphur, ignes subterraneos, tonitrua, fulgura: utque in venis animantis generatur sanguis, & cum eo sudor, extra corpus ejectus; sic in venis terræ, Metalla & fossilia, vaporque pluvius.

CAP. VII. Animæ Terrenæ opera.

Oportet igitur, ut sicut Animantia reliqua cibum potumque hauriunt, sic etiam Tellus, canalibus certis, aliquid materiæ trahat: ex quâ illa tam multiplicia excoquat, quia ex nihilo nihil fit; trahit autem sorbetque aquam marinam; quæ causa est cur æternis tot fluminum infusionibus mare nunquam redundet. Hic quàm absurdi sint, qui metalla solius Solis operationi tribuunt, citra Telluris operam, ex antedictis colligere potes.

Terræ pabulum.

Respondi etiam in libro de stella nova ad vulgarem illam objectionem, quòd Terra, si animam haberet, etiam crescere debere videatur; membraque motui apta habere: Nam prout corpus est, pro eo & anima respondet, facultatesque ejus; cùm hæc anima sit ob Terræ corpus; non verò hoc corpus, sic sit ob Animam, sicut corpus hominis est ob Mentem, principem Animæ facultatem: si igitur incrementis Terra opus habuisset, si pastu alio, quàm dixi, velut ex venatu; fuissent & ista munia huic Animæ commissa, & idonea instrumenta data: quæ Socratis morituri philosophia fuit in Phædone, omnia Menti gubernatrici, omnia deliberationi de eo quod optimum, tribuens. Itaque si quis argumentetur: quatuor solas esse facultates Animæ; quarum nulla huic Animæ Terrenæ competat, non esse ergò aliquam in Terra animam; hunc ego jubebo hanc quintam ad numerum addere, eodem exemplo, ijsdemque argumentandi legibus, quibus illæ numero quatuor, in homine scilicet, inventæ sunt.

Quæ spec[illegible] Anima Telluris.

Ut autem Terræ tantò confidentiùs Animam tribuerem, moverunt me etiam alia, quæ passim per libros meos cæteros inculcata, in Epitome Astronomiæ Copernicanæ fol. 125. fasciculo collegi: præcipuè hoc, quòd formatrix facultas est in visceribus Terræ, quæ fæminæ prægnantis more, occursantes foris res humanas, veluti eas videret, in fissilibus lapidibus exprimit, ut Militum, Monachorum, Pontificum, Regum, & quicquid in ore hominum est, novos insolentesq; habitus. Hoc quidem rariùs; illud perpetuò, quòd in gemmis & fossilibus exprimit quinque corpora regularia Geometrica: Nam de opifice testatur opus. Quibus addat, qui Copernicum sequitur, volutionem globi Telluris diurnam, perpetuam & æquabilissimam: quam inter hujus Animæ munia rectissimè accensebit.

Animæ Telluris imaginatio.

Geometria in gemmis.

Motus corporis sui.

Cap. VII.

In Terrâ sensus Tactus.

Quid quòd & sensus quidam vel tactus vel auditus Telluris globo inesse videtur, argumento hoc, quòd constanti plurimarum provinciarum traditione confirmatur, si quis in altissimorum montium cacumina enisus, lapillum in hiatus quos habent illi profundissimos conjiciat, unde solet exitari sonitus; aut si in lacum montanum (qui procul dubio & ipsi fundo carent); è vestigio tempestates excitari. Sic enim & animalia, si quis in teneros aurium nariumve meatus titillans, aliquid inserat; horrore correpta, caput quassant, aut in cursus se præcipitant.

Terræ morbi.

Sunt & sui certis Telluris tractibus languores, & internæ viscerum vicissitudines: interdum enim humore nimio abundant; interdum cruditate aut concoctionis imperfectione laborant, quando loco pluviarum tempestivarum, meri venti proveniunt; interdum veluti causo correpta, nihil humoris, sed pro eo sulphureos halitus, aut madores pestilentes exsudant. Itaque non injuriâ in libro de Nova stella, fol. 173, omnes concoctionis facultates, Attractricem, Retentricem, Expultricem, in illâ quærendas admonui, quippe harum affectiones sunt, Morbi illi.

Terræ respiratio.

Quid verò similius est respirationis Animalium terrestrium, & imprimis, reciprocationis illius Piscium, dum sorbent aquas ore, exprimuntque vicissim per branchias; quàm ille mirabilis fluxus & refluxus Oceani semidiurnus: qui etsi ad Lunæ motus se accommodat, sic ut probabile mihi sit visum, in Præfatione commentariorum Martis, undas à Luna trahi, ut ferrum à Magnete, virtute corporeâ unitionis corporum; quod & nuper in prolegomenis Ephemeridum, quo loco Davidis Fabricij opinionem examino, repetij: tamen si quis disputet, Tellurem ad Solis & Lunæ motum accommodare suam veluti respirationem, sicut Animalia Somni vigiliarumque vicissitudines cum diei noctisque, habent easdem: hunc ego non iniquis auribus audiendum in philosophiâ censuerim; præsertim si accederet aliquod indicium flexibilium, in profundo, Terræ partium, quæ vicem sustineant pulmonum aut branchiarum. Nam si talis aliqua natura sit illarum, qualis est aëris nostri, condensabilis & extensilis; jam non opus erit ad hanc respirationem, motu superficiei Terræ, analogo scilicet motui musculorum diaphragmatis, in corpore humano respirante.

Vnde fluxus & refluxus Oceani?

Quæ verò possit aptior esse ratio receptionis aquarum marinarum, introrsum in culinam veluti Metallorum, nisi hæc ipsa, per Euripos istos semidiurnos perpetuos? Quid aliud suspicari facit casus ille mirabilis; quando paucis annis antè quàm frequentia mercatorum Antuerpiam desereret, Fluxus & Refluxus Oceanum, die quodam deseruit (exterruitque civitatem non mediocriter); Luna cursum suum non deseruit? Nimirum Terra ipsa compos hujus reciprocationis, licet illa motu naturali participet, continuit unam illius diei respirationem; sicut Animantes interdum continent Animam, quamvis motus Diaphragmatis ipse etiam naturali mixtus sit.

Quanquàm rectiùs fortè respirationem aliquam, Terræ necessariâ, ex Animæ præsentiâ, quàm Animam ex respiratione, probaverimus.

Nam

CAP. VII.

AnimaTelluris est ut flamma.

Nam ut jam velut re certâ, quòd sit in Tellure anima, ad contemplationem ejus essentiæ veniamus: equidem illa non tantùm aliqua lux est, qualis est ignium, & cincindularum, à se ipsâ pendens, non ab illuminatione ex sole; argumento hoc, quòd lucidos planetarum radios quodammodò persentiscat; sed planè flamma quædam esse videtur, (respiratione scilicet, seu sorbitione fovenda) argumento caloris subterranei perpetui & sensibilis; cujusmodi sine animâ, nullus actu in materiâ nudâ perennat; at ne potentiâ quidem inest in rebus ab Animalium stirpiumque substantiâ exeuntibus, nisi ab Anima Formisque, quæ igneum quid sunt, progenitus. Vide Optica mea, fol. 25. 26. 27.

Vnde calor subterraneus.

Hanc Animæ Telluris veluti materiam assignabimus; in quam jam sit impressa loco formæ, imago vultus divini, cum Ideis tam Circuli, rationumq; ejus omnium, quàm corporis sui sensilis, cui regendo præfecta est, Mundique adeò totius, in quo corpus ejus futurum erat. Habet enim Deus non exemplaria tantum geometrica secum, sed etiam conceptus creandarum omnium rerum sensilium; quæ omnia simul transeunt in Animas, Dei exemplaria, pro cujusque vel captu vel usu. Relucet igitur in Anima Telluris, imago quædam circuli Zodiaci sensibilis, totiusque adeò firmamenti, vinculum sympathiæ rerum cœlestium & Terrestrium; relucent multò maximè in illa Archetypi omnium ipsius muniorum, omniumque motuum, quibus corpus suum quocunq; sensu moveat: quam alij δυνάμιν, ego ἐνέργειαν lubentiùs nominaverim. Est enim animarum essentia hæc, est veluti ῥύσις quædam hujus flammæ ista, quòd semper ita sint comparatæ secum Animæ ipsæ intus, ac si agerent id, cui peragendo factæ sunt, sive actu potiantur instrumentis corporis, sive impediantur. Deus quippe est substantialis Energia, & ipsâ hac energiâ subsistit (ut de divinis humano more balbutiam): & imaginis igitur divinæ essentia ἐν τῷ ἐνεργεῖν consistit, ut flammæ ἐν τῷ ῥύειν: ut nisi Deus æternùm illam sustentaret, irradiando ejus veluti materiam, subitò desitura extinguendaque fuerit. Quanquàm ad individuationis suæ principium non tantùm corpus, cui regendo præficitur, sed etiam hæc ipsa materialis (quam prius descripsi) particula sui requiratur, distinguens illam à cæteris Animabus.

fol 115. 119. 121. AnimaTerræ est quidã Zodiacus.

F. 129. 141. Causa sympathiæ cœli & Terræ. f. 122. 123. Anima est energia.

f. 123.

Principium individuationis Animæ.

Quatenus igitur hæc Anima, Circuli Zodiaci, seu potiùs ejus centri, gestat ideam; persentiscit etiam, q planeta quovis tempore sub quo Zodiaci gradu versetur, angulosque radiationum, coëuntium in Terrâ metitur; quatenus verò ex Divinæ essentiæ irradiatione, rationes circuli Geometricas, & (per circuli comparationem cum certis suis partibus) Harmonias Archetypales suscepit, non purè quidem geometricas, sed radiationum lucidarum veluti saccaro quodam inductas, imò penitus imbutas: mensuras etiam angulorum jam agnitas, has Congruas seu Harmonicas, illas incongruas judicat: quatenus denique eadem anima complexa est ideas suorum operum, (quorum uniuscujus-

fol. 139. fol. 134. 135. 142. Aspectus cognoscit AnimaTerræ proprietate essentiæ. f. 120. 124. fol. 143.

CAP. VII.

cujusque causâ illa est veluti circulus quidam operativus); in illa etiam sua opera semper fertur; insigniùs tamen tunc, si tres hi circuli concurrerint & conspiraverint in unum, hoc est, si anima per Aspectus sui ipsius admonita, operi suo cum aliquo excessu institerit. Nunquam quidem illa cessat à coquendo, nec unquam hæc coctura est sine fumo & vapore: quin ex fumo fossilia fiunt, (ut ex fumis fornacum metallicarum consistit Arsenicum); ex vapore verò tepido, intus in lapidosis Terræ crustis refrigerato, inque guttas coacto, flumina ad suas destillant origines; ex eodem forâs supra Terræ superficiem expirante, aër spirabilis, qui p. noctem in rores coiens deciderat, quotidiè renovatur. Hoc verò Animæ Terræ opus, etsi perpetuum est: opus tamen fuit excessibus aliquibus in evaporando; non continuis toto aliquo tempore: sed ad certos dies redactis; ut ex copia vaporum forâs emissâ pluviæ tempestivæ, Solibus tamen intercurrentibus, suppeditarentur, superficiei Terræ refocillandæ humectandæque causâ; unde fruges & pabula Animantibus succrescere possent.

Fol 141.143

Animæ Terræ munia perpetua.

Fol 130.131. 132.

Cur excedentia per Aspectus.

Objicere quis mihi posset Africæ & Peruanæ penitissima, lineæ æquinoctiali subjecta, quibus locis continuæ pluviæ per totam æstatem decidunt; ubi igitur hic distinctio Aspectuum à configurationibus inefficacibus? ubi vicissitudines Solium & imbrium? & an non cursus Solis, planetæ solitarij, sine respectu configurationis cum alijs, solus facit omnia? eaque non ut Ens rationis, sed ut causa naturalis, quatenus sc. intendit ijs partibus calorem & æstum, ut ad partes sic tostas, ex terræ visceribus, expiret attenuatus humor? Respondeo, actionem hanc naturalem Soli non esse negandam; at ea non est solius Zonæ torridæ propria, sed etiam penes nos spectari potest. Nam Sole in nostro Hemisphærio per æstatem obversante, plerunque copiosiores imbres decidunt, quàm per hyemem, absente sole, solet esse ulla nix. Quod autem nobis augentur flumina liquescentibus nivibus, quæ imbribus decidentibus, non adeò videntur augeri, certè non adeò diuturnis incrementis, id partim inde fit, quia nivium minutatim decidentium singulæ tunicæ cumulantur, & in promptuario per multos menses vi frigoris asservantur; cùm imbres æstivos, etiam largissimos, terra Solibus arens, potissimâ parte hauriat statim: partim verò inde fit, quia nix in Alpibus, nisi æstivis imbrib⁹ copiosissimis decidentibus, dissolvi non potest: ut sic continua illa fluminum incrementa non sint solarum nivium, sed etiam junctorum imbrium. Quare si omnia expendas, major humoris copia plerumq; per æstatem exsudat etiam penes nos, quàm per hyemem. Hoc igitur impetrat objectio, ut sit concursus causarum cœlestium, quarum sit alia naturalis, calor Solis; alia rationalis, Aspectus; sit etiam concursus causarum sublunarium, ut non tantum una Zona plus habeat humoris quàm alia, sed etiam in eodem climate una regio plus quàm alia, suis de causis. Interim etiam in Torrida plus pluere potest sub tempus Aspectuum, quàm diebus ab aspectibus vacuis.

Solem etiā citra Aspectus ciere vapores.

Vt augeantur flumina

Hanc verò quam secundo loco dixi, characterisationem Animæ terrenæ, factam à Zodiaco sensili totâque adeò sphærâ, fixarum, illud

etiam

Cap. VII.

etiam confirmat: quod magno temporum omnium consensu constat, si novi quid in cœlo existat, seu secundùm ordinarium cœli cursum, ut sunt rariores congressus plurium siderum, ut Eclipses Luminarium insigniores, sive præter naturam communem, ut Cometæ aut stellæ fixæ novæ: simul etiam Naturam sublunarem turbari non usitatis affectibus; ut sunt ingens & continua vis pluviarum, præter modulum aspectuum, aut contraria siccitas & squalores, Terræque motus comites; denique madores aëris insueti, qui catarrhos pestilentes aliasque lues epidemicas ijs potissimùm locis inferunt, unde expirant majori vi, aut quorsum crebrioribus ventis deferuntur.

Vnde Cometis & Eclipsibus sui effectus.

Ad eòque etiam aliquid simile Memoriæ Animalium huic Animæ inesse, monui in libro de stellâ nova, Cap. X. fol. 44. Nam hæc est Natura rerum omnium, quæ luci sunt cognatæ, ut excitæ à luce Solis, aut saltem diei, affectionem aliquam concipiant, ad certum tempus durabilem. Sic in oculis Spiritus visorij, lucis soboles, imbuti ab improvido conspectu Solis, quocunque aversis oculis, gerunt circumferuntque hanc imaginem, etiam inviti. Sic inter Chymistarum arcana est mirabile hoc & imprimis commemorabile experimentum, quod gemmas, ut nuper admodum rescivi à quodam αὐτόπτῃ, apparant, quæ cùm lateant in tenebris, ut alia lumine cassa; si quis tamen illas luci solius diei exponat, incenduntur eâ ut candelæ, splendoremque secum in tenebras etiam deferunt, lucentes ut oculi felium; qui brevi tempore iterum extinguitur. Tale quid accidit huic animæ, quam luci & igni cognatam dixi, ut illâ in plaga (punctum enim est illa, plagis distinctum, seu circulus Zodiacus potentialis) in qua congressi fuerunt superiores planetæ, aut Eclipsis apparuit, concipiat characterem conjunctionis, durabilem in aliquod tempus; itaque quoties planetarum aliquis, præcipuè Sol vel Luna, locum transit, ipsa vim suam talem exserat, qualem ad ipsam conjunctionis extimulationem exsereret. Totum hoc negocium, inquam, simile est memoriæ animalium. Nam hominis semel visi speciem animo circumgesto, nec tamen eum præsentem semper habeo cogitationibus: at ubi rursum apparuerit ille aut similis aliquis, hic jam de novo elicitur & in actu cogitandi constituitur, species illa pristina, per reminiscentiam. Etsi nobilior in hoc est hominis memoria, quòd rei memoratæ non tantum ab occursu forinseco admoneor, sed etiam meipsum quoties volo admoneo: quia nimirum discurrendi facultas adest homini, quæ deest huic Animæ. Verùm hæc in contemplatione Animæ humanæ erunt evidentiora.

Fol. 110. 111.

Lapis à die incensilis.

Vnde locis congressuum efficacia sua.

Memoria Animæ Terræ.

Nunc una difficultas, suprà etiam tacta, sed leviter, est dissolvenda, de modo & medijs receptionis. Nam quòd nos homines sensilium species introrsum in Animam recipimus, res videtur expedita & plana; sunt enim in propatulo foramina pupillarum, per quas ingrediuntur; est oculus, speciei formator; est crystalinus humor, Penicilli radiosi temperator; est Retiformis optici nervi tunica, picturæ rerum exteriorum exceptrix. Nihil tale apparet in corpore telluris, nullus hic oculus, quo Anima terræ videat radiationes Planetarum, eorumq; angulos: quomodo igitur lucem sentiet sine visione, quomodo percipiet

Quomodo anima Terræ percipiat aspectum.

CAP. VII. Ver⁹ videndi modus.

piet aut excipiet angulos sine instrumēto? Difficultas est aliqua, fateor: at si penitiùs rem intuearis, communis illa est & hîc & illîc. Adi meæ Optices Astr. partis pag: 169; videbis antiquam querelam, etiam de visu humano. Nam etsi loco illo modum videndi à me tandem post tot frustraneos aliorum conatus solidissimè demonstratum fatentur diligentiores Optici & Medici Anatomici (quanquam Fr. Aquilonius, cujus magnum opus Opticorum ante 4. annos prodijt, librum meum non vidit, eóq; in antiquo errore circa modum visionis, novam, sanè quàm pulchram irritò struxit pergulam): tamen ille videndi modus non ultra retiformem tunicam sese porrigit, quâ perspicui sunt humores oculi: superest adhuc quæstio, nec dum à Physicis, ad quos provocavi, discussa, quomodò pictura rei videndæ, à me formata in retiformi tunicâ, inde porrò per opaca corporis introrsum recipiatur ad Animæ penetralia? anne forâs anima progrediatur in ejus occursum? & quæ his adhærent. Atq; ego, ut ingenuè fatear, plus in visione hæreo, quam in hac perceptione anguli radiorum: de qua videor mihi balbutire aliquid non ineptè posse, cùm in illâ omninò sim mutus.

Fr. Aquilonius.

Possem quidem salvâ rerum summâ subterfugere speculationis laborem, & quærenti, quibus oculis anima Terræ videat radios siderum? respondere; Ijsdem, quibus vidit militem cum laciniosis caligis, cujus imaginem plantavit in lapide fissili. Verùm inertia mors est philosophiæ: vivamus nos & exerceamur.

fol. 125. 139. 140. 143.

Primùm anima puncti rationem sortita est actu (saltem ratione alligationis ad corpus suum), circuli figuram potestate; quæ cùm sit Energia, didit sese ab illâ sede puncti, in circulum; sive enim sentire debeat res externas, illæ sphæricum in modum sese circumstant; sive corpus regere, corpus quoq; circumjectum habet, ipsa latet intus, radicata in puncto ej⁹ certo, unde exit p speciem sui in corpus reliquum. At quî exeat, nisi per lineas rectas? hoc enim verè est exire; quî alium exeundi morem habeat, ipsa & lux existens & flamma, quàm à fontibus suis exeunt alia lumina, lineis sc. rectis? Egreditur igitur versus exteriora corporis, ijsdem legibus, quibus circumstantia firmamenti lumina versus illam in puncto residentem ingrediuntur. Cùm autem tota dimidij globi terreni superficies, omniaq; adeò puncta supficiei aëris, quo amictus est ille, ab uno & eodem Planeta irradiētur radijs infinitis; ex ijs omnibus unus sol⁹ tendit versus punctum illud, quod est sedes animæ; Et vicissim, cùm Anima in omnia supficiei corporis sui puncta, lineis infinitis exeat, (instar radiorum Solis, quia & ipsa lux quædam est, & spiritus vulgò celebrati videntur nihil aliud esse, quàm hi radij rectilinei, & hæ animæ species): una tamen sola linea ex omnibus est, quæ ex centro in illud superficiei punctū tendat, quod feritur à Planetæ illo unico radio, qui versus sedem Animæ tendit. Ponamus igr, in hoc consistere perceptionē uni⁹ planetæ radiorum, quando hujus incursus & illius occursus in unam lineam rectam geometricam congruūt: exemplo visionis simillimo, quæ in solo & unico perpendiculari, medio totius oculi radio, est perfecta & accurata. Ponamus & hoc, quod in Dioptricis prop. XLV, ut singulare arcanum sensionum omnium, inculcavi, Nullam fieri sensionem rei

Quomodo corpus suū moderetur Anima Terræ.

externæ

externæ, nisi quaten⁹ eâ re sensorium instrumentum afficiatur. Anima enim per illos excursus specierum sui, fidam habet noticiam omnium membrorum corporis sui, eorumq;, quæ in illorum unoquoq; nova fiunt quovis tempore. Quibus positis, sequitur, ut si fiat à Planeta talis impressio in aliquod punctum aëris, quæ non tendat versus sedem animæ, sed præter illam, ad latus; anima illius quidem puncti sic affecti speciem, per suæ speciei recursum excipiat; sed ut rem nihili, vilipendat: sin autem in aliquod superficiei aëris punctum fiat impressio talis, quæ tendat versus Animæ sedem; etiam hoc punctum sic affectum, Animæ nuncietur, & hæc sensio, ut ad Animam pertinens, æstimetur, à cæteris distinguatur; eòq; in illo solo puncto Anima stellam sibi imaginetur, in cæteris jam dictis minimè. Actuatur n. & veluti illuminatur radius Animæ, à radio stellæ, in eandem rectam congruente; sicuti actuatur color rerum visibilium à lucis adventu; & sicut actuatur visio, cùm nos colligimus, & perpendimus nos videre. Hoc cùm sic habeat non in uno tantùm, sed & in duobus planetis; duo etiam signa inveniet anima, in duabus partibus sui corporis. Sive jam rotundum sit ej⁹ corpus, sive inæquale & asperum; Anima illud in sphæræ modum sibi in uno puncto sedenti circumjectum habet, radijsq;, seu speciebus sui immateriatis, aut, ut alij, actib⁹ secundis, de se circùm emissis, expirat veluti perfectum sphæricum, quousq; corpus ejus patet; eòq; illud ad ideam circuli, & quidem Zodiaci circuli, circa suam sedem, ut centrum, descripti, examinat, & partes ejus interstinctas dimetitur. Ita neq; Terram opus est concedere pellucidam usq; ad centrum; neq; animam exire usq; ad sidera, nihilo tamē minùs modus patet, quo configurationum anguli sentiãtur ab Anima.

Hac quidem suppositione dissolvuntur omnia argumenta, quæ Picus Mirandulanus ad evertendam doctrinam de Conjunctionibus magnis, deq; aspectib⁹, attulit. Nam quia Anima omnia mundi corpora circa suæ sedis punctum disponit (imaginando) in formam sphærici, omnes planetas in forma circuli, idque lege rectarum, ex uno puncto eductarũ; nihil igitur interest, magna stella sit an parva, multum an parum itineris in cœlo conficiat, alta an vicina Terris sit. Hæc enim omnia sic movēt Animam, uti percipiuntur; percipiuntur autem ijsdem legibus, quibus & à nobis videntur, sc. omnes ut æquealti, & ut motu secundo carentes, motu verò primo diurno æquè celeres, nec magno quantitatis aspectabilis discrimine. Cætera quæ ad Pici argumenta responderi possunt, require loco sæpe allegato libri mei de stella nova. Satis in præsens de Anima Terræ, quam Naturam sublunarem dicunt.

Quicquid hactenus de Anima Telluris est dictum, id similiter etiã ad facultates Animæ humanæ applicari potest: pleraque tamen in his sunt evidentiora, tantòq; magis multiplicia, quantò quàm illa, pluribus munijs istæ præfectæ sunt.

De principe quidem animæ facultate, quæ Mens dicitur, præter illa, quæ suprà Cap. I. ex Proclo attuli, nihil admonet negocium Radiationum, quod dicam amplius. Est illa punctum, ut Mens; est circulus, ut Raciocinatio; est imago, vultus divini; est Harmonia, quoad energiam unam; sunt in eâ Ideæ & species mathematicæ, per circulum; dat illa

hisce

CAP. VII: Quid sit sentire, & quomodo fiat.

Valent in Animam Terræ, ejusque opera deceptiones Opticæ.

De Anima hominis.

De Mente.

f. 140. 143. 139. 120. 123. 135. 124 115. 117.

CAP. VII.

hisce, dat & Harmonijs, ESSE suum intellectuale. Hæc omnia requirat lector ex superioribus: hîc pluribus non est opus. Unum hoc moneo de Procli argumentatione; Non videri illam niti bonis exemplis: dum inculcat, Ideò lineas superficies & puncta in animâ statuenda: quia in sensilibus nullæ puræ & separatæ superficies, lineæ vel puncta sint. Atq; nec in Animâ est linea pura, seipsâ subsistens; sed inexistit in superficie mentali, cujus est extremitas, non minùs quàm in sensilibus quantitatib⁹ corporeis, inest superficies mera in extremitate corporis, linea mera in extremitate superficiei, punctum merum in extremo lineæ: imperfectarum enim quantitatum ESSE, est INESSE IN PERFECTIS.

Aliter in mẽte Generata Mathematica.

Scilicet GENERA quidem Mathematica, non sunt aliter in Animâ quàm universalia cætera, conceptusque varij, abstracti à sensilibus: at SPECIERUM Mathematicarum illa, quæ Circulus dicitur, longè aliâ ratione inest Animæ, non tantùm ut Idea rerum externarum, sed etiam ut forma quædam ipsius Animæ; deniq; ut promptuarium unicum omnis Geometricæ & Arithmeticæ scientiæ: quorum illud in doctrina Sinuum, hoc in mirabili Logarithmorum negocio est evidentissimum; ut in quibus ex circulo ortis, abacus quidam inest omnium multiplicationum & divisionum, quæ unquàm fieri possunt, veluti jam confectarũ. Sed satis de Principe Animæ facultate; Veniam⁹ nunc ad inferiores.

Aliter Species & Circulus.

Sinus Logarithmi Ill. L. B. Neperi

Facultas itaque vitalis in Homine, non Harmonias tantum radijs lucidis involutas secum habet, sed etiam Harmonias, sonorum speciebus incrustatas. Et sonos quidem auribus haurit, ut objectum proprium; Radios verò siderum, non ut oculis eos, sed ut illo ipso perceptionis paulò superiùs explicatæ obscuriori modo admittit, ad Harmoniæ connatas Ideas examinat. Nam ea quæ videntur oculis, serviunt discursui; Harmoniarum agnitio sine discursu est. Sic innatam esse pullo gallinaceo ideam milvij, sciscit I. C. Scaliger; non eam quidem simplicem, sed cum notâ fugiendæ perniciei.

De Vitali facultate.

Scaliger de Ideis.

Hinc igitur habent hoc Animæ humanæ, quòd sub tempus aspectuum cœlestium præcipuos capiunt impet⁹, ad negocia, quæ sub manibus habent, peragenda. Quod enim est bovi stimulus, equo calcar aut celetismus, militi tympanum & classicum, auditoribus oratio incentiva, turbæ rusticorum modulatio per fistulam, utriculos & panduram; hoc est universis, præcipuè verò in unum congregatis, configuratio cœlestis idoneorum Planetarum; ut & singuli in suis meditationibus operisque incitentur; & universi ad conspirandum, sociandasque dexteras promptiores fiant. Itaq; in militiâ videas plerumq; prælia, pugnas, invasiones, assultus, expugnationes, tumultus, Panicos terrores, sub tempora Aspectuum Martis & Mercurij, Jovis & Martis, Solis & Martis, Saturni & Martis &c. existere: In Epidemicis morbis plures tempore validorum Aspectuum decumbere, graviùs torqueri; aut etiam mori, Naturâ sc. deficiente in luctâ cum morbo, ad quam luctam (non verò ad mortem) incitatur ab Aspectu. Quæ omnia non cœlum ipsum facit sine medio, sed Animæ facultas vitalis, cum cœlestibus Harmonijs opera sua consocians, principatum tenet in hoc, vulgò sic dicto, influxu cœli. Scilicet hæc vox Influxus fascinavit philosophos nonnullos, ut cum

Quid possint astra in vitalem facultatem.

Quomodo tumultus bellici à cœlo.

Quomodo lues.

cum ineptiente vulgo ipsi insanire, quàm mecum sapere mallent. Quorum sanè quàm infirma est cathena, Astra agere in aërem, hunc in temperamentum corporis, hoc jam in Animam. Esto hoc in quibusdam, at quid hoc ad Aspectum, ens rationis? quomodo hunc capiet elementum aëris, quomodo corpus? nisi suâ uterque animâ, quæ aspectum primò per se percipiat, modo à me dicto.

CAP. VII.

Flammam aliquam esse, vitalem hanc facultatem, incensam in corde (eoque mori absumpto pabulo, cum Mens perennet), probavi in Opt: Astronomiæ parte, fol. 26. luculentâ comparatione cordis, ejusque reciprocorum motuum, Systoles & Diastoles, cum clausâ lampade, in quâ flamma sit fovenda oleo, ventilatione, effumatione.

Vitalis facultas est flamma.

Hac igitur essentiæ ejus proprietate nititur imprimis admirabile illud negocium genethliacum. Cùm enim vitalis facultas, incensa in corde, flagransque quamdiu vita superest, sit quidam circulus Zodiacus; cùm consistat ejus essentia in energiâ, & veluti fluxu flammeo: hinc fit, ut totius Zodiaci sensilis figura influat in illam, recens à partu incensam, inque illam inolescat penitus, (cœlo licet post partus momentum in alia omnia eunte & transfigurato): in hac ideâ animali circuli Zodiaci, loca omnia signet, quæ Planetæ sub fixis, quæ ortus, occasus, aut medium cœli obtinuerunt.

Quomodo genesis quénquam sua gubernet, quo fundamento.

Præ reliquis verò rebus Astronomicis, multò maxima necessitudo intercedit Harmonijs radiosis, cum ortu primo & formatione hujus vitalis in homine facultatis. Diximus enim, quamlibet Animæ facultatem esse circulum, ratione essentiæ, ut essentia; ut verò agit aliquid in seipsam ex instinctu, ut scilicet comparat circulum suum cum partibus ejus, esse Harmonias archetypicas. Jam verò facultas vitalis tunc incipit agere, tunc in actum perducitur, cùm per partum inflammatur intus in cordis lampade, sic ut ipsi porrò sit opus respiratione, quippe ad fovendam flammam vitæ. Quando igitur incipit esse id, quod est tunc, cum Harmonias architectatur: tunc maximè in illam influit Harmonia radiosa Planetarum sensilis.

fol. 120. 124

Cur sit potius thema nativitatis, themate conceptionis.

Hæc adeò causa est, cur qui nascuntur sub tempus multorũ Aspectuũ inter planetas, ij plerumq; & laboriosi evadant & industrij, sive ad opes cumulandas inde à pueris assuefiant, sive rerum publicarũ moderatores vel nati vel delecti fuerint, seu deniq; in studia incubuerint? Quo in genere vitæ si cui videor ego exemplo esse posse; ei genesis meæ notitiam non invidi, libro de stella nova, fol. 43. quam etiam hac vice explicare commodum fuerit. Jactantiæ crimen non moror, criminentur, licet, ij, qui totum hoc scriptionis genus stultitiæ damnant, seu oratione seu vitæ instituto, idiotæ, semidocti, titulorum, & phalerarum, ad populum dementandum, institores, Theologi etiam, ut Picus appellat, plebeji: apud veros sapientiæ amatores cujuscunque ordinis, crimen hoc facilè diluo, utilitate lectoris mei; quia nullius neque genesin, neque internam animi dispositionem æquè certò exploratam habeo. Jupiter igitur nonagesimo proximus, quatuor gradibus super-

Quod possint Aspectus in Genesi.

CAP. VII.

averat trinum Saturni, Sol & Venus juncti defluebant ab isto, applicabant ad illum, utrobiq; Sextilibus, defluebant & à quadrato Martis, ad quem Mercurius proximè applicabat; Luna ad ejusdem trinum ibat, oculo Tauri proxima, etiam in latitudine: oriebatur autem 25. Geminorum, culminabat 22. Aquarij. Triplicem configurationem ejus diei partilem, Sextilem Saturni & Solis, Sextilem Jovis & Veneris, Quadratum Mercurij & Martis prodebat auræ mutatio; nam post gelu dierum aliquot, eo ipso die tepor ortus, glaciem solvit, pluvias dedit.

Exceptio, contra Astrologiam.

Neque tamen hoc uno exemplo omnes Astrologorũ aphorismos defensos & confirmatos volo; neq; cœlo transcribo rerũ humanarum gubernacula, imane quantum adhuc abest philosophica hæc observatio ab illa stultitia, seu malis insaniam dicere. Nam ut hujus exempli vestigia premam; novi fœminam ijsdem penè natam aspectibus, inquietissimo sanè ingenio, sed quo non tantum nihil proficit in literis (non mirum hoc est in fœmina); sed etiam totum turbat municipium suum, sibique author est miseriæ deplorandæ. Primùm itaque accessit aspectib⁹ Planetarũ, imaginatio diuturna matris prægnantis, cui socrus, avia mea medicinæ popularis, à patre etiam excercitæ, studiosa, erat admirationi: accessit secundò quòd vir natus sum non fœmina; quod sex⁹ discrimen frustrà quærunt Astrologi in cœlo: Tertiò corporis temperaturam à matre traho, studijs magis aptam, quàm alijs vitæ generibus: Quartò res erat parentibus non ampla, gleba sc. aberat, cui adnascerer, adhærescerem que: Quintò aderant Scholæ, aderant exempla liberalitatis Magistratuum in pueros studijs aptos.

Quæ efficiuntur à circumstantijs rerum sublunariũ, non sunt adscribenda sideribus

Animi qualitates cum planetarum qualitatib⁹ consentiũt plurimùm.

Hic intersere, rursum ex Genesi, Planetarum discrimina in qualitatib⁹. Nam si Anima lux quædam est; discernet etiam Martis ruborẽ à Jovis candore, Saturniq; livore: itaq; fatendum est, magnum auxilium ex Marte, non tantùm, ut priùs, ad industriam; sed etiam ad acrimoniã ingenij, quæ consistit in vi ignea; videasq; præcipuos Philosophiæ naturalis, & Medicinæ peritos, sub aspectus idoneos Martis cum Sole Mercurioque nasci: quia nimirùm majus requiritur acumen, major solertia ad eruenda Naturæ arcana, quàm ad reliqua vitæ negocia, studiaq; ijs deservientia. Largiar etiam amplius aliquid; ex Jove esse in cœli Medium elevato, quòd magis delector Geometriâ in Physicis rebus expressâ, quàm abstractâ illâ, & Saturni siccitatẽ præ se ferente; magis inquam Physicâ, quàm Geometriâ: et quòd Luna gibba in clarâ frontis Taurinæ constellatione, impleat Animæ Phantasticam facultatem imaginibus: quarum tamen multas Naturæ rerum consentaneas reipsâ expert⁹ sum, velut ex Procli * Paradigmatibus delapsas. At si jam de eventu studiorum meorum loquar, quid quæso porrò invenio in cœlo, quod ad illum vel leviter alludat? Philosophiæ partes non contemnendas à me, vel de novo erutas, vel emendatas, vel planè perfectas esse, fatentur periti: at mea hic sidera fuere, non Mercurius orientalis in angulo septimæ, in quadrato Martis: sed Copernicus, sed Tycho Braheus, sine cujus Observationum libris omnia, quæ nunc à me sunt in clarissimâ luce collocata, sepulta jacerẽt in tenebris: non Saturnus domin⁹ Mercurij, sed Cæsares Augusti, Rudolphus & Matthias, Domini mei: non Planetarum hospitium, Capricorn⁹ Saturni, sed Austria superior Cæsaris dom⁹, ejusdemq;

* Stipem hic aliq̃ Satyricis nostris. Nam, ut apparet, egestas ipsos premit, qui jocum meum unũ hujus similem ex libro de stellâ novâ, jam aliquoties intra XII. annorum curriculum ruminarunt.

demq; Procerū petenti mihi prompta liberalitas, exempli non usitati. Hic ille Angulus est, non Thematis occiduus, sed Terrarum, in quem Imperatoris Domini mei concessu, ex aulâ nimiùm inquietâ me recepi, & in quo per hosce annos, jam ad occasum vitæ vergentes, Harmonica ista, & quæ alia sub manibus habeo, enitor. Frustra ex Themate Genethliaco causas quæret Astrologus inventarum à me anno 1596. proportionum inter orbes cœlestes; anno 1604. Modi videndi; anno hoc 1618. causarum, ob quas cuilibet Planetæ contigit tanta Eccentricitas, nec minor nec major; annis intermedijs, demonstratæ physicæ cœlestis, modorumque, quibus moventur planetæ, verorumque motuum ipsorum; denique fundamentorum efficaciæ cœlestis in hæc inferiora, metaphysicorum: non influxerunt ista cum charactere cœli in flammulam illam facultatis vitalis nuper incensæ, inque actum productæ; sed partim intus in penitissima Animæ essentiâ latebant, secundùm Platonicam doctrinam, suprà ex Proclo allegatam; partim aliâ viâ, per oculos nimirum, introrsùm recepta sunt: sola & unica Thematis Genethliaci opera fuit ista, quòd & emunxit illos ingenij judicijque igniculos, & instigavit animum ad laborem indefessum, auxitque desiderium sciendi: breviter, non inspiravit animum, non ullam dictarum hîc facultatum, sed excivit.

CAP. VII

Nulli eventus individui ex astris

Fol. 117.

Effectus astrorum generalis.

Ex quo exemplo facilè cuivis patet, quàm procul absit ab eo Astrologia, ut ad capita illa, vulgò proponi solita, De Parentibus, De Sexu, De Substantia, De Liberis, De numero Vxorum, De Religione, De Magisterio, De Amicis, De Inimicis, De Hæreditatibus, De Familia, De Regionibus, De infinitis alijs, ex uno solo Themate Genethliaco respondere exactè possit.

Vana Astrologiæ capita.

De vitæ quidem longitudine, quatenus pronunciare possit Astrologus; hoc est, quæ sit vis directionum, dicam paulo post: De Fortuna verò nati nunc seorsim aliquid dicendū video, consentaneū suprà dictis.

Tria sunt, quib⁹ niti videtur hominis fortuna, quoad naturalia: Anim⁹, Physiognomia corporis, & Geni⁹ tutelaris: quorum de primo nemo dubitat, alterum occultius, nec ita vulgo notum est: de tertio nihil nisi conjecturas afferre possum. De primo hactenus egimus, de Animo scilicet, ex quo Mores dependent; de quibus vulgi proverbium tritum est, quòd Quilibet sit fortunæ suæ faber: quo dicto summa totius hujus philosophiæ partis continetur. Age enim unum genus actionum morumque, prius etiam exemplo fæminæ tactum, loco omnium ob oculos statuamus. Sic enim sunt comparatæ res humanæ, ut crassorum & populariter sapientium hominum, non in vulgo tantum, sed etiam in Magistratibus, inque sacro ordine, semper magna copia sit; quibus discreti, critici, reformatores, molesti sunt, proque uitilitigatoribus habentur. Ut igitur prosperâ quis utatur fortunâ, eâ dico, quæ est ex hominum cœtubus; huic etsi & judicio de moralibus recto, & labore industriâq; in rebus proprijs, à vulgò secretis, opus omninò est: oportet tamen animo pinguedinis aliquid esse admixtum, oportet mores ei populares, modumque agendi talem esse, qui crasso populo placeat: animi nimiùm subtiles & inquieti, nisi se recipiant in aliquē secessum studiorum (hoc ipso despecti & contempti), creare sibi solent infortunia.

Fortuna hominis quibus rebus mediantib⁹ ex astris quadamtenus dependeat?

Mores fabri fortunæ.

CAP. VII.

Itaque si quis ex figurâ cœli Genethliacâ conjecturas habet sufficientes, de qualitatibus Animi: conjecturam is etiam de fortunâ Hominis in genere, faciet non ineptam; sed conjecturam solam, prætereaque nihil: scilicet falli etiam ille potest, propter interventum plurium causarum, tam supernaturalium, quàm naturalium

Fol. 121.

Faciei fascinum

Nam ut alterum fortunæ hominis fundamentum ex superioribus accersam, dignationem sc. vultus; imaginatio quidem Matrum plurimum hujus confert fœtui, toto gestationis tempore, ut sæpè infœlicium parentum, (adeòq; & aliorum hominum animaliumve, crebrò & cum emphasi prægnantibus obversantium) & vultus & mores & illis fundamentis innixa fortuna consimilis, transferatur in fœtum. Sed tamen, ut

Fol. 117.

Genesis in facie expressa.

supra Paradigmata mentalia Procli, multiplicabantur in animalia, vitalia, mobilia, complicata sc. ideis vitæ motuumque; sic etiam hîc character cœli genethliacus immergitur in speciem vultus, occultâ vi facultatis formatricis; agnosciturque ex nati vultu, occultiore adhuc spectantium instinctu: videasque, ad eos, qui sub copulas plurium planetarum ante Solem, nascuntur, (δορυφορίας appellant Astrologi) copulari etiam, veluti fascino quodam, cœtus hominum popularium.

Vnde vis doryphorijs Planetarũ.

Cujus rei exemplum ad omnem posteritatis memoriam comẽdatum videre est apud Hier: Cardanum in Genesi Lutheri: quanquàm causæ motus publici plures concurrerunt. Qui sic nascuntur (quanquàm non una certa forma præscribi potest): plurimùm ij valent authoritate apud populum, plurimùm suffragijs in consilio, plurimùm gratiâ apud Principes Reip: quorum quidem & natura respondet: itaque sæpe fortuna stat à partibus immeriti, neque alijs idoneis animi virtutibus præditi.

Fol. 122.

Refer huc reliqua, quæ supra de Physiognomia dixi, dicique amplius possent.

Geniorum custodia. Job. 33. Matth. 18. Luc. 15.

De Genio tutelari testantur divina oracula, singulis ijs singulorum hominum custodias esse attributas, datamque & admonitionem, & intercessionem ad tribunal providentiæ dei. Nullam hîc possessionem habet Natura rerum sensilium: si tamen astrologi ex themate genethliaco prænunciare possunt casus planè fortuitos (naturaliter loquendo) hoc est tales, qui neque ex malis hominis moribus, ex temeritate, ex intemperantiâ iræ libidinisve acciderunt, neque à vultus dedignatione dependent, quæ duo fortunæ fundamenta hactenus explicata sunt: ut quòd tegula de tecto delapsa ferit prætereuntem, quòd reptantem in sylvis ferit globus aut sagitta improvisa; quòd navis demersa miseros vectores mediis exponit in undis; quòd flammis hic interceptus extinguitur, ille ruinâ domus vel montis opprimitur; & in contrarium, quòd insperatam hic hæreditatem adit, ille thesaurum fortuitò invenit: si inquam thema genethliacum continet horum casuũ indicia, qui pertinent ad Angeli custodis munia citra controversiam; oportet, & huic custodiæ impedimenta ex astro genethliaco provenire, promotionesque contrarias; quod num impiam sententiam in se contineat, viderint Theologi, præsertim ij, qui magno numero scribunt geneses & prognostica. Experientiam ego habeo, qualem dicam, nescio, duorum hominum, qui cùm essent nati sub constellationibus violentissimis, moresque sequerentur non diversi, adeò ut alteri eorum ludus

An planè fortuita mala pendeant ab astris?

esset

esset, saltu p præcipitia ferri, medioque volatu funem arripere, à quo si aberrasset, jam actum de ejus vita fuisset: perniciem tamen sibi temeritate sua non accersivisse sunt visi: nam alter eorum fulmine, alter globo plumbeo à venatore ictus est, cùm is feris insidiatus, visu & auribus aberrasset. Nec video quî cœlum ista possit in hominẽ, citra genios, quod cætera quæ potest, omnia per hominis Animum corpusve (quibus ad ista nulla vis inest) posse deprehenditur. Illud mihi non semel accidit, quòd cum diu multumq; me excruciassem comiseratione quorundam fortuitò pereuntium, qui mihi visi sunt innocentissimi; tandem ex fide dignis rescivi, vitam illorum præ cæteris talem fuisse, quâ facile bonus angelus, ut apes fumo, abigatur, & homo cæcis casibus, ut sine rectore currus, permitti soleat, velut emancipatus à patriâ Dei creatoris sui potestate, suoque permissus arbitrio, imò tyrannidi Satanæ. Cujusmodi aliquid num etiam de priùs positis exemplis sit statuendum, illisq; casus Nemesi divinæ tribuendi; solus is novit, qui corda scrutatur: qui visitat iniquitatem patrum in filios, in tertiam & quartam generationem. Verum de omnibus fortuitò pereuntibus, absit ut eandem feram sententiam. Sed vitæ talem impietatem, conjectores ex astris videre non possunt: nec enim in cœli figurâ descripta sunt divina auxilia, contra pravas animorum inclinationes, in quas cœli influxus post lapsum degenerat, non corrumpens, sed corruptum incitans animum: multò minus in Saturni livore, Martis rubore, sunt inscripta, velut in Pandectis, pœnarum genera, peccatis singulis debita. Itaq; cùm connexio naturalis harum rerum cum cœlo immediata nulla sit: jam semel atque iterum per hos 20 annos dedi publicè considerandum; An sicut spirituales illi Provinciarũ populorumque præsides à spiritibus insidiatoribus impediri se cap. IX. Danielis queruntur, sic etiam singulorũ hominũ genij ab astris naturaliter quidem impediantur: quo minùs comodè resistere possint potestatibus aëris, πανδημεὶ nobis insidiantibus, illaque impedimenta prævideantur ex themate Nati; quod fortasse etiam in Genium influxit, non minùs quam in nascentis animum; atq; ad ea consequatur aliqua generalis nati infœlicitas; ut hinc natum sit proverbium *Nulla calamitas sola*; Deus verò hunc naturæ invisibilium cursum non frequenter impediat, quia plerumq; etiam ex illo impedimento tutelæ, boni aliquid procurare novit, quod periclitanti, si is placet, bono cedat, sin displicet, justæ vindictæ modum impleat. Sanè si malum imminens non potest impedire Angelus custos, monet saltem, occultis modis, ut imparatum perire non sinat clientem. Qualia præsagia monitionesque etiam ruinam illam montis nuperam in Rhetis præcesserunt.

Sit igitur hoc tertium fortunæ hominis fundamentum saltem conjecturale, nihil enim affirmo. Redeundum nunc nobis est ad considerationem Essentiæ facultatis Animæ Vitalis. Quæri n. potest, si character cœli in puncto demũ Nativitatis influit; an igitur fœt⁹ in partu demũ concipiat animæ vitalẽ facultatẽm, & utrũ eum ante partum inanimem dicam? Omninò propriam vitalem energeticam facultatẽ tunc demum actu concipit, cùm à matre separatur; antea maternæ flamulæ vitalis radijs illustrabatur per venam & arteriam umbilicales, quæ arte-

CAP. VII

Sæpe peccata causæ fortuitorum.

Facta hominum non ex cœlo.

An genio negocij qd cum genesi clientis?

Geniorum monitiones

Quod sit vitæ hominis in utero principium & quale

 ria in

CAP. VII.

teria in cor fœtus inseritur, separato meatu ab ijs duobus, quibus posteà propriam vitæ flammam alens intus, hinc sanguinem inde aërem ex pulmonibus haurit. Qui separatus cordis meatus, cùm primo vitæ die concidat, penitusque evanescat; ut mihi Pragæ in sucula recens editâ monstravit Georgius Horstius, Hassiæ Landgravij Medicus, naturæ totius consultissimus: hinc igitur argumenta duco, cor fœtus, dum est in utero, non minus illo motu systoles & diastoles, quàm respiratione carere, eòque vitæ propriæ flammam in eo nondum incensam esse. Et ut insistam analogiæ fidissimæ firmiùs: uti se habet fumus tecti lignei, propter incendium tosti, ad flammam, quæ illud subitò corripit: ita se habet & id, quod in fœtu præcedit, ad vitalem facultatẽ, ab ipso partu, aut paulò anteà, incensam.

Qualiter vivat fœtus ante partũ?

In hac igitur facultate Hominis vitali, sic incensâ in partu, præcipuè relucet illud instar Memoriæ, quod supra etiam in Anima Terræ ostendi: cùm tanta sit constantia characteris cœlestis, omniumq; Thematis Genethliaci partium, tanta durabilitas ejus in Anima, ut ante vitæ finem non deponatur; cùm ad omnes planetarum transitus per loca thematis præcipua, sese commoveat hæc facultas, perinde ac si loca illa non essent imagines nudæ, superstites in animâ, rerum quæ dudum transierunt, sed vera sidera; & sic non unus, sed duo, verbi causa, Soles in cœlo essent, inque unum coirent; eoque coitu natura facultatis vitalis, modo supradicto, commoveretur.

Unde vis Transitui Planetarũ per loca Geneseos?

Testimonium hujus rei clarissimum, omnique exceptione majus est in cognatione geneseon, sub quibus parentes, & sub quibus eorum liberi nascuntur. Cùm enim fœtus est maturus, facultas animæ formatrix, & generationi præfecta, tunc potissimùm se accingit ad extrudendum fœtum, eâque extrusione accendendâ novam animæ vitalem facultatem; cùm sidera in sedes maternæ paternævè geneseos, aut in configurationes easdem reversa, admonent Animam sui ipsius, suique characteris cælestis. Vide lib. de stella nova fol. 43.

Quare geneses parentum & liberorum cognatæ?

Quid quòd non tantum veros transitus planetarum per loca nativi thematis, hæc facultas observat; sed etiam successiones partium cœli, quæ in Genesi planetas habebant, in loca præcipua thematum quæ constituuntur exactis à partu diebus integris; proportionem observans diei ad Annum (ut cujus utraque revolutio Terræ à Copernico tribuitur); eâque proportione opera sua per totam vitam Hominis dispenset, ut quanto longior est Annus Die, tanto tardiùs Effectus suum in directione Signum sequatur, quàm Signũ in directione partum insequitur? Ut ita impressio hæc cœlestis non quiescens tantùm duret, sed etiam durando, sese motu extensionis, in longiora vitæ tempora propaget. Nimirum hæc facultas non tantum circulus est, sed motus est circularis idealis, & is geminus; est denique, per motum, etiam Tempus ideale. Vide supra fol. 117. Procli verba. Cujus rei Exemplum rursum à Memoriâ, quæ paulò superior est facultas, petere possumus. Nam in tabulâ quidem pinguntur, res tantùm cum circumstantia loci: in memoriâ verò, conservantur res gestæ, etiam cum charactere temporis: denique in hoc negocio Directionum, character situum & motuum tempore

Nota fundamentum naturale Directionum.

pore

pore decursorum multiplicatur in operationes, observatâ proportione sensili mundanâ, revolutionis diurnæ ad translationem sub Zodiaco annuam; sic ut operationes jam distent ratione temporis, à suis stimulis. Dixeris cum ipso corpore Nati, crescere & tempus characteris Genethliaci motuum.

An vitæ longitudo aut mortis annus ex astris prædici possit.

Quicquid igitur Astrologi, De Vitæ longitudine, prædicere ex themate præsumunt, totum illud in hoc caput contrahitur: Directionum præludijs ex Thematis genethliaci veluti pulpito vitalem facultatem informantibus, quo potissimùm anno vitæ, humorum unus vel alter redundans, ex corpore exturbari, aut sollicitari debeat: stimulus is est Naturæ, ad peragendum opus suum extraordinarium, quod vitæ prorogandæ cedat: mors in astris, in Themate, in Directione nulla; nedum variæ Mortis formæ: materia corporis est, quæ flammam vitæ vel inundans opprimit, vel deficiens deserit, quæ naturæ conatus impedit, adque perniciem detorquet: peccatum est, quod genus humanum concesso olim immortalitatis remedio privavit: quod etiamnum Angelum custodem à tutelâ vitæ, contra dæmonum, hominum, elementorumque insultus, abigit, impedit, repellit. Sed de hac re pluribus agendum esset in Astrologiâ, egique non concisè nimiùm in libro de stellâ fol. 43: & in Tertio inveniente Num. 65. & seq:; & fortè erit, ut libros Joh: Pici Mirandulani cum commentario edam; si me rem studiosis Philosophiæ gratam facturum intelligam, nec medijs necessarijs fuero destitutus.

Quid directio physicè.

Mortis causæ genuinæ

Ratio & vis Horoscopi seu gradus ascendentis in Genesi.

Nunc quia ad finem propero, comparationem subjungam, vitalis in homine facultatis, cum Anima Telluris, causâ influxus cœlestium: videturque hæc esse, quòd Anima Terræ circulus talis sit, qui nuspiam habeat initium vel finem, nec ab aliqua sui parte sit nexus; at hominis facultas vitalis circulo comparatur, à pluribus punctis veluti nexo: causa est, quia Characterê geneseos AnimaTerræ nullum habet, cùm semper eadem maneat, nunquam nascatur aut incendatur; hominis verò nativitas recens, mortique propinqua, characterem ortus sui recepit, qui Zodiacum certis initij finisque punctis interpungit. Et Telluri quidem, quamvis characterem Genethliacum ex prima die Creationis tribuas; totum tamen cœli spacium semper illi est obvium, nihil in illo rationem habet principij finisve, ortus occasusve; Homini superficies Telluris dimidium cœli occultat, ortus & occasus signa distinguit. Patet igitur comparationis ratio.

Mundi Genesis.

Crisium fundamentum.

Quid morbus.

Adeòque vera est hæc comparatio, vitalis in actu constitutæ facultatis, cum circulo nexo ex certis punctis; ut etiam sub principium morbi (qui nova quasi vita est, nova sc. energia vitalis facultatis, seu actio ejus extraordinaria, naturalis, præter naturam tamen constitutionis usitatæ, humorem noxium è corpore exturbare nitens) locus quem luna possedit, influat in Animam, vimque concipiat veluti veræ alicujus Lunæ, in hoc suo gradu immobilis: ad cujus quadrata & opposita loca si Luna vera in cœlo pervenerit, Natura hominis extimulatur, ad agonisandum cum morbo: Hac re nititur doctrina Crisium, de qua satis accuratè egi in Tertio interveniente, Num 70. & sequentibus.

Satis

CAP. VII.

Satis in præsentia dictum esto, de humanæ etiam Animæ facultate inferiore: deque universâ hac materiâ.

Porrò hæc ego de Anima disputavi hactenus, non equidem hoc consilio, ut philosophiæ divinæ studiosos penitus avocem à lectione Metaphysicorum authorum: utve tot Platonis & Aristotelis interpretibus, profundissimæ indaginis, Græcis, Arabibus, Latinis; Plotino, Themistio, Simplicio, Porphyrio, Alexandro, Averroi, & quos ille allegat suæ gentis non paucos, Boetioque, & recentissimo subtilissimoque I. C Scaligero, de Anima, deque Intelligentijs disputantibus oculos configerem: sed ut hæc ex mea professione, exque intimo hujus operis Harmonici penu deprompta, nec dum tacta ab ijs, quod sciam, considerationibus illorum, veluti supplementi loco, adjicerem; unde ab ijs, qui post me sese huic contemplationi Metaphysicæ dedituri, authores dictos lecturi, nostra hæc veluti experimenta, cum illorum ratiocinationibus collaturi, & utrumque ad alterius limam liberrimâ rationis censurâ exacturi sunt (quod fateor à me hac vice factum esse minimè), hæc Metaphysicæ scientiæ pars denique illustrior & locupletior, omnibusq; numeris absolutior constitui possit: quod ut ad gloriam Nominis superbenedicti, Dei Creatoris Visibilium & Invisibilium, inq; augmentum sanctimoniæ & innocentiæ vitæ contemplatorum, deniq; in salutem æternam plurimarum Animarum cedat, illum ipsum Deum Trinunum supplex precor.

Finis Libri IV.

JOAN:

IO. KEPLERI
HARMONICES MUNDI
LIBER V.

DE HARMONIA PERFECTISSIMA MOTUUM CŒLESTIUM,

ortuque ex ijsdem Eccentricitatum, Semidiametrorumque & Temporum periodicorum.

Ad normam doctrinæ astronomicæ hodiernæ emendatissimæ, Hypothesesq; Copernici, sed & Tychonis Brahei: quarum alterutra hodiè, Ptolemaicæ antiquatæ, ut verissimæ, publicè recipiuntur.

GALENUS DE USU PARTIUM LIBRO III.

Ἱερὸν λόγον ἐγὼ, τοῦ δημιουργήσαντος ἡμᾶς ὕμνον ἀληθινὸν
συντίθημι, καὶ νομίζω, τοῦτ' εἶναι τὴν εὐσέβειαν, οὐχὶ εἰ ταύρων ἑκα-
τόμβας αὐτῷ παμπόλλας καταθύσαιμι, καὶ τά ἄλλα μυρία
μύρα θυμιάσαιμι, καὶ κασίας· ἀλλ' εἰ γνοίην μὲν αὐτὸς, ἔπειτα δὲ
καὶ τοῖς ἄλλοις ἐξηγησαίμην, οἷος μέν ἐστι τὴν σοφίαν, οἷος δὲ τὴν
δύναμιν, ὁποῖος δὲ τὴν χρηστότητα. τὸ γὰρ κοσμεῖν ἐθέλειν ἅπαν-
τα τὸν ἐνδεχόμενον κόσμον, καὶ μηδενὶ φθονεῖν τῶν ἀγαθῶν, τῆς τε-
λειοτάτης χρηστότητος ἐγὼ δεῖγμα τίθεμαι: καὶ ταύτῃ μὲν ὡς ἀγα-
θὸς ἡμῖν ὑμνείσθω, τὸ δ' ὡς ἂν μάλιστα κοσμηθείη, πᾶν ἐξευρεῖν,
ἄκρας σοφίας, τὸ δὲ καὶ δρᾶσαι πάνθ' ὅσα προείλετο,
δυνάμεως ἀηττήτου.

Id est:

Sacrum sermonem, hymnum Deo Conditori verissimum ordior, pietatem hanc esse ratus, non ut hecatombas illi Taurorum plurimas immolem, odores innumeros adoleam & Casiam: sed ut primùm Ipse discam, pòst & cæteros doceam, & quantus ille sit sapientiâ, quantus potentiâ, & qualis bonitate. Velle enim omnia, quanto posset ornatu, decorare, nec ulli Bona sua invidere; id ego Bonitatis consummatissimæ documentum statuo; hactenusq; ut Bonum celebro: Omnia verò invenire, quibus quàm maximè exornarentur, eminentissimæ Sapientiæ; Omnia deniq;, quæ statuerat, in opus producere, Potentiæ insuperabilis.

(?)

Cum S. C. M. Privilegio ad annos XV.

LINCII AUSTRIÆ
Excudebat Johannes Plancus,

ANNO M. DC. XIX.

Procemium.

QVod ante duos & viginti annos, primum atque figuras quinque solidas inter orbes cœlestes reperi, sum auguratus; quod firmiter animo persuasi meo, priusquàm Ptolemæi Harmonica vidissem; quod titulo libri hujus quinti nuncupato, priusquàm de re ipsa certus essem, pollicitus sum amicis; quod ante sedecim annos publico scripto quærendum inculcavi; cujus causâ vitæ partem optimam Astronomicis contemplationibus impendi, Tychonem Braheum conveni, Pragam sedem elegi: id tandem, Deo Opt. Maximo, qui mentem inspiraverat, desiderium ingens excitaverat, vitam etiam & vires ingenij prorogante, mediaque cætera, per duorum Imperatorum, hujusque provinciæ Austriæ Supr-Anisanæ Procerum liberalitatem, suppeditante; defunctus priùs Astronomicâ provinciâ, quantum sufficiebat, tandem inquam in lucem protuli, suprà que quàm sperare unquam potui, verissimum deprehendi; Totam Harmonices naturam, quantaquanta est, cum omnibus suis partibus, libro III. explicatis, inter Motus cœlestes reperiri; non eo quidem modo, quem ego conceperam animo; pars hæc est non postrema mei gaudij; sed diversissimo alio, simulque & præstantissimo & perfectissimo. Accessit hoc intermedio tempore, quo me suspensum tenuit Motuum restitutio laboriosissima, præcipuum & cupiditatis meæ incrementum, & propositi incitamentum, lectio Harmonicorum Ptolemæi, quæ manuscripta mihi transmisit Vir eximius, adque philosophiam, omneq; adeò genus eruditionis promovendum natus, Johannes Georgius Hervvardus, Bavariæ Cancellarius: ubi præter expectationem, & summâ cum admiratione, inveni, totum ferè librum ejus tertium in eâdem contemplatione Harmoniæ cœlestis insumptum, ante mille & quingentos annos. Verùm id ætatis multum adhuc deerat Astronomiæ; potuitque Ptolemæus, re infœliciter tentatâ, desperationem alijs objicere; ut qui cum Scipione Ciceroniano potiùs suave quoddam somnium Pythagoricũ recitasse, quàm philosophiam adjuvisse videretur: at me cùm illa veteris Astronomiæ ruditas, tum hic ipse meditationum utriusque, ex quindecim sæculorum intervallo, consensus ad amussim exactus, vehementer confirmavit in urgendo proposito. Nam quid multis opus? Ipsa rerum Natura sese proditum ibat hominibus, per diversos distantium sæculorum interpretes: digitus Dei erat, ut cum Hebræis loquar, hic in Animis duorum, qui se totos contemplationi Naturæ dedidissent, de conformatione Mundi, conceptus idem: cùm neuter alteri dux fuisset ad hoc iter ingrediendum. Jam postquàm à mensibus octodecim prima lux, à tribus, dies justa, à paucissimis verò diebus, Sol ipse merus illuxit contemplationis admirabilissimæ; nihil me retinet, lubet indulgere sacro furori, lubet insultare mortalibus confessione ingenuâ, me

vasa

vasa aurea Ægyptiorum furari, ut Deo meo Tabernaculum ex ijs construam, longissimè ab Ægypti finibus. Si ignoscitis, gaudebo; si succensetis, feram: jacio en aleam, librumque scribo, seu præsentibus, seu posteris legendum, nihil interest: expectet ille suum lectorem per annos centum; si Deus ipse per annorum sena millia contemplatorem præstolatus est.

Capita hujus libri sunt ista.

De his acturo mihi lubet Lectoribus inculcare Timæi, Gentilis philosophi, de ijsdem exordientis, adhortationem sanctissimam, à Christianis hominibus summâ cum admiratione & pudore, nisi imitentur, cognoscendam; quæ talis est. Ἀλλ᾽ ὦ Σώκρατες, Τοῦτό γε δὴ πάντες, ὅσοι καὶ κατὰ βραχὺ σωφροσύνης μετέχουσιν, ἐπὶ πάσῃ ὁρμῇ καὶ σμικροῦ καὶ μεγάλου πράγματος, Θεὸν ἀεί που καλοῦσιν, ἡμᾶς δὲ τοὺς περὶ ΠΑΝΤΟΣ λόγους ποιεῖσθαί

 πημέλ-

πῃ μέλλοντας, εἰ μὴ παντάπασι παραλλάττομεν, ἀνάγκη θεούς τε καὶ θεὰς ἐπικαλουμένους εὔχεσθαι πάντας, κατὰ νοῦν ἐκείνοις μὲν μάλιστα, ἑπομένως δὲ ὑμῖν εἰπεῖν. Enimvero Socrates, cùm omnes qui vel minimum Mentis habent, quoties negocium aliquod ſeu leve ſeu arduum aggrediuntur, Deum ſemper invocent; Nos utique, quibus de Rerum univerſitate diſſerere animus eſt, niſi planè ab omni ſana ratione aberramus, neceſſe eſt, Deos Deasque votis conceptis precari unanimes, ut talia dicamus, quæ primùm ipſis maximè, tum deinde & vobis ſint grata & accepta.

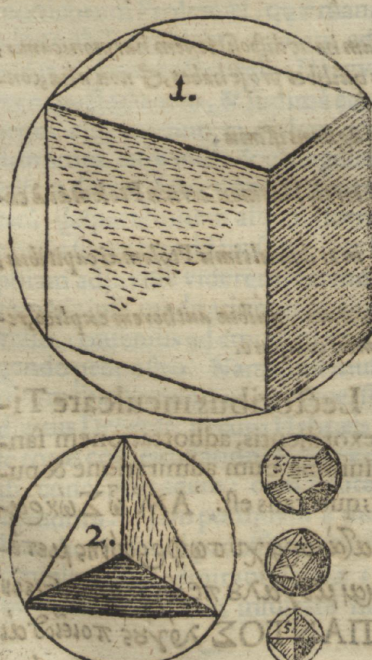
CAPVT I.

De quinque Figuris ſolidis regularibus.

QVomodo figuræ planæ regulares congruerent ad formandas ſolidas, dictum eſt libro ſecundo: de quinque nimirum ſolidis (inter cæteras) propter planas ibi locuti ſumus. Numerus tamen illarum quinarius ibi demonſtratus fuit; additumque, cur illæ Mundanæ à Platonicis denominatæ, & cui quælibet Elemento, quamque ob proprietatem, comparata ſit. Jam in hujus libri veſtibulo rurſum de his figuris, ob ſeipſas, non ob planas, agendum erit; quantum quidem ſufficit ad Harmoniam Cœlorum: cætera reperiet lector in Epitomes Aſtronomiæ parte alterâ, libro quarto.

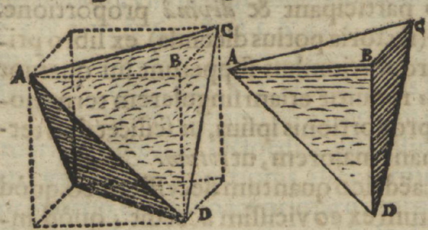
Circuli angulis circũſcripti adumbrant Sphærica, ſed illa paulò majora his circulis, ſunt concipienda, præterquam, in 5. ut ſcilicet verè omnes figuræ angulos ſtringant.

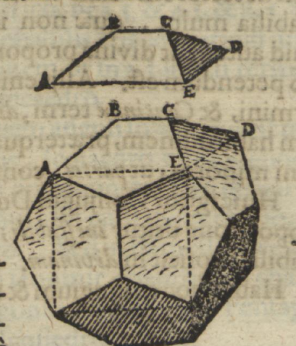
Magnitudinis ratio in hoc ſchemate hæc fuit obſervata, ut ſphæricum ipſius 5. poſſit inſcribi in 4. hujus iterũ Sphæricum in figura 3. & hujus in 2. & hujus denique ſphæricũ in I. Cubum tangens omnia ejus ſex plana in centris ſuis.



Igitur ex Myſterio Coſmographico hic breviter inculco Ordinem quinque figurarum in Mundo, quarum tres primariæ, duæ ſecundariæ. Cubus enim 1. extimus & ampliſſimus, quia primigenius, & rationem habens *Totius*, ipsâ generationis ſuæ formâ. Sequitur Tetraëdron 2. tanquam *Pars* ſectione Cubi cõſtituta, primaria tamen & ipſa, angulo ſolido trilineari, ut Cubus. Intra Tetraëdron eſt Dodecaëdron 3. Vltima primariarum, ſimilis ſcilicet *Compoſitæ* ex Cubi partibus, Tetraëdri ſimilibus, id eſt, ex Tetraëdris

ædris irregularibus, quibus tegitur Cubus intus. Huic succedit Icosaë-

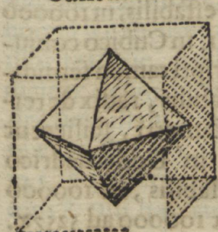


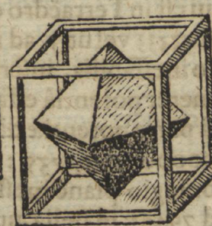


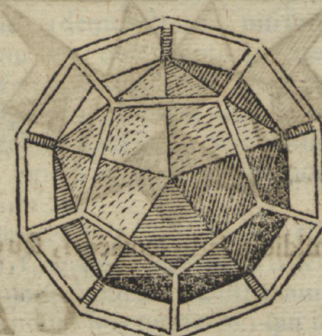
dron 4. ob similitudinem, ultima secundariarum, angulo solido plurilineari utentium. Intimum est Octoëdron 5. Cubi simile, & prima figura secundariarum, cui ideò primus locus interiorum debetur, quippe inscriptili; uti cubo circumscriptili primus exteriorum.

In priori figurâ apparet Tetraedron ACDF latens in Cubo, sic ut quodlibet Tetraedri planum ut ACD, tegatur ab uno cubi angulo ACDB. In secunda figura apparet Cubus AED latens intus in Dodecaedro, sic ut quodlibet Cubi planum, ut AED, tegatur à duob9 Dodecaedri angulis seu Pētaedro ABCDE quod est sectile in tria Tetraedra dissimilia per duo plana, DCA, & ABD.

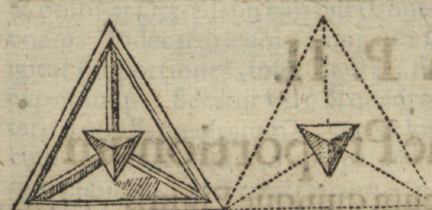
Sunt autem notabilia duo veluti conjugia harum figurarum, ex







Hic vides Octaedron inscriptum Cubo; Icosiedron Dodecaedro, Tetraedron Tetraedro.



diversis combinata classibus: Mares, Cubus & Dodecaëdron ex primarijs; fœminæ, Octoëdron & Icosiëdron ex secundarijs; quibus accedit una veluti cœlebs aut Androgynos, Tetraëdron; quia sibi ipsi inscribitur, ut illæ fœmellæ maribus inscribuntur & veluti subjiciuntur, & signa sexus fœminina masculinis opposita habent, angulos scilicet planiciebus.

Præterea ut Tetraëdron est elementum, viscera & veluti costa Cubi Maris; sic Octaëdron fœmina, est elementum & pars Tetraëdri, aliâ ratione: ita mediat Tetraëdron in hoc conjugio.

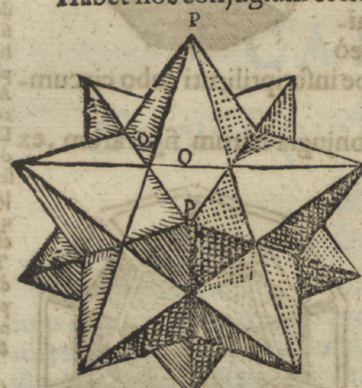
Præcipua connubiorum seu familiarum differentia in hoc consistit: quòd Cubicæ quidem *Effabilis* est proportio; nam Tetraëdron est Triens de corpore Cubico, Octaëdron semissis de Tetraëdrico, sexta pars Cubi: Dodecaëdrici verò conjugij proportio est *Ineffabilis* quidem, sed *Divina*.

Harum duarum vocum copulatio jubet cavere Lectori, de earum significatu. Vox enim *Ineffabilis* hic non denotat per se nobilitatem aliquam, ut aliâs in Theologia & rebus divinis; sed denotat conditio-

nem deteriorem: sunt enim in Geometriâ, ut libro primo dictum, ineffabilia multa, quæ non ideò participant & *divinâ* proportione. Quid autem sit divina proportio (sectoria potius dicenda) ex libro primo petendum est. Alijs enim proportionibus suppetunt sui quatuor termini, & *Continuæ* terni, *divina* requirit etiam singularem terminorum habitudinem, præterquàm proportionis ipsius, ut scilicet duo termini minores, ut *partes*, constituant majorem, ut *totum*.

Huic igitur Conjugio Dodecaëdrico quantum decessit ex eo, quòd proportione utitur *ineffabili*; tantum ex eo vicissim accedit; quòd ineffabilis proficit in *divinam*.

Habet hoc conjugium & stellam solidam, cujus genesis est ex continuatione quinorum planorum Dodecaëdri, ad concursum omnium in puncto unico: vide genesin ejus libro II.



Ultimò notanda est proportio Orbium eis Cumscriptorũ ad Inscriptos, qui est in Tetraëdro effabilis, ut 100000 ad 33333 vel ut 3. ad 1. in Cubico conjugio ineffabilis, inscripti tamen semidiameter potentiâ effabilis, radix de tertiâ parte potentiæ diametri, scilicet ut 100000 ad *57735*: in Dodecaëdrico conjugio planè ineffabilis, ut 100000 ad 79465; in stella, ut 100000 ad 52573. dimidium latus Icosaëdri, seu dimidium distantiæ duorum radiorum.

CAP. II.

De cognatione Proportionum Harmonicarum, cum quinque Figuris Regularibus.

VAria & multiplex est hæc cognatio: Sunt tamen quatuor potissimùm gradus. Nam aut desumitur indicium cognationis ab externâ solùm specie, quam habent figuræ: aut cum ipsa lateris constructione nascuntur proportiones eædem, quæ & harmonicæ; aut resultant ex figuris jam constructis, singulis vel junctis; aut denique vel æquales vel vicinæ sunt proportionibus orbium Figuræ.

Primo gradu Proportiones, quarum character seu major terminus est 3. familiaritatem habent cum plano Tetraëdri, Octaëdri, Icosaëdri Triangulari; quarum verò major terminus 4; cum Quadrato plano Cubi; quarum 5. cum Quinquangulo plano Dodecaëdri.

Potest hæc similitudo plani etiam extendi ad minorem proportionis terminum; ut ubicunque ternarius juxta unum ex continuè duplis invenitur, illa proportio habeatur familiaris tribus figuris primò nominatis

minatis ut 1. 3 & 2. 3. & 4. 3. & 8. 3. &c: ubi verò quinarius, ea proportio absolutè vindicetur conjugio Dodecaëdrico: ut 2. 5. & 4. 5. & 8. 5. Sic 3. 5. & 3. 10. & 6. 5. & 12. 5. & 24. 5. Minus probabilis erit cognatio; si summa terminorum exprimat hanc similitudinem; ut in 2. 3, juncti termini faciunt 5. quasi ideò 2. 3. sit familiaris Dodecaëdro.

Similis est cognatio ob externam speciem anguli solidi, qui est primarijs trilinearis, Octoëdro quadrilinearis; Icosaëdro quinquelinearis: itaque si proportionis alter terminus communicat cum ternario, proportio erit cognata primarijs corporibus; sin cum quaternario, Octaëdro; denique cum quinario, Icosaëdro. Sed in fœmellis hæc cognatio est speciosior, quia speciem anguli sequitur etiam figura characteristica, latens intus, in Octaëdro Tetragonus, in Icosaëdro Pentagonus: Itaque 3. 5. propter utrumque, esset Icosiedricæ sectæ.

Secundus gradus cognationis, qui in ortu consistit, sic est concipiendus. Primùm sunt aliquæ proportiones numerorum Harmonicæ, familiares uni conjugio seu familiæ, scilicet perfectæ proportiones singulæ, familiæ Cubicæ: est vicissim proportio, quæ nunquam plenis numeris exprimitur, nec aliter per numeros demonstratur, nisi longâ illorum serie, paulatim ad illam accedentium: quæ proportio *Divina* dicitur, cùm perfecta est; regnatque variè per conjugium Dodecaëdricum; illam igitur proportionem incipiunt adumbrare istæ Harmoniæ 1. 2. & 2. 3. & 3. 5. & 5. 8, Nam imperfectissimè est in 1. 2, perfectissimè in 5. 8. perfectior futura, si etiam 5. & 8. junctis in unum 13. superponamus 8: nisi hæc jam desineret esse Harmonica.

Porrò ad constituendum latus figuræ, secanda est Globi diameter: & postulat Octaëdron ejus bisectionem, Cubus & Tetraëdron trisectionem, Dodecaëdricum conjugium Quinisectionem. Distribuuntur igitur Proportiones, inter figuras, secundum hos numeros, qui illas exprimunt. Secatur verò & quadratum diametri, seu, formatur lateris figuralis quadratum, ex certâ ejus parte. Et tunc Laterum quadrata cum Diametri quadrato comparantur, constituuntque sic proportiones, Cubicum 1. 3, Tetraëdricum 2. 3, Octaëdricum 1. 2: quare & juncta bina, Cubicum & Tetraëdricum 1. 2. Cubicum & Octaëdricum 2. 3. Octaëdricum & Tetraëdricum 3. 4. Dodecaëdrici conjugij latera sunt ineffabilia.

Tertiò figuras jam constitutas, Harmonicæ proportiones variè consequuntur. Aut enim Numerus laterum plani, comparatur cum numero laterum figuræ totius: & oriuntur hæ proportiones, Cubica 4. 12. seu 1. 3. Tetraëdrica 3. 6. vel 1. 2, Octaëdrica 3. 12. vel 1. 4, Dodecaëdrica 5. 30. vel 1. 6, Icosaëdrica 3. 30. vel 1. 10. Aut numerus laterum plani, comparatur cum numero planorum: tunc Cubus dat 4. 6. vel 2. 3, Tetraëdron 3. 4, Octaëdron 3. 8, Dodecaëdron 5. 12, Icosaëdron 3. 20. Aut Numerus laterum vel angulorum plani cum numero solidorum angulorum comparatur; & dat Cubus 4. 8. vel 1. 2, Tetraëdron 3. 4, Octaëdron 3. 6. vel 1. 2, Dodecaëdron cum Conjuge 5. 20 & 3. 12, id est 1. 4. Aut numerus Planorum cum Numero solidorum angulorum; & dat Cubicum conjugium 6. 8. vel 3. 4. Tetraëdron æquali-

CAP. II. æqualitatis proportionem, Dodecaedricum Conjugium 12. 20 vel 3. 5. Aut Numerus laterum omnium cum Numero angulorum solidorum: & dat Cubus 8. 12. vel. 2. 3, Tetraedron 4. 6, vel 2. 3, Octaedron 6. 12. vel 1. 2, Dodecaedron 20. 30. vel 2. 3, Icosaedron 12. 30. vel 2. 5.

Comparantur verò & Corpora inter se, si Tetraedrum in Cubo sit abditum, Octaedrum in Tetraedro & Cubo, inscriptione Geometricâ: Tetraedron est triens Cubi, Octaedron semissis Tetraedri, sexta pars Cubi, ut & id Octaedron, quod est inscriptũ globo, est sexta pars de Cubo, qui globo circumscribitur. Reliquorum corpora sunt ineffabilia.

Quarta species seu gradus cognationis, est hujus Operis magis proprius; quòd proportio exquiritur, Orbium figuris inscriptorum ad orbes ijs circumscriptos; & expenditur, quænam proportiones Harmonicæ ijs approximent. Nam in solo Tetraedro diameter inscripti est effabilis, pars sc. tertia circumscripti: at in Cubico conjugio, proportio, quæ unica ibi est, similis est lineis solâ potentiâ effabilibus. Nam Orbis Inscripti diameter est ad diametrum Orbis Circumscripti, in proportione semitripla. Et si proportiones ipsas inter se compares, Tetraedricorum Orbium proportio est dupla, proportionis Cubicorum orbium. In Dodecaedrico conjugio, proportio orbium rursum est unica, sed ineffabilis, paulò major quàm 4. 5. Igitur Cuboctaedricæ proportioni orbium, approximant ex Harmonicis istæ; 1. 2. ut proximè major, & 3. 5. ut proximè minor: Dodecaedricæ verò proportioni orbium approximant Harmoniæ 4. 5. & 5. 6. proximè minores, 3. 4. & 5. 8. proximè majores.

Quòd si ob certas causas vindicentur Cubo 1. 2. & 1. 3: erunt ut proportio Cubicorum orbium ad proportionem Tetraedricorum, sic hæ Harmoniæ 1. 2. & 1. 3. Cubo tributæ, ad 1. 4 & 1. 9, Tetraedro tribuendas, siquidem utendum fuerit hac analogiâ: sunt enim & hæ proportiones illarum Harmoniarum duplæ. Et quia 1. 9. non est harmonica; succedet illi proxima Harmonica 1. 8. pro Tetraedro. Dodecaedrico verò conjugio per hanc analogiam venient ferè 4. 5. & 3. 4. Nam sicut Cubicorum orbium proportio est ferè tripla Dodecaedricorum, sic etiam Harmoniæ Cubicæ 1. 2 & 1. 3. sunt ferè triplæ Harmoniarum 4. 5. & 3. 4. Nam 4. 5. triplicata fit 64. 125: & 1. 2. est 64. 128. Sic 3. 4. triplicata, fit 27. 64. & 1. 3. est 27. 81.

CAP. III.

Summa doctrinæ Astronomicæ, necessaria ad contemplationem Harmoniarum cœlestium.

Initio sciant hoc lectores, Hypotheses astronomicas antiquas Ptolemæi, quemadmodum illæ sunt explicatæ in Theorijs Purbachij, cæterisque Epitomarum scriptoribus, penitus esse removen-

movendas ab hac consideratione, exque animo ejiciendas: non tradunt namque veram & Corporum mundi dispositionem, & Motuum politiam.

CAP. III.

In earum locum, etsi facere aliter non possum, quin Copernici de mundo sententiam unicè & substituam, & si possibile esset, omnibus persuadeam: at quia res apud vulgus studiosorum, etiamnum nova est, & dogma auditu plerisque absurdissimum, Terram ex Planetis unum esse, interque sidera ferri, circa Solem immobilem: sciant igitur, qui hujus sententiæ insolentiâ offenduntur: speculationes has harmonicas etiam in Hypothesibus Tychonis Brahei locum obtinere; propterea quod Author ille, cætera omnia, quæ dispositionem corporum & contemperationem motuum attinent, cum Copernico habet communia; solum Terræ motum annuum Copernicanum transfert ipse in totum systema Orbium Planetariorum, inque Solem, qui ejus medium obtinet, consensu authoris utriusque. Nam ex hac translatione motus, fit nihilominùs, ut terra, si non in vastissimo illo & immenso spacio sphæræ fixarum, at saltem in systemate Mundi planetarij, locum obtineat quovis tempore eundem apud Braheum, quem ei dat Copernicus: adeòque sicut, qui super papyro circulum scribit, is pedem circini scriptorium circumfert, qui verò papyrum seu tabulam affigit torno volubili, is immoto pede circini seu stilo, circulum describit eundem, super decurrente tabula: sic etiam hic, Copernico quidem Tellus circulum metatur, motu sui corporis reali, medium incedentem inter circulos, Martis exteriorem, & Veneris interiorem: at Tychoni Brahe, totum systema planetarium (in quo inter cæteros, sunt etiam Martis & Veneris circuli) convertitur, velut tabula in torno, applicans ad Terram immobilem, ceu ad stilum tornatoris, interstitium inter Martis & Veneris circulos: fitque hoc systematis motu, ut, Tellus in eo signet eundem circulum circa Solem, Martij & Venerij intermedium, ipsa perstans immobilis: quem signat apud Copernicum, motu vero sui corporis, quiescente systemate. Cùm igitur Harmonica contemplatio consideret motus planetarum eccentricos, velut ex Sole visos: facilè datur intelligi, si quis contemplator in Sole esset, quantumvis mobili; Terram illi, quamvis quiescentem (ut hoc jam concedatur Braheo), nihilominus visum iri decurrere circulũ annuum, medium inter Planetas, temporis etiam intermedio spacio. Quare etsi quis est imbecillis fidei homo, qui motum Terræ inter sidera capere non potest: is nihilominus gaudere poterit divinissimi hujus machinamenti contemplatione præstantissimâ; si, quicquid de motibus diurnis Telluris in suo Eccentrico audit, id ad apparentiam eorum in Sole applicet, qualem apparentiam etiam Tycho Brahe exhibet, Terrâ quiescente.

Hypotheses Copernici.

Hypotheses Tychonis Brahei.

Cõparatio utriusque.

Valet Harmonica cõtemplatio in Hypothesib. Brahei.

Neque tamen causam habent justam veri Samiæ philosophiæ cultores, invidendi talibus, communicationem hanc delitiosissimæ speculationis: ut quorum gaudium multis partibus erit perfectius, quippe ex speculationis consummatâ perfectione; si etiam Solis immobilitatem, Terræ verò motum acceptaverint.

Valet multò magis in Copernicanis.

CAP III.
I. Quorum corporum circumitiones constituant Harmonias.

Primùm igitur hoc teneant lectores, rem hodie penes astronomos omnes esse certissimam, quòd omnes Planetæ Solem circumeant, exceptâ Lunâ, quæ sola Terram habet pro centro: cujus quidem orbis seu curriculi quantitas non est tanta, ut in hac charta delineari possit in justâ proportione ad cæteros. Accedit igitur quinque reliquis sexta Terra, quæ seu suo proprio motu, quiescente Sole, seu immota ipsa, & converso toto Planetarum systemate, sextum & ipsa circulum circa Solem designat.

II. Quæ diversitas sit in illorum corporum intervallis.

Secundò, certum & hoc est, Planetas omnes fieri eccentricos, id est, mutare intervalla sua à Sole, sic ut in una parte circuli fiant à Sole remotissimi, in oppositâ proximè Solem veniant. In adjecto schemate pro singulis planetis facti sunt circuli terni; quorum nullus indicat viam ipsam Planetæ eccentricam, sed medius quidem, ut in Marte BE, est æqualis Orbitæ eccentricæ, quoad longiorem ejus diametrum; Orbita verò ipsa, ut AD, tangit AF superiorem ex tribus, ab unâ plagâ A, inferiorem CD ex oppositâ D. Circulus GH punctis adumbratus, & per centrum Solis descriptus, indicat viam Solis apud Tychonem Brahe; qui si hanc viam movetur, omnia omninò puncta totius Systematis planetarij, hic depicti, viam incedunt æqualem, quilibet suam propriam. Et uno ejus puncto, scilicet centro Solis, in unâ sui circuli parte stante, ut hic in infimâ; omnia omninò puncta Systematis stabunt in imis partibus suorum quodque circulorum. Veneris etiam tres circuli propter angustiam spacij coierunt in unum, præter voluntatem.

Huc refer schema ♄♃♂☉♀☿.

III. Numerus corporum Harmonias facientium quam causam habeat.

Tertiò repetat lector ex Mysterio meo Cosmographico, quod edidi ante 22. annos: Numerum Planetarum seu curriculorum circa Solem, desumptum esse à sapientissimo Conditore ex quinque figuris regularibus solidis, de quibus Euclides jam ante tot sæcula, librum scripsit, qui Elementorum dicitur, eò quòd ex Propositionum serie sit constructus. Quòd autem plura corpora regularia nequeant esse, hoc est, quòd figuræ planæ regulares nequeant sæpiùs, quam quinquies, in solidum congruere; id libro secundo hujus operis patuit.

IV. Magnitudo Sphærarum, quas permeant illa corpora, quam causam habeat?

Quartò, quod attinet proportionem Orbitarum Planetariarum; illa quidem inter binas Orbitas vicinas semper est tanta, ut facilè appareat, unamquamque illarum appropinquare proportioni unicæ Orbium unius ex quinque solidis figuris, scilicet Orbis Circumscripti ad Orbem Inscriptum figuræ: at non tamen planè æqualis est, ut olim ausus fui de perfectâ denique astronomia polliceri. Nam post absolutam demonstrationem intervallorum, ex observationibus Brahei, deprehendi hoc, Cubi quidem angulis, intimo Saturni circulo applicatis, centra planorum ferè tangere medium circulum Jovis; & Tetraëdri angulis intimo Jovis circulo insistentibus, centra planorum Tetraëdri, tangere ferè Martis circulum extimum; sic Octaëdri angulis, ex Veneris quocunque circulo surgentibus (sunt etenim omnes tres in angustissimum intervallum redacti) Centra planorum Octaëdricorum penetrare & profundiùs descendere infra Mercurij circulum

circulum extimum, neque tamen venire usque ad medium Mercurij circulum: denique Dodecaëdricorum quidem & Icosaëdricorum Orbium proportionibus inter se æqualibus, omnium proximas esse proportiones seu intervalla inter Martis & Telluris, interque Telluris & Veneris circulos, easque ipsas inter se similiter æquales; si ab intimo Martis ad medium Telluris, à medio verò Telluris ad medium Veneris computemus; Telluris enim medium intervallum est Medium proportionale, inter minimum Martis & medium Veneris: attamen has duas proportiones inter Planetarum circulos, adhuc esse majores, quàm sunt binorum illorum in figuris orbium; sic, ut Planorum Dodecaëdri centra non tangant circulum extimum Telluris, neque Icosaëdricorum planorum centra, circulum extimum Veneris: sed nec expleri hunc hiatum, per semidiametrum orbis Lunæ, suprà additam Telluris intervallo maximo, infrà verò ademptam ejusdem minimo: sed aliam quandam deprehendo proportionem figuralem; si nempe auctum Dodecaëdron, cui nomen Echino feci; conformatum scilicet ex duodecim stellis quinquangularibus, eòque proximum quinque corporibus Regularibus; hoc inquam, si duodecim mucrones suos collocet in circulo Martis intimo, tunc latera Pentagonorum, qui singuli singulorum radiorum seu mucronum sunt bases, attingere medium circulum Veneris. Breviter, Cubus & Octaëdron conjuges, penetrant suos planetarios orbes nonnihil; Dodecaëdron & Icosaëdron conjuges, non planè assequuntur suos, Tetraëdron præcisè tangit utrumque: illic minus, istic plus, hic æquale est in Planetarum intervallis.

CAP. III.

Fol. 18.

Ex qua re patet, proportiones ipsissimas intervallorum Planetariorum à Sole, ex solis figuris Regularibus desumptas non esse; non aberrat enim ab Archetypo suo Creator, Geometriæ fons ipsissimus, &, ut Plato scripsit, *æternam exercens Geometriam*. Et potuit sanè hoc ipsum colligi vel ex eo, quòd Planetæ omnes intervalla per certas temporum periodos mutant: sic, ut unusquisque duo habeat insignia intervalla à Sole, Maximum & Minimum; daturque inter binos Planetas comparatio intervallorum à Sole quadruplex, vel maximorum, vel minimorum, vel contrariorum remotissimorum inter se, vel proximorum: ita fiunt binorum & binorum vicinorum planetarum comparationes numero viginti: cùm è contrario, figuræ solidæ solùm quinque sint. At verò consentaneum est, Creatorem, si curam habuit proportionis Orbium in genere, curam etiã habuisse proportionis, quæ est inter singulorum in specie intervalla variantia; eamq; curam utrinque eandem esse, alteramque ex alterâ necti: quo perpenso, obtinebimus sanè & hoc, quòd ad constituendas Orbiũ & diametros & Eccentricitates junctim, plurib⁹ sit op⁹ principijs, præter quinq; regularia corpora.

Quintò ut ad motus veniamus, inter quos constitutæ sunt Harmoniæ; rursum inculco lectori, demonstratum esse à me in commentarijs de Marte, ex certissimis Brahei observationibus, quòd arcus diurni æquales in Eccentrico uno & eodem, non æquali permeentur celeritate; sed quòd hæ diversæ *Moræ in partibus æqualibus Eccentrici, observent proportionem suorum intervallorum à Sole*, fonte motus: & vicissim,

V. Axiomata astronomica motuum verorum.

Quòd suppositis temporibus æqualibus, puta uno die naturali utrinq; respondentes ijs, *diurni veri arcus eccentricæ Orbitæ unius, habeant inter se proportionem, eversam proportionis intervallorum duorum à Sole.* Simul autem demonstratum est à me, *Orbitam Planetæ esse ellipticam*, & *Solem*, fontem motus, *esse in altero focorum hujus Ellipsis*; itaque fieri, ut Planeta, absoluto totius circuitus *quadrante à suo Aphelio, præcisè mediocre habeat intervallum à Sole*, inter maximum in Aphelio, & minimum in Perihelio. Ex his verò duobus axiomatibus conficitur, ut diurnus Planetæ *medius motus* in eccentrico, *idem sit & verus* ejus Eccentrici arcus diurnus, illis momentis, quibus Planeta est *in fine quadrantis Eccentrici ab Aphelio computati*, licet ille quadrans verus adhuc minor appareat justo quadrante. Sequitur amplius, quòd *duo quicunque arcus Eccentrici diurni verissimi, æqualiter verè distantes, alter ab Aphelio, alter à Perihelio, juncti æquent duos diurnos medios*: & per consequens, cùm sit eadem circulorum proportio, quæ diametrorum, quòd *eadem sit proportio unius diurni medij ad junctos medios omnes* inter se æquales, quot sunt in toto circuitu, *quæ est medij diurni ad junctos veros omnes* arcus Eccentricos, totidem numero, sed inter se inæquales. Et hæc de veris Eccentrici arcubus diurnis, deque veris motibus sunt præcognoscenda, ut jam ex ijs intelligamus motus apparentes, oculo in Sole supposito.

VI. Axiomata Astronomica motuum ex Sole apparentiũ seu angulorum, quos lineæ diurnos comprehendentes conformant in cẽtro Solis.

Sextò, quantum verò attinet arcus apparentes velut ex Sole, notum est ex antiquâ etiam astronomia, quòd ex motibus veris, etiam æqualibus inter se, is qui longiùs à centro Mundi recessit (ut qui est in *Aphelio*) *appareat esse minor*; spectanti ex illo centro; qui propior sit, ut *qui est in Perihelio, idem & major.* Cùm igitur insuper etiam majores sint veri arcus diurni in propinquo, propter motum celeriorem, minores in Aphelio remoto, propter motus tarditatem: hinc ego demonstravi in Martialibus, *proportionem apparentium arcuum diurnorum unius Eccentrici, satis præcisè duplam eversam esse, proportionis suorum intervallorum à Sole.* Vt si planeta in unâ suarum dierum, quando est in Aphelio, distaret à Sole partibus, quacunque mensura, 10. in opposita die, quando est in Perihelio, partibus consimilibus 9: certum est, quòd ex Sole apparens ejus promotio in Aphelio futura sit ad apparentem in Perihelio, sicut 81. ad 100.

Hoc autem verum est cum his cautionibus; primò *ut arcus Eccentrici non sint magni*, ne communicent cum distantijs diversis, multùm differentibus, hoc est ne causentur sensibilem varietatem distantiæ terminorum suorum ab Apsidibus: deinde, *ut Eccentricitas non sit valdè magna*: nam quo major Eccentricitas, sc. quo major fit arcus; hoc magis augetur ejus apparentiæ angulus, ultra modulum appropinquationis suæ ad Solem: *per Theorema 8. Opticorum Euclidis*; quod tamen *in arcubus parvis & magnâ distantiâ nullius est momenti*, ut in meis Opt: Capite XI. monui. Sed est alia causa, cur hoc moneam. Nam *arcus Eccentrici circa Medias Anomalias inspiciuntur obliquè ex centro Solis*, quæ obliquitas minuit apparentiæ magnitudinem; cùm ex adverso *arcus circa Apsidas, aspectui*, velut in Sole collocato, *objiciantur rectè.* Quando igitur Eccentricitas est valdè magna, tunc sensibiliter nocetur proportioni motuum

tuum, si motum medium diurnum sine diminutione applicemus distantiæ mediocri, quasi is ex distantiâ mediocri tantus appareret, quantus est: ut infrà in Mercurio apparebit. Hæc omnia prolixiùs traduntur in Ep. Astr. Copernicanæ Lib. V: fuerunt autem hîc etiam commemoranda, quia attinent ipsissimos terminos harmoniarum cœlestium, per se singulos seorsim consideratos.

VII. Rejectio motuũ qui apparẽt ex terra prospicientib⁹.

Septimò, si cui fortè occurrant ij motus diurni, qui non apparent velut ex Sole, sed ex Terrâ spectantibus; de quibus agit lib. VI. Ep. Ast. Cop: is sciat, eorum rationem in hoc negocio planè nullam haberi: sanè neque debet, cùm Terra non sit fons motus ipsorum; neque potest, cùm motus ij non tantùm in meram quietem seu stationem apparentem, sed planè in retrogradationem, quantùm ad fallacem apparentiam, degenerent: qua ratione omnis proportionum infinitas omnib⁹ planetis simul & ex æquo tribuitur. Ut igitur certum habeamus, quales proportiones proprias constituant diurni motus singularum verarum Orbitarum eccentricarum (licet & ipsi adhuc apparentes sint, veluti spectanti ex Sole fonte motus): removenda prius est ab ijs motibus proprijs, hæc phantasia, communis omnibus quinque, motus annui adventitij; sive ille ex ipsius Telluris motu oriatur, secundùm Copernicum; sive ex motu systematis totius annuo, secundùm Tychonem Brahe; motusque cuique Planetæ proprij, enucleati, sub conspectum subjiciendi sunt.

VIII. Quæ propotrio periodicorum Temporum ad intervalla binorum quorumcunque à Sole? 2. 3. 4.

Octavò hactenus egimus de diversis moris vel arcubus unius & ejusdem Planetæ. Jam etiam de binorum Planetarum motibus inter se comparatis agendum. Ubi nota definitionem Terminorum, qui sunt nobis futuri necessarij. *Apsides proximas* duorum planetarum dicemus Perihelium superioris, & Aphelium inferioris: non obstante, quòd illæ vergunt in plagam Mundi, non eandem, sed diversas, & fortè contrarias. *Motus extremos*, intellige, tardissimum & velocissimum totius circuitus Planetarij. *Convergentes extremos seu Conversos*, qui sunt in binorum Apsidibus proximis, scilicet in Perihelio superioris, & Aphelio inferioris; *Divergentes vel Diversos*, qui in Apsidibus oppositis, scilicet Aphelio supioris & Perihelio inferioris. Rursum igitur hic aliqua pars mei Mysterij Cosmographici, suspensa ante 22. annos, quia nondum liquebat, absolvenda, & huc inferenda est. Inventis enim veris Orbium intervallis, per observationes Brahei, plurimi temporis labore continuo; tandem, tandem, genuina proportio Temporum periodicorum ad proportionem Orbium -- *sera quidem respexit inertem*,

Respexit tamen & longo pòst tempore venit;

eaque si temporis articulos petis, 8. Mart. hujus añi millesimi sexcentesimi decimi octavi animo concepta, sed infœliciter ad calculos vocata, eòque pro falsâ rejecta, denique 15. Maji reversa, novo capto impetu, expugnavit Mentis meæ tenebras; tantâ comprobatione & laboris mei septendecennalis in Observationibus Braheanis, & meditationis hujus, in unum conspirantium; ut somniare me, & præsumere quæsitum inter principia, primò crederem. Sed res est certissima exactissimaque, quòd *proportio quæ est inter binorum quorumcunque Planetarum tempora periodica, sit præcisè sesquialtera proportionis* mediarum distantiarum, id est Or-

CAP. III.

Nam in Cõmentarijs Martis cap. XLVIII. fo: 232. probavi Medium hoc arithmeticum vel ipsam esse diametrum circuli q longitudine æquat ellipticam orbitã vel eà proximè minus.

est *Orbium* ipsorum; attento tamen hoc, quòd *medium arithmeticum inter utramq; diametrum ellipticæ Orbitæ sit paulò minus longiore diametro.* Itaque si quis *ex periodo*, verbi causâ Telluris, quæ est annus unus, *& ex Periodo* Saturni, triginta annorum, sumpserit tertiam proportionis partem; id est, *radices cubicas*, & hujus proportionis duplum fecerit, radicibus *quadratè multiplicatis*, *is habet in prodeuntibus numeris intervallorum* Terræ & Saturni *à Sole mediorum, proportionem justissimam*. Nam cubica radix de 1. est 1. ejus quadrm 1. Et cubica radix de 30. est major quàm 3. ejus igitur quadrm majus quàm 9. Et Saturnus mediocriter distans à Sole, paulò altior est noncuplo mediocris distantiæ Telluris à Sole. Hujus Theorematis usus infrà Cap. IX. necessarius erit ad demonstrationem Eccentricitatum.

IX. Quantum spacij quilibet planeta respectu alterius trajiciat quovis tempore

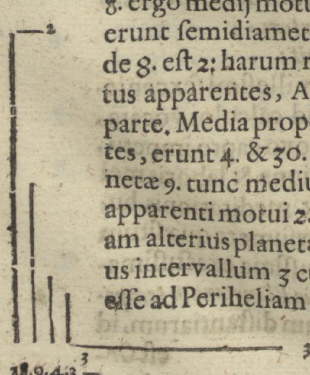
Nonò si jam ipsa verissima itinera diurna cujusque planetæ per auram ætheriam eâdem veluti decempedâ volueris metiri; conjungendæ erunt proportiones duæ, una diurnorum arcuum Eccentrici verorum (non apparentium) altera intervallorum cujusque à Sole mediocrium, quia eadem est & amplitudinis orbium; hoc est, *multiplicandus cujusque Planetæ arcus verus diurnus in sui orbis semidiametrum*: quo facto, prodibunt numeri idonei ad exquirendum, Num illa itinera faciant proportiones Harmonicas.

X. Quomodo ex veris itinerib⁹, & veris planetarum à Sole intervallis, habeatur motus ex Sole apparens, subjectum Harmoniæ cœlestis:

Decimò, ut verò habeas, quantam quodlibet talium diurnorum itinerum faciat apparentiam, oculo velut in Sole collocato; etsi hoc idem ex Astronomiâ potest immediatè peti; tamen etiam sic patebit, si addideris Itinerum proportioni proportionem eversam intervallorum non mediorum, sed verorum, quæ sunt quovis loco Eccentricorum: *Multiplicato itinere superioris in intervallum inferioris à Sole, & vicissim itinere inferioris in intervallum superioris à Sole*.

XI. Quomodo ex apparentib⁹ (velut ex Sole) diurnis motibus eliciantur intervalla Planetarum à Sole.

Vndecimò, nec minùs etiam ex datis motibus apparentibus, Aphelio unius & Perihelio alterius, vel vicissim alternisve, proportiones eliciuntur Intervallorum, Aphelij unius ad Perihelium alterius: ubi tamen medios motus oportet esse præcognitos, sc: proportionem periodicorum Temporum eversam, ex quib⁹ elicitur Orbium proportio, per Num. VIII. præmissum: tunc *sumpto medio proportionali inter motum alterutrum apparentem & suum medium, fit ut hoc medium proportionale ad semidiametrum orbis* jam patefactam, *sic medius motus, ad distantiam vel intervallum quæsitum*. Sint duorum planetarum periodica tempora 27. & 8. ergò medij motus diurni illius ad hunc, est illa, quæ 8. ad 27. quare erunt semidiametri orbium ut 9. ad 4. Nam radix cubica de 27. est 3. de 8. est 2: harum radicum 3. & 2. quadrata sunt 9. & 4. Sint jam motus apparentes, Aphelius unius 2. & Perihelius alterius 33 cum tertia parte. Media proportionalia inter motus medios 8. 27. & hos apparentes, erunt 4. & 30. Si ergò medium 4. dat mediocrem distantiam planetæ 9. tunc medius motus 8. dat aphelium intervallum 18. respondens apparenti motui 2. Et si medium alterum 30. dat mediocrem distantiam alterius planetæ 4. tunc medius illius motus 27. dat perihelium illius intervallum 3 cum 3 qntis. Dico igitur, distantiam Apheliam illius, esse ad Periheliam hujus, ut 18. ad 3 cum 3 quintis. Ex quo patet, quòd impe-



CAP. III.

tis harmonijs, inter motus extremos binorum, & periodicis temporibus utrique præſcriptis, neceſſitentur intervalla extrema & mediocria, quare etiam Eccentricitates.

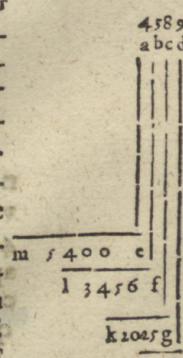
XII. Quæ proportio Motus medij ad extremos.

Duodecimò, datur etiam ex unius & ejuſdem Planetæ motibus extremis diverſis, invenire *Motum medium; Hic enim non præcisè eſt arithmeticum medium inter motus extremos; nec præcisè medium geometricum; ſed tanto minor geometrico Medio, quantò Medium geometricum minus eſt, quàm medium inter utrumque.* Sint duo motus extremi 8. & 10. Medius motus erit minor quàm 9. minor etiam quàm radix de 80. dimidio ejus, quod eſt inter utrumque, 9. & Rad. de 80. Ita ſi ſit Aphelius 20. perihelius 24. motus medius erit minor quàm 22. minor etiam quàm radix de 480. dimidio ejus, quod eſt inter hanc radicem & 22. Hujus theorematis uſus eſt in ſequenti.

XIII. Quæ cognatio proportionis intervallorum inter binos Planetas & Solem cum proportione motuũ apparentiũ utriuſque.

Decimotertiò ex præmiſſis demonſtratur, hæc PROPOSITIO, nobis valde neceſſaria futura; quòd quemadmodum proportio mediorum motuum in binis planetis, eſt ſeſquialtera everſa proportionis orbium; ſic *proportio* duorum *Apparentium convergentium extremorum Motuum ſemper deficiat à ſeſquialterâ proportionis intervallorum, illis* Extremis motibus *reſpondentium: & quantiſper quidem* duæ *proportiones* duorum *intervallorum reſpondentium, ad intervalla* duo *media ſeu ad ſemidiametros* duorum *orbium junctæ, faciunt minus quàm dimidiam proportionis orbium, tantiſper proportio Motuum* duorum extremorum *convergentium, eſt major proportione reſpondentiũ intervallorum: ſi verò illa ſumma ſuperaret dimidiam proportionis orbium, tunc motuum convergentium proportio fieret minor proportione ſuorum intervallorum.*

Sit Orbium proportio DH. AE, Motuum mediorum proportio HI, EM, prioris ſeſquialtera everſa. Sit intervallum illic minimum ſui orbis ſc. CG, hic maximum ſui, ſc. BF; & junctæ proportiones DH, CG, & BF. AE ſint primò minores dimidiâ ipſius DH, AE. Sitque mot⁹ ſuperioris periheli⁹ apparens GK, inferioris Aphelius FL. ut ſint extremi convergẽtes. Dico proportionem GK. FL, eſſe majorem, proportione CG. BF everſâ; minorem tamen ejus ſeſquialterâ. Nam proproportio HI ad GK, eſt dupla proportionis CG ad DH, & proportio FL ad EM, dupla proportionis AE ad BF. Junctæ igitur duæ proportiones, HI ad GK, & FL ad EM, duplum efficiunt junctarum CG ad DH, & AE ad BF. Sed junctæ CG ad DH, & AE ad BF, ſunt minores dimidio proportionis AE ad DH, defectu certo, ut eſt in ſuppoſitis; ergò & iunctæ HI ad GK, & FL ad EM ſunt minores duplo dimidii, id eſt, minores tota proportione AE ad DH, defecto prioris duplo. Sed HI ad EM, eſt ſeſquialtera proportionis AE ad DH, per VIII. præmiſſum. Ergò minus toto defectu duplicato, ablatum à ſeſquialtero, ſcilicet proportiones HI ad GK, & FL ad EM, à proportione HI ad EM, reliquunt plus quàm ſemis proportionis AE ad DH, exceſſu duplicato: reliquunt verò proportionem GK ad FL: Ergò proportio GK ad FL, eſt plus quàm dimidia proportionis AE ad DH, exceſſu duplicato. At proportio AE ad DH, eſt compoſita ex tribus; ex AE ad BF, ex BF ad CG, & ex CG ad DH. Et CG ad DH, cum AE ad BF eſt mi-



CAP. III. est minus dimidio ipsius AE ad DH, defectu simplo. Ergò BF ad CG est plus dimidio ipsius AE ad DH, excessu simplo. Sed proportio GK ad FL erat etiam plus quam dimidia ejusdem AE ad DH, verùm excessu duplicato. Duplicatus verò excessus est major simplo. Ergo proportio motuum GK ad FL est major, proportione intervallorum respondentium, BF ad CG.

Eodem planè modo demonstratur etiam è contrario, si planetæ appropinquent invicem in G. F, ultra distantias medias in H. E. sic ut proportio mediarum distantiarum DH. AE, amittat plus dimidio; tunc motuum GK ad FL proportionem, fieri minorem proportione suorum intervallorum BF ad CG. Nihil enim ultrà faciendum, quàm ut mutes voces, *Major* in *Minor*, *Plus* in *Minus*, *Excessus* in *defectus*; & vicissim.

In appositis numeris, quia dimidia de 4. 9. est 2. 3: & 5. 8. est adhuc major quàm 2. 3. quantitate excessus 15. 16; & verò proportionis 8. ad 9 dupla facta est proportio 1600. ad 2025. id est 64. ad 81; et proportionis 4. ad 5. dupla est facta proportio 3456 ad 5400, id est 16 ad 25. denique proportionis 4 ad 9. sesquipla est facta proportio 1600 ad 5400, id est 8. ad 27: ideò etiam proportio 2025 ad 3456, hoc est 75. ad 128, adhuc major est, quàm 5 ad 8, hoc est 75. ad 120. quantitate excessus itidem (120 ad 128. id est) 15 ad 16. Ut ita *proportio motuum Convergentium 2025 ad 3456, tanto superet proportionem eversam intervallorum respondentium 5. ad 8. quantò hæc superat dimidium proportionis Orbium 4 ad 9.* Vel quod eodem redit, *Propertio duorum intervallorum convergentium, est media inter dimidiam Proportionis Orbium, & inter eversam Motuum respondentium.*

Ex hoc autem datur intelligi, *Motuum divergentium proportionem, esse multò majorem sesquialterâ proportionis orbium*; cùm ad sesquialteram accedant duplæ proportionum, intervalli Aphelij ad intervallum medium, & medij ad perihelium.

CAPUT IV.

Quibus in rebus ad motus Planetarum pertinentibus, expressæ sint a Creatore proportiones Harmonicæ, & quomodo?

IGitur ablata phantasia retrogradationum & stationum, & enucleatis planetarum proprijs motibus, in suis genuinis Orbitis eccentricis, restant adhuc hæc in planetis distincta, 1. Intervalla à Sole. 2. Tempora periodica. 3. Arcus eccentrici diurni. 4. Moræ in ijs arcubus diurnæ. 5. Anguli ad Solem seu arcus diurni apparentes veluti spectantibus ex Sole. Rursumque, omnia hæc (exceptis Temporibus periodicis) sunt variabilia toto circuitu, plurimùm quidem in longitudinibus medijs, minimùm verò in extremitatibus,

quan-

quando conversione facta ab earum una, revertuntur ad oppositam; ut cùm est Planeta humilimus & Soli vicinissimus, eóque in uno gradu Eccentrici moratur quàm minimum, & vicissim in una die maximum arcum Eccentrici diurnũ conficit, & velocissim⁹ ex Sole apparet: tunc illius mot⁹ manet aliquandiu in hoc vigore, sine sensibili variatione: donec superato pihelio planeta paulatim inceperit à Sole discedere in lineâ rectâ longiùs; tunc simul & in gradibus Eccentrici moratur diutius: aut si unius diei motum consideres, sequenti quoque die proficit minùs, multoq; etiam tardior ex Sole apparet: donec summæ Apsidi appropinquaverit, faciens intervallum à Sole maximum; tunc enim & diutissimè omnium moratur in uno gradu Eccentrici; aut contrà, in unâ die minimum ejus arcum conficit, multoq; etiam minorem & totius ambitus sui minimam facit apparentiam.

Deniq; hæc omnia sunt vel unius alicujus Planetæ per diversa tempora; vel sunt in planetis diversis; sic ut supposità temporis infinitate, omnes affectiones circuitus unius planetæ, cum omnibus affectionibus circuitus alterius planetæ, eodem temporis momento concurrere & comparari possint: & tunc integri quidem Eccentrici, inter se comparati, proportionem habent eandem, quam ipsorum semidiametri, seu intervalla mediocria; arcus verò Eccentricorum duorum, æqualiter vel eodem numero denominati, habent tamen inæquales veras longitudines in proportione totorum Eccentricorum. Verbi causa, gradus unus in Sphæra Saturni duplo ferè major est, quàm gradus unus in Sphæra Jovis. Et vicissim, arcus diurni Eccentricorum expressi numeris astronomicis, non exhibent proportionem verorum itinerum, quæ globi in una die conficiunt per auram æthream, quia singulæ unitates denotãt in ampliori circulo Planetæ superioris, itineris particulam majorem, in angustiori verò circulo inferioris, particulam minorem. Ut sic hæc iam accedat considerationis pars sexta, de Itineribus binorum Planetarum diurnis.

Primùm igitur sumamus secundum ex positis; Tempora scilicet periodica Planetarum: quæ continent summas collectas ex omnibus Moris omnium Graduum totius ambitus, longis, mediocribus, parvis. Et deprehensum est ab antiquo ad nos usque, quòd Planetæ circa solem reditus suos absolvant, ut sequitur in Tabellâ.

	Diebus.	Diej scrupulis.	Ergò diurni medij Min.	Sec.	Tert.
Saturnus	10759.	12	2.	0.	27.
Iupiter	4332.	37	4.	59.	8.
Mars	686.	59	31.	26.	31.
Tell⁹ cũ Luna	365.	15	59.	8.	11.
Venus	224.	42	96.	7.	39.
Mercurius	87.	58	245.	32.	25.

CAP. IV

In his igitur periodicis temporibus harmonicæ proportiones nullæ ſunt, quod facilè apparet, ſi periodi majores continuè biſecentur, minores continuè duplicentur, ut diſſimulatis Diapaſon intervallis, ea quæ ſunt intra unum Diapaſon, exquirere poſſimus.

	Saturni	*Iovis*	*Martis*	*Telluris.*	*Veneris.*	*Mercurij*	
	10759.12						
di-	5379.36	4332.37				87.58	
mi-	2689.48	2166.19			224.42	175.56	*Du-*
di-	1344.54	1083.10	686.59	365.15	449.24	351.52	*pla.*
a	672.27	541.35					

Omnes ultimi, ut vides, abhorrent à proportionibus harmonicis, videnturq; ſimiles ineffabilibus. Capiat enim numerus dierum Martis 687. menſuram 120, quæ eſt diviſionis Chordæ; venient in hac menſurâ Saturno, pro parte ſedecimâ, paulò plus quàm 117; Jovi pro parte octavâ, minus quàm 95; Telluri minus quàm 64; Veneri pro duplo, plus quàm 78; Mercurij quadruplo, 61 plus. Atqui hi numeri cum 120. non faciunt ullam proportionem harmonicam, ſed eorum vicini, 60. 75. 80. 96. Ita qualium Saturnus habet 120; Jupiter habet ferè 97; Tellus ſupra 65. Venus pluſquàm 80; Mercurius minus quàm 63. Et qualium Jupiter habet 120; Terra habet minus quàm 81; Venus minus quàm 100; Mercurius minus quàm 78. Qualium item Venus habet 120: Terra habet minus quàm 98. Mercurius plus quàm 94. Qualium denique Terra habet 120; Mercurius habet minus quàm 116. Quòd ſi valuiſſet hîc libera proportionum electio: omninò perfectæ Harmoniæ, non verò excedentes & deficientes ſumptæ fuiſſent. Non deprehenditur igitur Creator Deus inter has morarum ſummas collectas in Tempora periodica, voluiſſe introducere proportiones harmonicas.

Proportio inter ſe globorum Planetariorum

Ac cùm ſit conjectura probabiliſſima (quippe nixa demonſtrationibus Geometricis, & doctrinâ de cauſis motuum Planetariorum, traditâ in comentarijs Martis;) Planetarum moles corporum, eſſe in proportione periodicorum Temporum, ſic ut Saturni globus ſit trigecuplo circiter major, globo Telluris, Jupiter duodecuplo, Mars minùs duplo, Terra globi Veneris ſeſquialtero major, Mercurialis globi quadruplo major: non erunt igitur neque hæ proportiones corporum harmonicæ.

Cùm autem Deus nihil ſine Geometricâ pulchritudine conſtituerit, quod non ab alio priore, quadam neceſſitatis lege ſit nexum; facilè colligimus, temporibus periodicis ſuas venire prolixitates, adeòque & Corporibus mobilibus ſuas moles, ab aliquo, quòd eſt in Archetypo prius; ad quod exprimendum, iſtæ, ut videntur improportionatæ moles & periodi, ſunt in hunc modulum aptatæ. At collectas eſſe dixi Periodos ex Moris, longiſſimis, mediocribus, & tardiſſimis: oportet igitur vel in his Moris, vel ſi quid eſt ijs priùs in Mente Opificis, inveniri concinnitates Geometricas. Morarum verò proportiones nexæ ſunt ab arcuum diurno-

diurnorum proportionibus; quia arcus proportionem eversam habent proportionis Morarum. Rursum, & Morarum & Intervallorum unius alicujus Planetæ proportiones, diximus esse easdem. Quòd igitur attinet Planetas singulos, una & eadem erit consideratio trium horum, Arcuum, Morarum in Arcubus æqualibus, & Remotionis arcuum à Sole, seu Intervallorum. Et quia jam variabilia sunt hæc omnia in Planetis: dubium nullum esse potest, quin si quid fuerint sortita pulchritudinis Geometricæ, certo summi Opificis consilio; id suis Extremis acceperint, ut Aphelijs & Perihelijs intervallis; non ita Medijs interjectis. Nam datis extremorum intervallorum proportionibus, jam non opus est consilio, ut intermediæ proportiones certo aptentur numero; sequuntur enim ultrò, necessitate motus planetarij ab uno Extremo, per intermedia omnia, ad Extremum alterum.

Igitur extrema intervalla sunt ista, per accuratissimas Tychonis Brahei observationes, methodo in Commentarijs Martis traditâ, exquisita, pertinacissimo septendecim annorum studio.

Comparata Intervalla cum Harmonicis

Binorum Converg.	Diverg.			*Singulorum propr.*
		Saturni Aphel.	10052. a	*Plus tono minore* $\frac{10000}{9000}$
		Perihelium	8968. b	*Min° tono majore.* $\frac{10000}{8935}$
$\frac{a}{d}\ \frac{2}{1}$	$\frac{b}{c}\ \frac{5}{3}$			
		Iovis Aphelium	5451. c	*Nulla concinna proportio sed ferè* $\frac{11}{10}$ *Inconcinna*
		Perihelium	4949. d	*vel dim. de harmonica* $\frac{6}{5}$
$\frac{c}{f}\ \frac{4}{1}$	$\frac{d}{e}\ \frac{3}{1}$			
		Martis Aphelium	1665. e	*Hic* $\frac{1665}{1388}$ *esset Harmonica* $\frac{6}{5}$
		Perihelium	1382. f	*&* $\frac{1665}{1332}$ *esset* $\frac{5}{4}$
$\frac{e}{h}\ \frac{5}{3}$	$\frac{f}{g}\ \frac{27}{20}$			
		Terræ Aphelium	1018. g	*Hic* $\frac{1020}{980}$ *esset diesis* $\frac{25}{24}$
		Perihelium	982. h	*non possidet ergò diesin*
$\frac{g}{k}\ \frac{2}{1}$ *semis sc.* $\frac{1000}{7071}$	$\frac{h}{i}\ \frac{27}{20}$			
		Veneris Aphel.	729. i	*Minus quàm sesquicomma*
		Perihelium	719. k	*plus quam tertia pars diesios.*
$\frac{i}{m}\ \frac{12}{5}$	$\frac{k}{l}\ \frac{243}{160}$	~~*Saturni*~~ Mercurii *Aphel.*	470. l	*Plus quam diapente abundans* $\frac{243}{160}$ *minus quàm Harmonica* $\frac{8}{5}$
		Perihelium	307. m	

Nullius igitur Planetæ unius intervalla Extrema ad Harmonias alludunt, præter Martis & Mercurij.

At si diversorum Planetarum intervalla extrema inter se compares: jam affulgere incipit aliqua lux Harmonices. Nam Extrema ♄ & ♃ divergentia, faciunt paulò plus quàm Diapason; Convergentia, medium inter Sextas majorem & minorem. Sic Extrema ♃ & ♂ Divergẽtia complectuntur ferè Disdiapason, Convergẽtia ferè Diapente cum diapason. Telluris verò & ♂ Divergentia, plus aliquantò sunt complexa, quàm Sextam majorem, Convergentia Diatessaron abundans. In sequenti copulâ Telluris & ♀ rursum inter Convergentia est idem diatessaron

 abun-

CAP. IV

abundans, at inter divergentia destituimur Harmonicâ proportione: minor enim est quàm Hemidiapason (si ita licet loqui) hoc est, minor quàm semidupla. Denique inter Veneris & Mercurij divergentia, paulo minus interest compositâ ex Diapason & tertiâ minore; inter convergentia est Diapente abundans, paulò plus.

Quibus gradibus ad veras harmonias cœlestes perventum.

Analogia inter convexum orbem & circularem lineam eadem, quæ inter solidas figuras & harmonias: eadem etiã inter corp⁹ & motum corporis

Etsi igitur unum intervallum paulò longiùs abit ab Harmonicis: fuit tamen hic successus invitamentum ad progrediendum ulteriùs. Erant autem hæ meæ ratiocinationes. Primùm intervalla hæc, in quantum sunt longitudines sine motu, non aptè ad Harmonica examinantur, quia Harmonijs magis familiare subjectum est Motus, causâ celeritatis & tarditatis. Deinde, in ijsdem, in quantum sunt diametri Orbium, credibile est, potiorem esse habitam rationem Corporum regularium quinque, ex analogiâ: quia quæ ratio est corporum Geometricorum solidorum, ad cœlestes orbes, undiquaque vel clausos cœlesti materia, ut vult antiquitas, vel claudendos successivè plurimarum gyrationum agglomeratione: eadem est & Planarum figurarum, circulo inscriptilium (quæ figuræ Harmonias gignunt) ad circulos cœlestes motuum, cæteraque spacia, in quibus fiunt motus. Ergò si quærimus Harmonias, quæramus eas non in his intervallis, ut sunt semidiametri Orbium; sed in illis, ut sunt mensuræ motuum, hoc est, in ipsis potiùs motibus. Sanè intervalla non alia possunt accipi, pro semidiametris Orbium, quàm Mediocria; nos verò hic de Extremis agimus intervallis. Non agimus igitur de intervallis respectu suorum orbium, sed respectu motuum.

His igitur de causis cùm ad motuum extremorum comparationem transivissem; primùm manserunt magnitudine eædem motuum proportiones, quæ priùs erant intervallorum, tantummodò eversæ; quare etiam inter motus inventæ sunt proportiones aliquæ, ut priùs, inconcinnæ, & ab Harmonijs alienæ. Id verò rursum ratus sum meritò mihi evenire; quippe qui comparem inter se arcus Eccentrici, qui neque sint expressi & numerati mensurâ magnitudinis ejusdem, sed numerentur gradibus & minutis, quæ sunt in planetis diversis magnitudinis diversæ; neque etiam faciant apparentiam ullibi tantam, quantum dicit numerus cujusque; nisi tantùm in centro Eccentrici cujusque, quod nullo corpore est suffultum, ac proinde etiam incredibile est, sensum vel instinctum naturalem in illo mundi loco ullum esse, apparentiæ hujus capacem; imò & impossibile, siquidem comparabam diversorum planetarum arcus Eccentricos, causâ suæ apparentiæ in centris suis, quæ diversi obtinẽt diversa: comparatæ verò diversæ apparentes magnitudines, in uno debebãt Mundi loco sic apparere; ut id quod facultatem habet comparandi illa, sit in illo communis apparentiæ loco præsens. Aut igitur removendam ex animo censui apparentiam horum arcuum eccentricorum, aut aliter informandam. Quòd si removerem apparentiam, & mentem ad ipsa diurna Planetarum itinera attenderem; vidi utendum esse præcepto illo, quod superiori capite Numero IX. tradidi. Multiplicatis igitur arcubus Eccentricorum diurnis in Orbium intervalla Mediocria, prodierunt hæc itinera.

Arcus

	Diurni Prim. Sec.	Intervalla mediocria	Itinera diurna.
Saturni Aphelij	1. 53.		1065
Perihelij	2. 7.	9510.	1208
Iovis Aphelij	4. 44		1477
Perihelij	5. 15.	5200.	1638
Martis Aphelij	28. 44.		2627
Perihelij	34. 34.	1524.	3161
Telluris Aphelia	58. 6.		3486
Perihelia	60. 13.	1000.	3613
Veneris Aphelia	95. 29.		4149
Perihelia	96. 50.	724	4207
Mercurij Aphelij	201. 0.		4680
Perihelij	307. 3.	388.	7148

CAP. IV

Ita Saturni vix septimā partem cōficit, itineris Mercurialis sitque quod Aristoteles lib. II. de cœlo rationi consentaneum censuit, ut semper is, q Soli propior, majus spaciumcōficiat, quā qui remotior: quod in antiqua astronomia obtineri non potest.

Quod igitur attinet singulorum itinera diurna, proportiones ijs comprehensas oportet easdem magnitudine esse, quæ priùs fuerunt in intervallis, sed specie eversas: quia arcus Eccentrici, ut dictum, habent suorum intervallorum à Sole proportionem eversam.

Itinera verò binorum extrema vel diversa vel conversa si consideremus, multò minus harmonicum quicquam apparet, quàm priùs, cùm ipsos arcus consideraßemus.

Et sanè si rem pensitemus diligentiùs, apparebit, non valde verisimile esse, Creatorem sapientißimum Harmonias inter ipsa potißimum itinera Planetaria procuraße. Nam si sunt Harmonicæ proportiones itinerum: erunt reliqua omnia, quæ habent planetæ, coacta, & ex itineribus nexa, ut non sit locus alibi procurandi Harmonias. At cui bono Harmoniæ inter itinera; aut quis has harmonias percipiet? Duo sunt, quæ nobis harmonias in rebus naturalibus patefaciunt, vel lux vel sonus: illa per oculos, sensusve occultos oculis analogos, hic per aures, recepti; quas species occupans mens, sive instinctu (de quo lib. IV. abunde) sive per ratiocinationem Astronomicam vel Harmonicam, dijudicat concinnum ab inconcinno. Jam soni in cœlo nulli existunt, nec tam turbulentus est motus; ut ex attritu auræ cœlestis eliciatur stridor. Restat lux: si hæc docere debet de itineribus Planetarum; docebit vel Oculos, vel sensorium ijs analogon, situm in certo loco; & ut statim ipsa per se lux edoceat, coram videtur adeße oportere sensum. Erit igitur sensus in toto Mundo; scilicet ut unus & idem omnium Planetarum motibus simul adsit. Nam illa via, ab observationibus, per longißimas Geometriæ & Arithmeticæ ambages, per proportiones orbium & cætera antea discenda, usque ad itinera hæc ipsa, traducta, nimis est longa pro instinctu aliquo naturali, cujus movendi causâ harmonias introductas esse consentaneum videtur.

CAP. IV

Omnibus igitur in unum conſpectum coactis, concluſi rectè, dimiſſis veris itineribus Planetarum per auram ætheriam, oportere nos oculos convertere ad Apparentes arcus diurnos, & apparentes quidem omnes ex uno certo & inſigni Mundi loco, ſcilicet ex ipſo corpore Solari, fonte Motus omnium Planetarum; videndumque, non quàm altus à Sole ſit Planetarum quiſlibet, nec per quantum ſpacium in unâ die trajiciat; hoc enim ratiocinativum eſt & aſtronomicum, non inſtinguibile: ſed quantum angulum in ipſo ſolis corpore diurnus cujusque motus ſubtendat, vel quantum arcum ſub uno communi circulo, ex Sole deſcripto, qualis eſt Ecliptica, quolibet die conficere videatur; ut ita hæc apparentia, beneficio luminis ad corpus Solis perlata, cum ipſo lumine rectâ in creaturas, inſtinctus hujus participes, ſic influere poſſit: ſicut libro quarto, ſchema cœli in fœtum, beneficio radiorum diximus influere.

Docet igitur Aſtronomia Tychonica, (remotis à planetario motu proprio, parallaxibus orbis annui, quæ ſpeciem ipſis induit ſtationum & retrogradationum) motus diurnos Planetarum in ſuis orbitis (apparentes veluti ſpectantibus ex Sole) eſſe hoſce.

Harmonia binorum			*Apparentes diurni* ~~*diurni.*~~	*Harmoniæ ſingulorum propriæ*	
Diver.	*Conv.*		*Prim Sec.*	*Prim. Sec.*	
a 1	b 1	♄ Aphelius	1.46. a.	Inter 1.48	eſt $\frac{4}{5}$ Tertia major.
		Perihelius	2.15. b.	& 2.15.	
d 3	c 2	♃ Aphelius	4.30. c.	Inter 4.35.	eſt $\frac{5}{6}$ Tertia minor.
c 8/1	d 1/5	Perihelius	5.30. d.	& 5.30.	
f 1/8	e 5/24	♂ Aphelius	26.14. e.	Inter 25.21.	eſt $\frac{2}{3}$ Diapente
e 5	f 2	Perihelius	~~3.81.~~ 38.1. f.	& 38.1.	
h 12	g 3	Tel. Aphelius	57.3. g	Inter 57.28.	eſt $\frac{15}{16}$ Semitoni:
g 3	h 5	Perihelius	61.18. h	& 61.18.	
k 5	i 8	♀ Aphelius	94.50. i.	Inter 94.50.	eſt $\frac{24}{25}$ Dieſis
i 1	k 3	Perihelius	97.37. k.	& 98.47.	
m 4	l 5	☿ Aphelius	164.0. l.	Inter 164. 0.	eſt $\frac{5}{12}$ Diapaſon: cum tertia minore
		Perihelius	384.0. m.	& 394. 0.	

Nota, quòd Mercurij magna Eccentricitas, faciat motuum proportionem nonnihil differre à duplicatâ diſtantiarum proportione. Nam ſi feceris, ut 100. mediocrem diſtantiam, ad 121. Apheliam, duplo tantam proportionem motus Aphelij, ad motum medium 245 *m.* 32 *ſ.* tunc prodit motus aphelius 167. & ſi, ut 100 ad 79. diſtantiam periheliam; duplo tantam proportionem motus perihelij ad mediocrem eundem; Perihelius motus fiet 393. utrinque major, quam hic poſui; quia ſcilicet medius motus in Anomalia media valde ex obliquo inſpectus, non apparet tantus, ſc. non 245 *m.* 32 *ſec.* ſed minor, circiter 5. ſcrupu-

ſcrupulis; ergo etiam Aphelius & Perihelius minores elicientur. Minùs autem Aphelius, & plùs perihelius, propter I h. Opt: Eucl: ut cavi capite præcedenti, Numero VI.

CAP. IV

Quòd igitur inter hos apparentes motus ſingulorum extremos eſſent Harmoniæ, & Concinna intervalla, id vel ex proportionibus diurnorum arcuum eccentricorum, ſuprà relatis, potui præſumere animo: cùm viderem ibi paſſim ſemiſſes regnare proportionum harmonicarum; ſcirem verò, apparentium motuum eſſe duplam proportionem, proportionis motuum eccentricorum. Sed datur experientiâ ipsâ, vel ſine ratiocinatione, quod affirmatur, comprobare; ut vides in tabellâ proximâ. Valdèn propè ad harmonias accedunt proportiones apparentium motuum ſingulorum; ſic ut Saturnus & Jupiter paulo admodum plus quàm Tertias complectantur, Majorem & Minorem: exceſſus illic 53. 54. hic 54. 55. aut minus, ſc. ſeſquicommata ferè; Terra paulò admodum, ſcilicet 137. 138. vix ſemicommate, plus quàm ſemitonium; Mars aliquanto (ſcilicet 29. 30. quod ad 34. 35. vel 35. 36. accedit) minus quàm Diapente; Mercurius ſupra Diapaſon, propiùs obtinet Tertiam Minorem, quàm Tonum, minus ſc. habet per 38. 39. circiter, quod eſt circiter duo commata, ſcilicet ferè 34. 35. vel 35. 36. Sola Venus minus aliquid obtinet, quàm ſunt omnia concīna, ipſaque adeò Dieſis: eſt enim proportio ejus inter duo & tria cōmata, ſuperatque beſſem Dieſeos, exiſtens circiter 34. 35. ferè 35. 36. cōmate diminuta Dieſis.

In hanc conſiderationem etiam Luna venit: Nam deprehenditur ejus Apogææ motu horarius in Quadris, omnium ſc. tardiſſimus, *26 pr. 26 ſec.* Perigææ in Copulis, omnium ſcilicet velociſſimus, *35 pr. 12 ſec.* quâ ratione formatur exactiſſimè Diateſſaron. Nam pars tertia de 26. 26 eſt 8. 49. cujus quadruplum eſt *35. 15.* Et nota, quòd Harmonia Diateſſaron inter mot⁹ apparentes alibi nuſpiam inveniatur: nota etiam analogiam Quartæ in Harmonijs, cum Quadra in Phaſibus. Hæc itaque inveniuntur in motibus ſingulorum.

At in binorum inter ſe collatorum Planetarū motibus extremis, clariſſimus ſol Harmoniarum cœleſtium ſtatim ad primum aſpectum enititur, ſive diverſos motus extremos inter ſe compares, ſive converſos. Nam inter converſos Saturni & Jovis, proportio eſt exactiſſimè dupla, ſeu Diapaſon; inter diverſos, paulò admodùm amplius quam tripla, ſeu Diapaſon cum Diapente. Nam de *5 pr. 30 ſec.* tertia pars eſt *1 pr. 50 ſec.* cùm Saturnus pro eo habeat *1 pr. 46 ſec.* Igitur Planetaria habet plùs unam Dieſin, aut paulò quid minus ſc. 26. 27. vel 27. 28: & minus unico Secundo ad Aphelium ♄ accedente, exceſſus erit 34. 35. quanta eſt motuum extremorū ♀. Inter Jovis & Martis diverſos & converſos regnant Triſdiapaſon, & Diſdiapaſon epidiatrion, non perfectè. Nam pars octava de *38 pr. 1 ſec.* eſt *4 pr. 45 ſec.* cùm Jupiter habeat *4 pr. 30 ſec.* quos inter numeros adhuc intereſt 18 19. quod eſt medium inter 15. 16 & 24. 25. Semitonium & Dieſin, ſcilicet proximè perfectum Limma 128. 125. Sic pars quinta de *26 pr. 34 ſec.* eſt *5 pr. 15 ſec.* cum Jupiter habeat *5 pr. 30 ſec.* deeſt igitur hîc proportioni quintuplæ circiter 21. 22, quantum prius altera abundabat, ferè ſc. Dieſis 24. 25. Propiùs accedit Har-

Quæ Harmoniæ inter binorū converſos & diverſos motus.

Vide librū III. Cap. IV. fol. 39

Harmonia 5. 24. quæ ad Disdiapason pro majori Sextâ adsciscit minorem. Nam de 5. 30. quinta pars est 1. 6, quæ sumpta vicies quater, constituit 26. 24. cum quo 26. 14. non plus quam semicomma facit. Mars cum Tellure minimam proportionem sortitus est, exactissimè sesquialteram, seu Diapente: nam pars tertia de 57 *pr.* 3 *sec.* est 19 *pr.* 1 *sec.* cujus duplum 38 *pr.* 2. *sec.* quem ipsissimum numerum habet Mars, sc. 38 *pr.* 1 *sec.* Majorem illi proportionem sortiti sunt Diapason cum Tertia minori 5. 12. paulò imperfectiùs. Nam pars duodecima de 61 *pr.* 18 *sec.* est 5 *pr.* 6 sem. *sec.* quæ sumpta quinquies, fit 25 *pr.* 33 *sec.* cùm pro eo Mars habeat 26 *pr.* 14 *sec.* Deest igitur diminuta Diesis circiter, sc. 35. 36. Tellus verò & Venus communes sortiti sunt harmonias, maximam 3. 5. minimam 5. 8. Sextas, majorem & minorem, rursum non perfectissimè. Nam pars quinta de 97 *pr.* 37 *sec.* est 19 *pr.* 31 *sec.* & hujus triplum fit 58 *pr.* 34 *sec.* quod est motu Telluris Aphelio plus per 34. 35. quod est ferè 35. 36. tantum superat Harmonicam Planetaria. Sic pars octava de 94 *pr.* 50 *sec.* est 11 *pr.* 51 *sec.* + cujus quintuplum est 59 *pr.* 16 *sec.* quod est quàm proximè æquale medio motui Telluris; quare hîc minor est planetaria harmonicâ per 29. 30. vel 30. 31, quod est rursum ferè 35. 36. Diesis diminuta; adeòque appropinquat hæc minima illorum proportio, Harmoniæ Diapente: pars enim tertia de 94 *pr.* 50 *sec.* est 31 *pr.* 37 *sec.* cujus duplum 63 *pr.* 14 *sec.* à quo deficit perihelius Telluris motus 61 *pr.* 18 *sec.* particulâ 31. 32. ut exactè Planetaria medium teneat inter vicinas Harmonicas. Denique Venus & Mercurius sortiti sunt proportiones, maximam Disdiapason, minimam Sextam duram; nec has planè perfectissimè. Nam pars quarta de 384. est 96 *pr.* 0 *sec.* cùm Venus habeat 94 *pr.* 50 *sec.* accedit igitur Quadruplæ, unum comma circiter. Sic quinta pars de 164 *pr.* est 32 *pr.* 48 *sec.* quæ ter sumpta facit 98 *pr.* 24 *sec.* cùm Venus habeat 97 *pr.* 37 *sec.* superat igitur Planetaria besse commatis circiter, hoc est 126. 127.

Hæ sunt igitur Harmoniæ Planetis inter se distributæ; nec est ulla ex præcipuis comparationibus (convergentium scilicet, & divergentium extremorum motuum) quæ non adeò prope Harmoniam aliquam veniat, ut si vel chordæ sic essent tensæ, aures imperfectionem haud facilè discreturæ fuerint, excepto illo excessu unius inter Jovem & Martem.

Quæ Harmoniæ inter ejusdẽ plagæ motus binorum.

Sequitur autem, ut neque tunc multùm aberraturi simus ab Harmonijs, si motus ejusdem plagæ comparemus. Additâ namque Saturni 4. 5. cum 53. 54. ad intermediam 1. 2. conflatur 2. 5. cum 53. 54. quod est inter Aphelios motus ♄ ♃. Adde Iovis 5. 6. cum 54. 55, colligitur 5. 12. cum 54. 55. quod est inter Perihelios Saturni Iovis. Sic adde Iovis 5. 6. cum 54. 55. ad intermediam sequentem 5. 24. min⁹ 157. 158, prodit 1. 6 min⁹ 35. 36. inter aphelios; adde ad eandem 5. 24. min⁹ 157. 158. ♂ 2. 3. minus 29. 30, prodit 5. 36. minus 24. 25. circiter, id est 125. 864. vel 1. 7. ferè, inter perihelios: hoc quidem inconcinnum adhuc solum est. Ad tertiam ex intermedijs 2. 3. adde Martiam 2. 3. minus 29. 30, provenit 4. 9. minus 29. 30, id est 40. 87, inconcinnum alterum inter Aphelios; si pro Martia Terream 15. 16. addideris plus 137. 138., creabis 5. 8. plus

137. 138. inter perihelias. Et ad quartam intermediarum 5. 8. minus 30. 31. vel 2. 3. plus 31. 32, si Telluris 15. 16. cum 137. 138. addideris, colliges quàm proximè 3. 5. inter aphelios motus Telluris & Veneris. Nam pars quinta de 94 *prim.* 50 *secund.* est 18 *prim.* 58 *secund.* cujus triplum est 56 *prim.* 54 *secund.* cum Tellus habeat 57 *pr.* 3 *sec.* Ad eandem si Veneris 34. 35. addideris, accumulas 5. 8. inter perihelios. Nam pars octava de 97 *pr.* 37 *sec.* est 12 *pr.* 12 *sec.* + quæ sumpta quinquies fœnerat 61 *pr.* 1 *sec.* cum Tellus habeat 61 *pr.* 18 *sec.*

Denique ad ultimam intermediarum 3. 5. cum 126. 127, si addideris Veneriam 34. 35, componetur 24. 25. ultra 3. 5. & fit dissonum intervallum ex utroque compositum inter aphelios. Sin autem addideris Mercurialem proportionem 5. 12. minus 38. 39; jam de 1. 4. seu Disdiapason decedet quàm proximè Diesis integra, pro proportione inter motus perihelios.

Perfectæ igitur inveniuntur Harmoniæ, inter Saturni & Jovis convergentes, Diapason; inter Jovis & Martis convergentes, Diapason cum Tertiâ molli ferè; inter Martis & Telluris convergentes, Diapente; inter eorum perihelios Sexta mollis; inter Telluris & Veneris aphelios Sexta dura, inter perihelios Sexta mollis; inter conversos extremos Veneris & Mercurij Sexta dura: inter divergentes vel etiam inter perihelios, Disdiapason: adeò ut sine damno Astronomiæ omnium subtilissimè ex observationibus Braheanis extructæ, residua exilissima discrepantia consumi posse videatur; præsertim in motibus Veneris & Mercurij.

Notabis autem, ubi non est Harmonia Major perfecta, ut inter Jovem & Martem, ibi solùm proximè perfectam deprehendi interlocationem figuræ solidæ, cùm perihelia Jovis distantia sit proximè tripla apheliæ Martis: ut ita hæc biga perfectam Harmoniam, quam non habet in motibus, affectet in intervallis. Notabis amplius, Planetariam Saturni & Jovis majorem, excedere Harmonicam, scilicet Triplam, quantitate ferè tantâ quanta est Veneris propria; & tantũdem ferè deesse communi majori Martis & Telluris, tantundem & duabus communibus, extremorum Telluris & Veneris, convergentium & divergentium. Notabis tertiò, ferè in superioribus esse Harmonias stabilitas inter convergentes: at in inferioribus, inter motus ejusdem plagæ. Nota & quartò, inter Saturni & Telluris aphelios, esse proximè quinque Diapason; nam pars tricesima secunda de 57 *prim.* 3 *secund.* est 1 *prim.* 47 *sec.*. cùm aphelius Saturni habeat 1 *pr.* 46 *sec.*

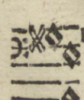
Porrò magnum discrimen interest inter explicatas singulorum Planetarum Harmonias, & inter junctorum. Nam illæ quidem eodem temporis momento existere non possunt, hæ verò omninò possunt: quia idem Planeta, versans in suo Aphelio, non simul potest esse & in opposito Perihelio: at duorum Planetarum alter in suo Aphelio, alter in suo Perihelio possunt esse eodem temporis momento. Adeòque quæ proportio est Cantus simplicis seu Monodiæ, quam Choralem Musicam dicimus, & quæ sola Veteribus fuit

cognita, ad cantum plurium vocum, Figuratum dictum, inventum proximorum ſæculorum: eadem eſt proportio Harmoniarum, quas ſinguli deſignant Planetæ, ad Harmonias junctorum. Itaque jam porrò; Cap. V. & VI. ſinguli planetæ comparabuntur cum Muſica Chorali veterum, ejuſque proprietates in planetarum motibus oſtendentur: at capitibus ſequentibus, juncti planetæ, cum figuratâ modernâ Muſicâ paria facere demonſtrabuntur.

CAPVT V.

In Proportionibus motuum Planetariorum apparentium (ex Sole veluti ſpectantibus) expreſſa eſſe Loca Syſtematis, ſeu Claves Scalæ Muſicæ, & genera cantus, Duri & Mollis.

QVod igitur inter hos duodecim terminos ſeu Motus, Planetarum ſex, ſolem circumcurrentium, ſurſum deorſum, & quaquaverſùm ſtent proportiones Harmonicæ, aut talibus intra inſenſilem partem Concinni minimi proximæ, probatum eſt hactenus, per numeros hinc ex Aſtronomia; inde ex Harmonicâ petitos. Quemadmodum verò libro tertio primùm Harmonicas proportiones ſeorſim ſingulas eruimus capite primo; tunc demum capite ſecundo, eas omnes, quotquot erant, in unum commune Syſtema ſeu Scalam Muſicam compegimus, imò potiùs unam earum Diapaſon, quæ cæteras poteſtate complectitur, per illas cæteras in gradus ſeu Loca ſua diviſimus, eâque, re ut Scala eſſet, effecimus: ſic nunc quoq; inventis Harmonijs, quas Deus ipſe in Mundo incorporavit, ſequitur ut videamus, num ita ſingulæ ſtent ſeorſim, ut nullam cum reliquis cognationem habeant; an verò omnes inter ſe conſentiant? Quanquàm facile eſt vel ſine ulteriori inquiſitione concludere: Harmonias iſtas ſummo conſilio ſic invicem aptatas eſſe, ut intra unam veluti compagem ſeſe mutuò ferant; nec una aliam elidat: quippe cùm videamus, in tam multiplici comparatione eorundem terminorum, nuſpiam non occurere Harmonias. Niſi enim omnes omnibus aptatæ eſſent in unam Scalam; facilè fieri potuiſſet (& factum eſt paſſim, neceſſitate ſic urgente) ut plures diſſonantiæ exiſterent. Ut ſi quis inter primum & ſecundum terminum conſtitueret Sextam majorem, inter ſecundum & tertium, Tertiam itidem majorem, ſine reſpectu prioris; hic inter primum & tertium admitteret diſſonantiam & intervallum inconcinnum 12.25.



Age ve-

Age verò videamus, an quod jam ratiocinando collegimus, id reipsa sic inveniatur. Cautiones tamen aliquas præmittamus, quo minus impingamus in progressu. Primùm superfluitates illas, vel defectus, semitonio minores, in præsens dissimulare oportet; nam quas illæ causas habeant, posteà videbimus. Deinde duplicatione vel contrariâ bisectione continuâ motuum, redigemus omnia intra Systema unius Octavæ, propter Identisonantiam omnium Diapason.

Igitur Numeri, quibus systematis Octavæ Loca seu Claves omnes exprimuntur, capite octavo Libri tertij, folio 47. in tabella expositi sunt: quos numeros scilicet intellige de binarum chordarum longitudine. Per consequens igitur, celeritates motuum, erunt inter se in proportionibus eversis.

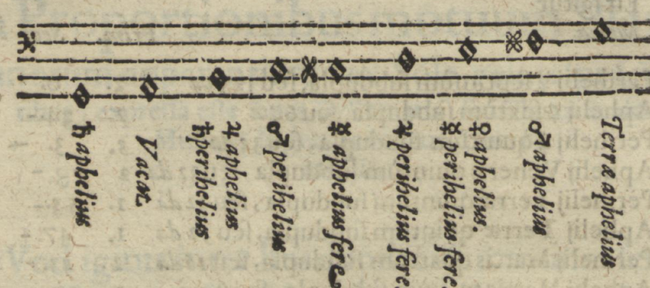
Comparentur nunc motus Planetarum in partibus continuè subduplis. Est igitur

Motus	*Prim.*	*Sec.*
Perihelij ☿ septimùm subdupla, seu 128 *va*	3.	0.
Aphelij ☿ sextùm subdupla, seu 64 *ta*	2.	34.-
Perihelij ♀ quintùm subdupla, seu 32 *da*	3.	3. -+
Aphelij Veneris quintùm subdupla, seu 32 *da*	2	58.-
Perihelij Terræ quintùm subdupla, seu 32 *da*	1.	55.-
Aphelij Terræ quintùm subdupla, seu 32 *da*	1.	47.-
Perihelij Martis quartùm subdupla, seu 16 *da*	2.	23.-
Aphelij Martis tertiùm subdupla, seu 8 *va*	3.	17.-
Perihelij Jovis subdupla	2.	45.
Aphelij Iovis subdupla,	2.	15.
Perihelius Saturni	2.	15.
Aphelius Saturni	1.	46.

Signet jam Saturni tardissimi motus aphelius, id est, tardissimus, locum Systematis gravissimum *G.* numero 1 *prim.* 46 *secund.* Eundem igitur signabit & Telluris aphelius, sed quinque Diapason altiùs, quia ejus numerus est 1 *prim.* 47 *secund.* & quis ausit in Saturni aphelio motu de uno Secundo contendere? Esto tamen; differentia non erit major, q̃ 106. 107, quod est commate minus. Hujus 1 *pr.* 47 *sec.* quartam partem 27 *sec.* si addideris, conficietur 2 *pr.* 14 *sec.* cùm Saturni perihelius habeat 2 *pr.* 15 *sec;* Jovis aphelius similiter, sed altiùs uno Diapason. Igr hi duo motus signant Clavem ♮, vel paulò admodum altiores fiunt. Sume de 1 *pr.* 47 *sec.* tertiam 36 *sec*- & adde toti, procreabis 2 *pr.* 23 *sec*- pro Clave *c*: & ecce perihelium Martis, ejusdem magnitudinis, sed per quatuor Diapason altiùs. Eidem 1 *prim.* 47 *secund.* adde & dimidium 54 *sec*-, confiet 2 *pr.* 41 *sec*-, pro Clave *d*: & ecce hîc præstò perihelium Iovis; sed uno Diapason altiùs: numerum enim proximum obtinet, sc. 2 *pr.* 45 *sec.* Si duas tertias addideris, sc. 1 *pr.* 11 *sec.* -+: proveniunt 2 *pr.* 58 *sec*-. Et ecce aphelium Veneris 2 *pr.* 58 *sec*-. Signat igitur hic locum seu Clavem *e*, sed per quinq; Diapason altiùs: nec multùm superat periheli⁹ Mercurij, habens 3 *pr.* 0 *sec.* sed 7. intervallis Diapasôn superiùs. Deniq; divide duplum ipsius 1 *pr.* 47 *sec.* sc. 3 *pr.* 34 *sec.* in novem,

& partem unam 24 *sec.* aufer à toto, restat 3 *pr.* 10 *sec.* + pro clave *f*, quam signat ferè aphelius Martis 3 *pr.* 7 *sec.* sed per tria Diapason altiùs, & ipse numerus paulò major justo, appropinquans clavi *fe*. Nam pars sedecima de 3 *pr.* 34 *sec.* scilicet 13 sem. *pr.* ablata à 3 *pr.* 34 *sec.* relinquit 3 *pr.* 20 sem. *sec.* cui proximus est 3 *pr.* 17 *sec.* Et sanè etiam in Musica loco *f*, crebrò adhibetur *fe*, ut videre est passim.
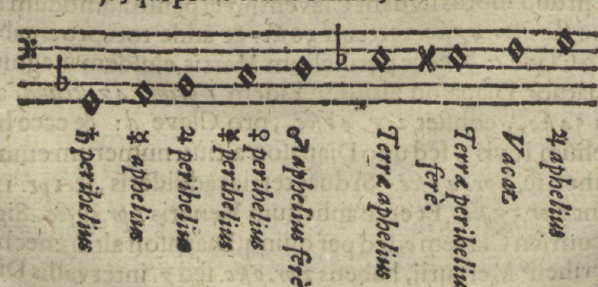
Omnes igitur claves cantus duri, intra una Octavam (exceptâ clave *A*, quæ neque per sectiones Harmonicas Libro III. Cap. II. signabatur) signantur ab extremis Planetarum motibus omnibus, exceptis periheliis Veneris & Telluris, & aphelio Mercurij, cujus numerus 2 *pr.* 34 *sec.* appropinquat clavi *ce*. Nam aufer à *d.* 2 *pr.* 41 *sec.* partem sedecimam 10 *pr* +. restat 2 *pr.* 30 *sec.* clavi *ce*: ita soli perihelij Veneris & Terræ exulant ab hac Scala, ut vides in tabella.



Contrà si à Saturni motu perihelio 2 *pr.* 15 *sec.* fiat initium scalæ, jubeaturq; is repræsentare clavem *G*: tunc clavi *A* veniunt 2 *pr.* 32- *sec.* q̃ appropinquat valdè aphelio Mercurij; Clavi *b* veniunt 2 *pr.* 42. *sec.* q̃ est proximè perihelius ♃, p̃ æquipollentiam Octavarum; Clavi *c* veniunt 3 *pr.* 0 *sec.* perihelius Mercurij & Veneris proximè; Clavi *d* veniunt 3 *pr.* 23 *sec.* - nec multò est obtusior aphelius Martis, sc. 3 *pr.* 18 *sec.* ut sit hic ferè tanto minor numerus suâ clavi, quanto priùs itidem suâ major erat: Clavi *de* veniunt 3 *pr.* 36 *sec.* quam obit aphelius motus Telluris ferè, Clavi *e* veniunt 3 *pr.* 50 *sec.* estque perihelius Telluris 3 *pr.* 49 *sec.* Jovis verò aphelius rursum tenet *g*.

†gravior

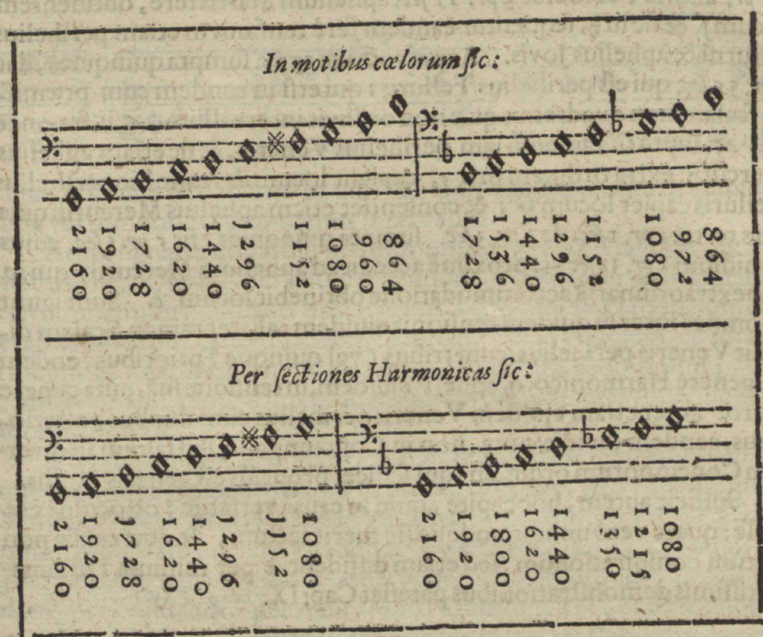
Hoc pacto claves omnes intra unam octavam cantus mollis, exceptâ *f*, exprimuntur ab aphelijs & perihelijs plerisque planetarum motibus, præsertim ijs, qui priùs erant omissi, ut vides in Tabella:



[1] Erat autem prius *fe* signata, *A* omissa: jam *A* signatur, *fe* omittitur; nam sectiones Harmonicæ CAP: II. clavem *f* etiam omiserunt.

Est igi-

Est igitur in cœlo duplici viâ, & in duobus quasi generibus cantus, expressa scala Musica, seu systema unius Octavæ, cum locis omnibus, per quæ in Musicâ traducitur cantus naturalis. Sola in hoc est differentia, quòd in sectionibus quidem nostris Harmonicis, utraque via conjunctim incipit ab uno & eodem termino *G*; hîc verò in motibus planetarum, qui prius erat ♮, jam in Molli genere fit *G*.



Nam sicut in Musica se habet 2160 ad 1800. vel 6 ad 5. sic in illo systemate, quod cœlum exprimit, se habent 1728 ad 1440, scilicet etiam ut 6 ad 5. & sic de cæteris plerisque

2160 ad 1800. 1620. 1440. 1350. 1080.
Ut *1728* ad 1440. 1296. 1152. 1080. 864.

Jam igitur non amplius miraberis, excellentissimum ordinem sonorum seu graduum in systemate vel scala Musica, constitui ab hominibus: cùm videas, ipsos hac in re nihil aliud, quàm Dei Creatoris simias agere, & ludere veluti drama quoddam ordinationis motuum cœlestium.

Verum supest etiam alius modus, quo duplicem intelligamus in cœlo scalam Musicam: ubi systema quidem idem, tensio verò gemina concipitur, altera ad aphelium motum Veneris, altera ad perihelium: quia hujus planetæ motuum varietas est minimæ quantitatis; ut quæ se continet intra magnitudinem Diesios, Concinni minimi. Et aphelia quidem tensio, ut suprà, habet aphelios motus Saturni, Telluris, Veneris, & ferè Jovis, in *G. e.* ♮, perihelios verò Martis & ferè Saturni, & ut primâ fronte apparet, etiam Mercurij, in *c. e.* ♮: perihelia contrà tensio locum dat etiam aphelijs Martis, Mercurij, & ferè Jovis, peri-

helijs verò Jovis, Veneris, & ferè Saturni; quadamtenus verò etiam Telluris; & proculdubio etiam Mercurij. Nam esto, ut jam non aphelius Veneris, sed perihelius 3 *pr.* 3 *sec.* locum *e* capiat; ei proximè accedit etiam perihelius Mercurij 3 *pr.* 0 *sec.* per Disdiapason, per finem capitis IV. Hujus verò perihelij ♀, 3 *pr.* 3 *sec.* pars decima, 18 *sec.* ablata, relinquit 2 *pr.* 45 *sec.* perihelium Jovis, obtinentem locum *d*: & pars quindecima 12 *pr.* addita, cumulat 3 *pr.* 15 *sec.* aphelium Martis ferè, obtinentem locum *f.* & sic in ♄, sequentur eandem ferè tensionem etiam perihelius Saturni & aphelius Jovis. At pars octava 23 *sec.* sumpta quinquies, dat 1 *pr.* 55 *sec.* qui est perihelius Telluris; qui etsi in eandem cum præmissis scalam non quadrat; ut quæ non ordinat intervallum 5. 8. infra *e*, nec 24. 25. supra *G.* tamen si jam perihelius Veneris, & sic etiam aphelius Mercurij, extra ordinem pro *e*, capiant locum *de*, tunc hic perihelius Telluris capiet locum *G*; & consentiet etiam aphelius Mercurij; quia pars tertia 1 *pr.* 1 *sec.* de 3 *pr.* 3 *sec.* sumpta quinquies, fit 5 *pr.* 5 *sec.* cujus dimidium 2 *pr.* 32 *sec* -+. proximè accedit ad aphelium Mercurij, qui in hac extraordinariâ accommodatione obtinebit locum *c*. Sunt igitur hi omnes inter se quidem tensionis ejusdem: aliter tamen Scalam dividit Veneris perihelius; cum tribus (vel quinque) prioribus, eodem sc. genere Harmonico, quo aphelius ejusdem, in tensione suâ, puta genere Duro: aliter etiam ejusdem Veneris perihelius cum duobus posterioribus, eandem dividit; puta, non in Concinna alia, sed saltem in diversum Concinnorum ordinem; qui scilicet proprius est generis Mollis.

Sufficit autem, hoc capite, quid in causâ versetur, ob oculos posuisse: quare verò unumquodque sic fuerit factum, & quæ causæ non tantùm conspirationum, sed etiam dissidentiæ per minima; id luculentissimis demonstrationibus patefiet Cap: IX. (pag: 234)
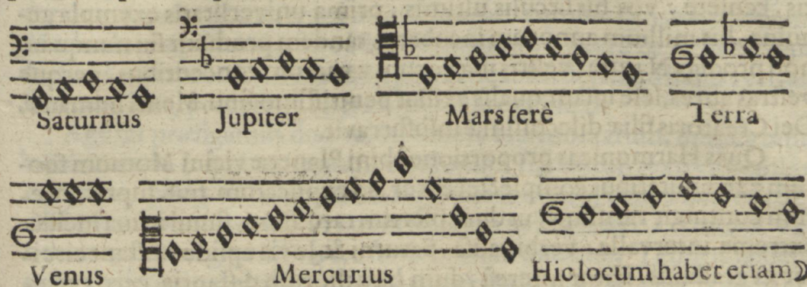
CAP. VI

In Extremitatibus motuum Planetariorum expressos esse quodammodo Modos seu Tonos Musicos.

Sequitur hoc ex antedictis, nec opus est multis verbis, singuli enim planetæ singula quodammodò signant loca systematis, motu perihelio, quatenus datum est singulis, percurrere certum aliquod intervallum in Scala Musica, certis ejus Clavibus, seu locis Systematis comprehensum; cujusque ab illa Clave seu loco inceptum, qui capite præcedenti contigit illius motui aphelio, Saturno quidem & Terræ *G*, at Jovi ♄, quæ in *G* altius transponi potest, Marti *fe*, Veneri *e*; Mercurio *A*, in altiori Systemate. Vide singulos in Notis usitatis. Non formant quidem intermedios locos, quos hic vides notis impletos, articulatè, sicut extremos; quia ab uno extremo, non saltibus & intervallis, sed continuâ tensione nituntur ad oppositum, media omnia

CAP. VI

mnia (infinitâ in potentiâ) permeantes actu: id quod aliter à me non potuit exprimi, quam per continuam seriem Notarum intermedia-



rum. Venus ferè manet in unisono non æquans tensionis amplitudine vel minimum ex concinnis intervallis.

Atqui signatura duarum in communi Systemate Clavium, & formatio sceleti Octavæ, per comprehensionem certi intervalli concinni, est rudimentum quoddam distinctionis Tonorum seu Modorum: sunt ergò Modi Musici inter Planetas dispertiti. Scio equidem, ad formationem & definitionem distinctorum Modorum requiri plura, quæ cantus humani, quippe intervallati, sunt propria: itaque voce quodammodò sum usus.

Liberum autem erit Harmonistæ, sententiam depromere suam: quem quisque planeta Modum exprimat propiùs, extremis hîc ipsi assignatis. Ego Saturno darem ex usitatis Septimum vel Octavum, quia si radicalem ejus clavem ponas *G*, perihelius motus ascendit ad ♮: Jovi Primum vel Secundum; quia aphelio ejus motu ad *G* accommodato, perihelius ad *b* pervenit; Marti Quintum vel Sextum; non eò tantùm, quia ferè Diapente assequitur, quod intervallum commune est omnibus modis: sed ideò potissimùm, quia redactus cum cæteris ad commune systema, perihelio motu *c* assequitur, aphelio ad *f* alludit: quæ radix est Toni seu Modi Quinti vel Sexti: Telluri darem Tertium vel Quartum: quia intra semitonium ejus motus vertuntur; & verò primum illorum Tonorum intervallum est semitonium; Mercurio verò ob amplitudinem intervalli, promiscuè omnes Modi vel Toni convenient: Veneri ob angustiam intervalli, planè nullus; at ob commune Systema, etiam Tertius & Quartus; quia ipsa respectu cæterorum obtinet *e*.

Tell⁹ canit MI FA MI ut vel ex syllaba conjicias, in hoc nostro domicilio MIseriam & FAmem obtinere.

CAPUT VII.

Harmonias universales omnium sex Planetarum, veluti communia Contrapuncta, quadriformia dari.

NUnc opus, Urania, sonitu majore: dum per scalam Harmonicam cœlestium motuum, ad altiora conscendo; quâ ge-

nuinus

CAP. VII.

nuinus Archetypus fabricæ Mundanæ reconditus asservatur. Sequimini Musici moderni, remque vestris artibus, antiquitati non cognitis, censete: vos his sæculis ultimis, prima universitatis exempla genuina, bis millium annorum incubatu, tandem produxit sui nunquam non prodiga Natura: vestris illa vocum variarum concentibus, perque vestras aures, sese ipsam, qualis existat penitissimo sinu, Menti humanæ, Dei Creatoris filiæ dilectissimæ insusurravit.

> Anne flagitium fecero, si à singulis hujus ætatis Componistis artificiosam aliquam Motetam pro hoc Elogio exigam? Textum huc aptũ Psaltes Regius, cæteriq; Sacri libri suppeditare poterunt. Verum heus vos, in cœlo plures quam sex non concordant; Nam Luna seorsim suam Monodiam cantillat, Terris ut cunis assidens. Conferte symbolas, ego ut liber fiat, sex partibus, Curatorem me sedulum polliceor. Qui propius Musicam cœlestem exprimet hoc opere descriptam; huic Clio sertum, Vraniæ Venerem sponsam spondent.

Quas Harmonicas proportiones bini Planetæ vicini Motuum suorum extremitatibus complecterentur, id explicatum fuit suprà. Verum contingit rarissimè, ut duo, pſertim tardissimi, simul in sua incidãt extrema intervalla: verbi causa, Saturni & Jovis apsides distant circiter 81 gradibus: igitur intereà, dum hæc illorum distantia, certis vicenorum annorum saltibus, totum Zodiacum emetiatur, anni labuntur octingenti: neque tamen saltus, qui octavum claudit sæculum, præcisè fertur ad ipsissimas apsidas; & si paulò longiùs aberret; expectandi sunt alij octingenti anni, ut saltus illo fælicior cum ratione quæri possit; idque toties iterandum, quoties modulus aberrationis in unius saltus dimidiati prolixitate continetur. Tales Periodos efficiunt etiam cæteræ bigæ singulæ, quanquàm non ita prolixas. Interim verò contingunt etiam aliæ Harmoniæ binorum Planetarum; inter motus non extremos utrosque, sed intermedium, vel unum vel utrumque: eæq; in diversis veluti tensionibus. Nam quia Saturnus ex *G* in ♄ & paulò ulteriùs tenditur, Jupiter ex ♄ in *d* & amplius: possunt igitur contingere inter ♄ & ♃ Harmoniæ etiam istæ supra Diapason, Tertia utraq;, & Diatessaron; illarum q̃dem alterutra p tensionem, q̃ habet amplitudinem reliquæ; hæc verò per amplitudinem Toni majoris. Diatessaron enim erit non tantum à *G* Saturni in *cc* Jovis sed etiam ab *A* Saturni in *dd* Jovis, & per intermedia omnia inter *G. A.* illius & *cc. dd* hujus. Diapason verò & Diapente in solis apsidum punctis contingit. Mars verò majus nactus intervallum proprium, hoc obtinuit, ut etiam Diapason cum superioribus, per aliquam tensionis amplitudinem faciat. Mercurius tantum obtinuit intervallum; ut plerumque omnes Harmonias cum omnibus constituat, intra unam periodum suam, quæ non prolixior est trium mensium spacio. Tellus è contrà, Venusque multò magis, angustiâ propriorum intervallorum, restringunt Harmonias suas non tantùm cum cæteris, sed maximè inter se mutuas, ad paucitatem spectabilem. Quòd si tres in unam Harmoniam conspirare debeant: multæ quidem vices sunt exspectandæ; multæ tamen Harmoniæ sunt; ut ita tantò faciliùs contingant, dum vicinam suam proxima quæque excipit: videnturque inter Martem, Tellurem & Mercurium, triplices contingere sæpiusculè. Quatuor verò planetarum Harmoniæ, jam incipiunt spargi in sæculâ: quinque Planetarum, in Myriadas annorum. Ut verò sex omnes consentiant; id longissimis ævi spacijs interseptum, & nescio an penitus impossibile sit bis contingere, per exactam evolutionem; potiusque principium quoddam Temporis demonstret, à quo omnis Mundi ætas defluxerit.

> Character principij Mundi.

Quòd si unica sola contingere posset Harmonia sextuplex, aut inter

inter plures unica insignis; ea proculdubio pro charactere Creationis haberi posset. Quærendum igitur, an & quot omninò formis redigantur omnium sex planetarum motus in unam communem harmoniam? Methodus inquisitionis hæc est, ut incipiamus à Terrâ & Venere; quia hi duo faciunt consonantias non plures duabus, & (quod hujus rei causam continet) per intensiones motuum brevissimas. CAP. VIII.

Age igr præfigamus duo veluti sceleta Harmoniarum, singula binis numerorum (quibus termini tensionum signantur) extremitatibus contenta, quidq; ijs congruat ex varietate motuum cuiq; Planetæ concessorum, conquiramus. Primum sceleton habeat inter Terram & Venerem 3, 5. &, in gravissima tensione motum diurnum Telluris aphelium 57 *pr.* 3 *sec.* in acutissimâ, Veneris perihelium 97 *pr.* 37 *sec.* cæteri ergò sic erunt:

Harmoniæ Planetarum omnium seu Universales Generis Duri

Ut ♄ concordes

	In Tensione	Gravissima. Sc. pr. sec.	Acutissima. Sc. Pr. Se.
☿	e vij.	380. 20	
	h vij.	285. 15	292. 48.
	g vj	208. 12	234. 16.
	e vj	190. 10	195. 14.
Venus	e v	95. 5	97. 37
Ter.	g iiij	57. 3	58. 34
♂	h iiij	35. 39	36. 36.
	g iij.	28. 32.	29. 17.
♃	b j		4. 34.
♄	b	2. 14.	
	G.	1. 47.	1. 49.

Ad hanc universalem concurrit Saturnus motu aphelio, Terra aphelio, Venus aphelio ferè; in altissima tensione concurrit Venus perihelio; in media tensione concurrit Saturnus perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. Ita Saturnus duobus motibus potest concurrere, Mars duobus, Mercurius 4.

Ut c concordet

	In Tensione	Gravissima. Sc pr. Sec	Acutissima. Sc. Pr. Se.
☿	e vij.	380. 20.	
	c vij.	304. 16	322. 21
	g vj	228. 12.	234. 16.
	e vj	190. 10.	195. 14.
Venus	e v	95. 5	97. 37.
Ter.	g iiij	57. 3.	58. 34
♂	c iiij	38. 2.	39. 3.
	g iij	28. 32.	29. 17.
♃	c j.	4. 45.	4. 53.
♄	G	1. 47.	1. 49.

Hic cæteris manentibus, Saturni perihelius & Jovis aphelius non feruntur; at eorum loco concurrit Mars perihelio motu.

Cæteri singulis motibus concurrunt; solus Mars duobus, Mercurius quatuor.

Secun-

ſecundum igr ſceleton erit, in quo inter Terram & ♀ eſt altera poſſibilis Harmonia 5. 8. Ubi de ♀ aphelio motu diurno *94 pr. 50 ſec.* pars octava *11 pr. 51 ſec* + ſumpta quinquies, occupat de motu Telluris *59 pr. 16 ſec.* & de perihelio ♀ *97 pr. 37 ſec.* pars conſimilis, occupat de motu Telluris *61 pr. 1 ſec.* Cæteri igr Planetæ concordant ſequentibus motibus diurnis.

Harmoniæ Planetarum omnium ſeu univerſales Generis Mollis.

Ut ♄ concordet.

	In Tenſione Graviſſima. Sc. Pr. Sec	Acutiſſima. Sc. Pr. Sec
☿ de ɓij	379.20	
☿ b ɓij	284.32	292.56
☿ g ɓj	237. 4	244. 4
☿ de ɓj	189. 40	195.14
Ven. de ɓ	94. 50	97.37
Ter. g iiij	59.16	61. 1
♂ b iiij	35. 35	36. 37
♂ g iij	29.38	30. 31
Jup. b j		4. 35
♄ b	2. 19	
♄ G	3. 51	1. 55

Rurſum hic in tenſione media concurrunt Saturnus motu perihelio, Jupiter aphelio, Mercurius perihelio. In tenſione altiſſimâ ferè concurrit perihelius Telluris motus.

Ut c concordet.

	In Tenſione Graviſs. Sc. Pr Sec	Acutiſſima. Sc. pr. Sec
☿ de ɓij	379. 20	
☿ c ɓij	316. 5	325. 26
☿ g ɓj	237. 4	244. 4
☿ de ɓj	189,40	195.14
☿ c ɓj		162. 43
Ven. de ɓ	94. 50	97.37
Ter. g iiij	59. 16	61. 1
Mars g iij	29. 38	30. 31
Jup. c j	4. 56	5. 5
Saturn. G	1. 51	1.55

Et hîc extritis aphelio Jovis, & perihelio Saturni, admittitur Mercurij aphelius proximè præter perihelium. Cætera manent.

Teſtatur igr experientia Aſtronomicâ, poſſe contingere univerſales omnium motuum Harmonias, eaſque duorum generum, Duri & Mollis; & in utroque genere, formæ ſeu (ſi ita licet) Toni duplicis; & in uno quolibet quatuor caſuum, cum aliqua tenſionis latitudine, & cum aliqua etiam varietate particularium Harmoniarum Saturni, Martis & Mercurij, cujuſque cum cæteris: nec id præſtari ſolis motibus intermedijs, ſed omninò extremis omnibus, præterquàm aphelio Martis, & perihelio Jovis; quia cùm ille obtineat *fe*, hic *d*, Venus obtinens intermedium *de* vel *e* perpetuò, non fert illos ſuos vicinos diſſonos in harmonia univerſali, quod faceret, ſi nacta fuiſſet ſpacium excedendi ex *e* vel *de*. Hoc impedimenti habet conjugium hoc Telluris & Veneris, ceu maris & fœminæ, qui duo planetæ genera Harmoniarum diſtinguũt, in duras ſcilicet & maſculas, molleſque & fœmininas: prout

prout alter conjugum alteri fuerit gratificatus, Terra scilicet vel in Aphelio suo fuerit, tanquam dignitatem tuens maritalem, & opa urgens viro digna, Venere in perihelium suum velut ad colum semotâ & detrusâ: vel eam in Aphelium ascendentem blandè admiserit; ipsave Tellus, suum in Perihelium versus ♀, inque ejus veluti complexus descenderit, voluptatis causâ, positis clypeo paulisper & armis, operibusque viro convenientibus: tunc enim Harmonia mollis est.

Quod si hanc oblocutricem ♀ silere jubeamus, hoc est, si consideraverimus, quænam esse possint Harmoniæ, non omnium, sed quinq; saltem reliquorum Planetarum, excluso motu ♀: adhuc quidem Tel-

Harmoniæ Planetarum quinque, dissimulatâ Venere

Generis Duri

	In Tensione	Gravissima. Sc. pr. sec.	Acutissima. Sc. Pr. Se.
☿	d bij.	342. 18	351. 24.
	h bij.	285. 15	292. 48.
	g bj	228. 12	234. 16.
	d bj	171. 9	175. 42.
Venus hic obstrepit	e b	91. 5	97. 37
Ter.	g iiij	7. 3	58. 34.
♂	h iiij	35. 39.	36. 36.
	g iij.	28. 31.	29. 17.
♃	d j	5. 21.	5. 30.
	b j		4. 35.
♄	h	2. 13.	
	G.	1. 47.	

Hîc in gravissima tensione concurrunt Saturnus, Terra, aphelijs; in media Saturnus perihelio, Jupiter aphelio; in acutissimâ, Jupiter perihelio.

Generis Mollis

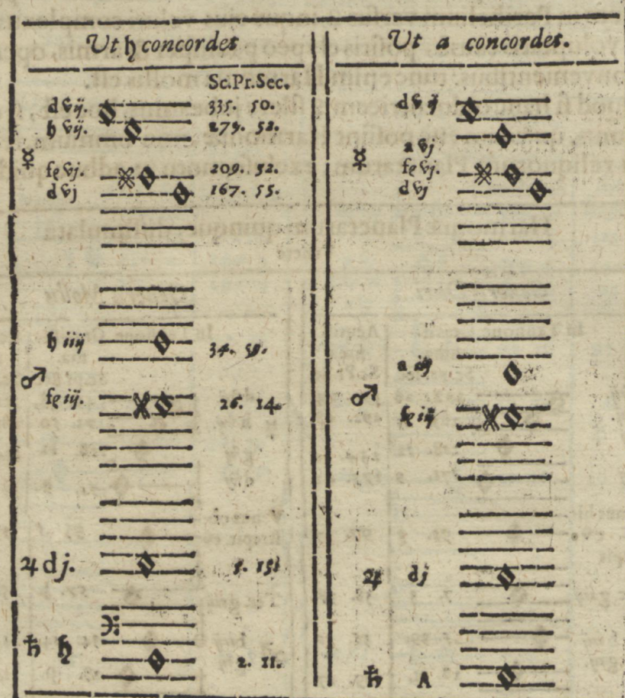
	In Tensione	Gravissima. Sc. pr. sec	Acutissima. Sc. Pr. Se.
☿	d bij.	342. 18.	351. 24
	b bij.	273. 50	280. 57
	g bj	228. 12.	234. 16.
	d bj	171. 9.	175. 42.
Venus obstrepit.	e b	95. 5	97. 37.
Ter.	g iiij	57. 3.	58. 34.
♂	b iiij	34. 14.	35. 8.
	g iij	28. 31.	29. 17.
♃	d j.	5. 21.	5. 30.
♄	b	2. 8.	2. 12.
	G	1. 47.	1. 50

Hic non toleratur aphelius Jovis, at in acutissima tensione concurrit Saturnus perihelio proximè.

lus oberrat chorda suâ *g*, nec ascendit ab eâ ultra semitonium: possunt igitur cum *g* conspirare *b*, *h*, *c*, *d*, *dq*, *e*: ubi Jupiter, ut vides, chordam *d* signans motu perihelio, admittitur; superest igitur de Martis aphelio difficultas. Nam Telluris aphelius, obtinens *g*, non fert illum in *fe*. perihelius verò, ut supra dictum Cap. V. ab aphelij Martij consensu abhorret circiter dimidiâ Diesi.

CAP. VII

Quatuor verò Planetarum, Saturni, Jovis, Martis, Mercurij, potest & hæc esse Harmonia, in qua sit etiam aphelius Martis, sed est sine tensionis latitudine.



Nihil igitur aliud sunt motus cœlorum, quàm perennis quidam concentus (rationalis non vocalis) per dissonantes tensiones, veluti quasdam Syncopationes vel Cadentias (quibus homines imitantur istas dissonantias naturales) tendens in certas & præscriptas clausulas, singulas sex terminorum (veluti Vocum) ijsque Notis immensitatem Temporis insigniens & distinguens; ut mirum amplius non sit, tandem inventam esse ab Homine, Creatoris sui Simiâ, rationem canendi per concentum, ignotam veteribus; ut scilicet totius Temporis mundani perpetuitatem in brevi aliqua Horæ parte, per artificiosam plurium vocum symphoniam luderet, Deique Opificis complacentiam in operibus suis, suavissimo sensu voluptatis, ex hac Dei imitatrice Musicâ perceptæ, quadamtenus degustaret.

CAP.

CAPVT VIII.

Quis in concordantijs cœlestibus Diſcanti, quis Alti, quis Tenoris, quis Baſſi vicem obeat?

Etſi hæc ſunt vocabula vocum humanarum, nec in cœlo voces aut ſoni exiſtunt, ob ſummam motuum tranquillitatem; at ne ſubjecta quidem, in quibus Harmonias deprehendimus, ſub motus veri genere comprehenduntur; quippe cùm ſolùm apparentes ex Sole motus conſideremus; etſi denique cauſa nulla talis eſt in cœlo, quæ voces certo numero advocet ad faciendam Harmoniam, qualis eſt in cantu humano; priùs quippe erat numerus Planetarum ſex, Solem circumeuntium, ex numero quinque intervallorum, à figuris Regularibus deſumptorum; poſteà demum (ordine Naturæ non temporis) de motuum congruentia ſtatuendum fuit: neſcio tamen quo pacto mihi vim faciat hæc admirabilis congruentia cum humano cantu, ut hanc quoque partem comparationis, etiam ſine ſolida cauſa naturali, proſequi cogar. Quas enim libro tertio, Capite XVI. proprietates Baſſo tribuit uſus, vindicatque natura: eaſdem quodammodò Saturnus & Jupiter obtinent in cœlo: quas Tenori, nos in Marte invenimus; quas Alto, eæ inſunt in Tellure & Venere; quas Diſcanto, eaſdem habet Mercurius, ſi non æqualitate intervallorum, at certè proportione. Utcunque enim proprijs ex cauſis capite ſequenti deducantur cujuſque Planetæ Eccentricitates, & per eas, propria cujuſque motuum intervalla: illud tamen inde reſultat admirabile, nec ſcio an non juxtà procuratum, nec merè neceſſitatum temperamentum; quòd I. ut Alto Baſſus opponitur; ſic duo Planetæ ſunt, qui Alti naturam habent, duo qui Baſſi, velut in quolibet Genere cantus utrinque unus: cæterarum ſingularum Vocum ſinguli; quòdque II. ut Altus penè ſupremus, in anguſtijs eſt, neceſſarijs & naturalibus de cauſis, lib. III. explicatis: ſic penè intimi Planetæ, Terra & Venus, anguſtiſſima motuum habent intervalla, Tellus non multò plus ſemitonio, Venus ne Dieſin quidem; III. et ut Tenor liber eſt, modeſtè tamen incedit; ſic Mars, uno Mercurio excepto, maximum intervallum, ſcilicet Diapente, facere poteſt: IV. et ut Baſſus Harmonicos ſaltus facit; ſic Saturnus & Jupiter intervalla obtinent Harmonica, ipſique inter ſe à Diapaſon uſque ad Diapente epi Diapaſon veniunt: V. & ut Diſcantus liberrimus eſt, plùs quàm omnes reliqui, idemque & celerrimus; ſic etiam Mercurius pluſquàm Diapaſon, breviſſimo reditu perambulare poteſt. Sed ſit hoc ſanè per accidens: audiamus nunc Eccentricitatum cauſas.

CAPVT IX.

Ortus Eccentricitatum in Planetis singulis ex procuratione Harmoniarum inter eorum motus.

CVm igitur videamus, Harmonias universales omnium sex Planetarum non temerè posse evenire, præsertim per extremitates motuum, quas vidimus omnes concurrere ad universales Harmonias, exceptis duabus, quæ ad proximas universalibus concurrebant: cùm multò minùs temerè possit accidere, ut omnia loca systematis Octavæ, constituta libro tertio per sectiones Harmonicas, signentur extremitatibus motuum Planetariorum; omnium verò minimè, ut subtilissimum negocium distinctionis Harmoniarum cœlestium in duo genera, durum & molle, casu proveniat, sine cura singulari Opificis: sequitur igitur ut Creator, sapientiæ omnis fons, approbator Ordinis perpetuus, scaturigo Geometriæ & Harmonices æterna & superessentialis, ut hic inquam cœlestium Opifex ipsissimus, Harmonicas proportiones, ortas ex figuris planis regularibus, adjunxerit ad solidas quinque figuras regulares, exque utraque classe, unum perfectissimum Archetypum cœlorum conformaverit; in quo, sicut per solidas quinque figuras, Ideæ relucerent orbium, quibus sex stellæ vehuntur: sic etiam per planarum figurarum soboles, Harmonias (libro tertio ex ijs deductas), Eccentricitatum in singulis orbibus mensuræ, ad motus corporum proportionandos, continerentur: exque his duabus rebus contemperatio una fieret, & majores Orbium proportiones, minoribus Eccentricitatum, ad Harmonias procurandas necessariarum, nonnihil concederent, & vicissim, ex proportionibus Harmonicis, illæ potissimùm Planetis accommodarentur, quæ cum solida quâque figurâ cognationem majorem haberent; quâ id per Harmonias fieri potuit: eâque tandem ratione & proportiones Orbium, & singulorum Eccentricitates, ex Archetypo simul enascerentur, ex Orbium verò amplitudine & mole corporum, periodica Tempora singulorum resultarent.

Quam methodum, dum per usitatam Geometris stœcheiosin in lucem Intellectus humani proferre nitor: faveat Author ipse Cœlórum, Pater Intellectuum, Largitor sensuum mortalium, ipse immortalis & superbenedictus; impediatque, ne quid indignum ipsius Majestate, de hoc opere suo, nostræ mentis tenebræ proferant; efficiatque, ut perfectionem ipsius operum, sanctitate vitæ, ad quam Ecclesiam suam in terris elegit, & sanguine filij sui à peccatis mundavit, ope Spiritus sui sancti, nos Dei imitatores æmulemur; procul habentes omnes dissonantias inimicitiarum, omnes contentiones, æmulationes, iras, rixas, dissensiones, sectas, invidiam, provocationes, irritationes per dicteria, cæteraque carnis opera; quod mecum omnes, qui spiritum Christi

Christi habent, non optabunt tantùm, sed & factis exprimere; vocationemque suam certam facere studebunt, spretis omnibus omnium partium pravis moribus, obtentu Zeli, aut amoris veritatis, aut singularis eruditionis, modestiævè erga contentiosos præceptores, aliove quocunque specioso prætextu velatis & fucatis. Pater sancte, serva nos in consonantia dilectionis mutuæ, ut simus unum, sicut & tu cum filio tuo, Domino nostro, & Spiritu sancto unum es, & sicut omnia opera tua, per suavissima consonantiarum vincula, unum fecisti: & ut ex reducta gentis tuæ concordiâ, sic ædificetur corpus Ecclesiæ tuæ in his terris, sicuti tu ex Harmonijs cœlum ipsum extruxisti.

Rationes priores.

I. Axioma

Consentaneum est, ubicunque omnino fieri potuit, Harmonias inter Extrema motuum tam singulorum quàm binorum Planetarum constitui debuisse, omnivarias; ut varietas ista mundum exornaret.

II. Axioma

Intervalla quinque, Orbium sex, oportuit magnitudine quadamtenus respondere proportioni orbium geometricorum, qui figuris quinque regularibus solidis inscripti sunt & circumscripti: idque ordine eodem, qui figuris ipsis naturalis est.

De hoc vide Cap. I. & Mysterium Cosmographicum, & Epitomes Astron. Lib. IV.

III. Propositio.

Inter Tellurem & Martem, eandemque & Venerem intervalla, debuerunt esse proportione ad orbes suos minima, eaq; proximè æqualia; mediocria & rursum ferè æqualia inter Saturnum & Jovem, interque Venerem & Mercurium; maximum inter Jovem & Martem.

Nam per II. quæ figuræ minimam faciunt orbium geometricorum proportionem, ijsdem Planetæ respondentes in situ, debent itidem minimam facere; mediocrem verò ij, qui figuris mediocris proportionis respondent, & maximam ij, qui figuræ maximæ proportionis. Sed quo ordine est inter figuras Dodecaedron & Icosaedron; eodem est inter planetarum bigas, una Martis & Telluris, altera Telluris & Veneris: & quo ordine Cubus & Octaedron; eodem biga ♄♃ & biga ♀☿; quo denique ordine Tetraedron, eodem & biga Iovis & Martis, vide Cap. III. Ergò minima erit inter orbes Planetarios primò dictos proportio: inter verò Saturni Jovisque, ferè æqualis ei, quæ inter Veneris Mercurijque; denique maxima inter Iovis & Martis orbes.

IV. Axioma

Planetæ omnes debent habere suas Eccentricitates, non minùs quàm latitudinis motum, & secundùm eas, etiam distantias à Sole, fonte motus, diversas.

Sicut essentia motus consistit non in ESSE, sed in FIERI, sic etiam species seu figura regionis, quam Planeta quilibet motu permeat, non FIT statim ab initio solida, sed successu temporis acquirit demum suam non longitudinem tantùm, sed etiam latitudinem & profunditatem, perfecto dimensionum ternario; fitque sic paulatim connexione & accumulatione plurimarum circulationum, ut repræsentetur species orbis concavi, idem cum Sole centrum habentis; sicut ex fili serici plurimis inter se connexis & conglomeratis circulis struitur ædicula Bombyci.

V. Propositio.

CVique bigæ vicinorum Planetarum fuerunt attribuendæ duæ Harmoniæ diversæ.

Nam per IV quilibet planeta habet distantiam à Sole longissimam, & brevissimam; quare per Cap. III. hujus; habebit & motum tardissimum & celerrimum. Duæ ergò sunt primariæ comparationes extremorum motuum, una Divergentium in duobus planetis, altera Convergentium. Diversæ autem inter se, ut sint, necesse est; quia major erit proportio divergentium, minor convergentium. Sed & per diversas Planetarum bigas, oportuit esse Harmonias diversas; ut hæc varietas ad exornationem Mundi proficeret; per Ax. I. etiamque ideò, quia intervallorum inter binos, sunt proportiones diversæ, per III. At cuique proportioni orbium, certæ respondent proportiones Harmonicæ, cognatione quantitativâ, ut hujus libri Cap. V. demonstratum.

VI. Propositio.

Harmoniæ duæ minimæ 4.5. & 5.6. locum non habent inter planetas binos.

Est enim 5. ad 4. ut 1000. ad 800, & 6. ad 5. ut 1000 ad 833 +. At orbes circumscripti Dodecaedro & Icosaedro, majorem habent proportionem ad inscriptos, scilicet eam quam 1000 ad 795 &c: & hæ duæ proportiones indicant intervalla inter Orbes Planetarios proximos inter se, seu spacia minima: in cæteris enim figuris regularibus orbes distant longiùs à se invicem. Iam verò proportio motuum adhuc major est, proportionibus intervallorum, nisi ingens sit proportio Eccentricitatum ad Orbes, per Capitis III Numerum 13. Ergo proportio motuum minima, major est quàm sunt 4.5 & 5.6. Igitur hæ Harmoniæ à figuris quidem regularibus impeditæ, locum inter planetas nullum sortiuntur.

VII. Pro-

CAP. IX.

VII Propositio.

HArmonia Diatessaron inter convergentes motus binorum Planetarum locum nullum habere potest, nisi sint illis propriæ extremorum proportiones junctæ plus quàm Diapente.

Sit enim 3.4 inter convergentes, & sit primò nulla Eccentricitas, nulla Planetis singulis propria motuum proportio, sed ijdem motus & convergentes & Medij: tunc sequitur, ut intervalla respondentia, quæ per hanc suppositionem erunt Orbium semidiametri, constituant hujus proportionis bessem, scilicet 4480.5424. per cap. III. Atqui hæc proportio jam est minor quàm cujuscunque figuræ Regularis orbium proportio: Itaque Orbis interior totus secaretur à planis regularis figuræ cuicunque Orbi exteriori inscriptæ. Hoc verò est contra Axioma II.

Sit secundò aliqua summa propriarum proportionum inter mot^o extremos: & sit convergentium motuum proportio 3.4. vel 75.100. intervallorum verò respondentium sit proportio 1000.795. cùm nulla figura regularis faciat minorem, orbium proportionem. Et quia superat illa motuum eversa hanc intervallorum excessu 750.795: auferatur igr hic excessus etiam à proportione 1000.795. secundùm doctrinam Cap. III. restat 9434.7950 dimidium proportionis orbium. Ergò duplum hujus sc. 8901.6320. id est: 10000.7100. est proportio orbium. Huic aufer proportionem intervallorum convergentium 1000.795. restabit 7100.795. circiter Ton^o major. Tanta debet esse ad minimum summa binarum proportionum, quas medij habent ad convergentes utrinque, ut inter motus convergentes possit esse Diatessaron. Divergentia igr extrema intervalla, ad convergentia extrema, summam proportionum faciunt, hujus circiter duplam, id est duos Tonos, & mot^o convergentes rursum duplum hujus, id est, quatuor Tonos; quod est plus quàm Diapente. Si igr duorum vicinorum planetarum summa propriorum est minor, quàm Diapente: inter eorum convergentes non poterit esse Diatessaron.

VIII. Propositio.

SAturno & Iovi debebantur Harmoniæ 1.2. & 1.3. id est Diapason & Diapente epi Diapason.

Nam ipsi sunt primi & supremi ex Planetis, & nacti sunt figuram primam Cubum, p cap. I. huj^s: & hæ Harmoniæ sunt primæ ordine naturæ & sunt capita primarum familiarum figuralium, Bisectoriæ seu Tetragonicæ, & Trigonicæ, per dicta lib. I. Quod verò caput est, Diapason 1.2, est proximè major proportione orbium Cubi Semitriplâ; quare apta est ut fiat minor proportio motuum planetarum cubicorum. per cap. III. Num. 13; & per consequens, 1.3 servit pro majori proportione. Hoc verò idem etiam sic. Si enim aliqua Harmonia se habet ad proportionem aliquam orbium figuralium, sicut se habet proportio motuum ex Sole apparentium ad proportionem intervallorum mediocrium, meritò talis Harmonia tribuetur motibus. At naturale est, ut proportio motuum divergentium, sit multò major, proportionis Orbium sesquialterâ, per finem cap. III. hoc est, appropinquat duplæ proportioni proportionis Orbium; & 1.3. est etiam dupla proportionis orbium cubicorum: quippe quam dicimus esse Semitriplam. Ergò Tripla debetur divergentibus Saturni & Iovis. Plurimas alias cognationes harum Proportionum cum Cubo vide supra Cap. II.

CAP. IX.

IX. Propositio.

SAturni & Iovis Motuum extremorum propriæ proportiones junctæ debuerunt fieri 2.3. Diapente circiter.

Id ex antecedenti sequitur, si n. Iovis pihelius motus est triplus aphelij Saturni, & vicissim Iovis apheli⁹ dupl⁹ perihelij ♄, quare ablatâ 1.2. ab 1.3; restat 2.3.

X. Axioma.

Cum libera est electio per cætera, Planetæ superiori debetur proportio motuum propria, quæ naturâ prior, aut quæ generis præstantioris, aut etiam quæ major est.

XI. Propositio.

PRoportio aphelij motus Saturni ad perihelium debuit fieri 4.5. Tertia major, Jovialium verò 5.6. Tertia minor.

Nam quia junctim possident 2.3, hoc verò harmonicè alter non dividitur, quàm in 4.5. & 5.6: Harmostes igr Deus Harmoniam 2.3. divisit harmonicè, per Ax. I. ejᵘ q. partem Harmonicam majorem, & generis Duri præstantioris, quippe masculi, majori & altiori Planetæ ♄ dedit, minorem 5.6. inferiori Iovi, per X.

XII. Propositio.

VEneri & Mercurio debebatur Major Harmonia 1.4. Disdiapason.

Nam sicut Cub⁹ est figura prima primariarum: sic Octaedron est prima Secundariarum, per cap. I. huj⁹ libri. Et sicut Cub⁹ geometricè considerat⁹, est exterior, Octaedron interius, illi sc. hoc inscriptile; sic etiam in Mundo ♄ quidem & ♃ sunt supiorum & exteriorum Planetarũ principiũ, sive ab extrà; ☿ verò & ♀ sunt principiũ interiorum, sive ab intrà: & interlocatum est inter illorũ curricula Octaedron: vide cap. III. Debetur igr ♀ & ☿ etiam ex Harmonijs aliqua primaria & cognata Octaedro. Porrò ex Harmonijs post 1.2. & 1.3, sequitur ordine naturali 1.4. & est illa cognata cubicæ 1.2. quia ex eâdem figurarũ sectâ, sc. Tetragonicâ est orta, illiq; commensurabilis est, sc. illi⁹ dupla; Octaedron verò etiam est Cubo cognatum & commensurabile. Est & cognata 1.4. Octaedro, privato nomine, ꝓpter numerum in illâ quidem quaternarium, figurã verò in Octaedro latentem Quadrangulam, cujus orbium proportio dicitur Semidupla. Ejus igr proportionis est Harmonia 1.4. continuè multiplex, in proportione duplâ, est scil. Semiduplæ quadrupla, vide cap. II. Ergò 1.4. debebatur ♀ & ☿. Et quia 1.2. in Cubo facta est minor Harmonia binorum: cum illi situs obtigerit extim⁹: erit in Octaedro hæc 1.4. jam major Harmonia binorũ; ut cui sit⁹ obtigit intim⁹. Sed & hæc causa est, cur 1.4. hic pro majori data sit, non pro minori. Cùm enim proportio orbium Octaedri sit Semitripla; posito quòd perfecta sit inscriptio Octaedri inter planetas, (quanquam non perfecta est, sed penetrat aliquatenus ☿, quod prodest nobis): proportionẽ igitur convergentium oportet illius Semitriplæ sesquialterâ esse minorem: atqui vel 1.3. est planè dupla Semitriplæ, & sic major justâ; quantò major erit justo 1.4. quippe major quàm 1.3. Ergo ne dimidium quidem de 1.4. toleratur inter convergentes. Non potest igitur 1.4. esse minor Octaedrica: erit igitur Major.

Memineris Voces, Dupla, Tripla, Semitripla &c. interdum dare nomen ꝓportionib⁹ singulis, absolutè consideratis ut sunt aliqua Quantitas. interdum verò exprimere proportionem comparatarum inter se binarum Proportionum.

Am-

jor. Ampliùs 1. 4. sic est cognata Octaedrico quadrangulo, cujus orbium proportio est Semidupla: sicut 1. 3. est cognata Cubo, ut cujus orbium proportio est Semitripla. Sicut enim 1. 3. est multiplex Semitriplæ, ejus scilicet dupla; sic etiam hic 1. 4. est multiplex Semiduplæ, ejus scilicet bis dupla, hoc est quadrupla. Quare si 1. 3. debuit fieri major Harmonia Cubi, per VII; debet igitur etiam 1. 4. fieri major Harmonia Octaedri sui.

XIII. Propositio.

Jovis & Martis extremis motibus debebantur Harmoniæ, Major quidem 1. 8. Trisdiapason circiter, Minor verò 5. 24. Tertia minor supra Disdiapason.

Nam quia Cubus sortitus est 1. 2. & 1. 3. proportio verò orbium Tetraedri, quod est situm inter ♃ & ♂, nominata Tripla, est dupla proportionis orbium Cubi, nominatæ Semitriplæ: ergò conveniens erat, ut etiam Tetraedro accommodarentur proportiones motuum, duplæ proportionum cubicarum. Sunt autem ipsarum quidem 1. 2. & 1. 3. duplæ, Proportiones hæ, 1. 4. & 1. 9. At 1. 9. non est Harmonica, & 1. 4. jam est absumpta in Octaedron. Vicinæ igitur Harmoniæ his proportionibus fuerunt sumendæ, per Ax. I. Sunt verò primùm ipsi 1. 9. vicinæ, minor 1. 8. & major 1. 10. Inter has delectum facit cognatio cum Tetraedro, cui nihil est commune cum Pentagono, cùm 1. 10. sit sectæ pentagonicæ: major verò Tetraedro cognatio est cum 1. 8. multis nominibus, quæ require ex Cap. II. Ampliùs pro 1. 8. facit & hoc, quòd quemadmodum 1. 3. est major Cubi, & 1. 4. major Octaedri, quia sunt proportionum inter orbes figurales, multiplices; sic etiam 1. 8 fieri debuit major Tetraedri; quia ut hujus corpus est inscripti sibi Octaedri duplum, ut dictum Cap. I: sic etiam proportionis hujus Tetraedricæ terminus 8. est Octaedricæ proportionis termini 4. duplus. Ampliùs sicut 1. 2. minor Cubi, est unũ Diapason; & 1. 4 major Octaedri, est duo Diapason; sic jam 1. 8. major Tetraedri debuit fieri tria Diapason. Plura autem Diapason debebãtur huic quàm illis, quia cùm Harmonia minor Tetraedrica necessariò sit omnium minorũ in cæteris figuris, maxima (quippe & orbium Tetraedricorum ꝓportio est omniũ figuraliũ maxima): Harmoñia etiam major Tetraedrica debuit majores cæterarũ superare numero ipsarũ Diapason. Habet deniq; ternarius intervallorũ Diapason familiaritatem cum Trigonicâ specie Tetraedri, habet perfectionẽ quãdam, scdm illud, Omne trinum ꝑfectum; cùm etiam Octonarius, ejus terminus, sit primus Cubicorum numerorum quantitatis perfectæ, trium sc. dimensionum.

II. Ipsi 1. 4. seu 6. 24, vicinæ sunt Harmoniæ, major quidem 5. 24. minor verò 6. 20. seu 3. 10. Rursum autem 3. 10. est sectæ Pentagonicæ, cui cum Tetraedro nihil commune est. At 5. 24. ꝑpter numeros 3. 4. (quorũ soboles sunt numeri 12. 24) familiaritatem habet cum Tetraedro. Nam alteros terminos minores, sc. 5. & 3. hic negligimus: quia eorum levissimus cognationis gradus est cum figuris, ut videre est cap. II. Præterea orbium Tetraedri ꝓportio Tripla est: tanta verò debet esse & convergentium intervallorum proportio circiter: per Ax. II. Atqui per cap III. proportio motuum convergẽtium appropinquat eversæ sesquialteræ intervallorũ sesquialtera verò Triplæ, est inter 1000. & 193 circiter. Qualium igitur aphelius ♂ motus est 1000, erit ♃ major quàm 193 paulò, minor quàm 333. tertia illius pars, multò: Non igitur Harmonia 10. 3. hoc est 1000. 333, sed Harmonia 24. 5. hoc est 1000. 208. locum habet inter convergentes Jovis & Martis.

XIV. Propositio.

MOtuum Martis extremorum propria proportio debuit fieri major quàm Diatessaron 3. 4. & circiter 18. 25.

Sint enim præcisæ jam Harmoniæ 5. 24. & 1. 8. seu 3. 24. Iovi & Marti communiter attributæ, Prop. XIII. Auffer minorem 5. 24. à majore 3. 24. restat 3. 5. summa propriarum utriusque. At Iovis solius propria, suprà quidem pr. XI. inventa est 5. 6. Hanc igitur aufer à summâ propriarum 3. 5. Hoc est, aufer 25. 30. ab 18. 30. restat Martis propria 18. 25, quæ est major quàm 18. 24 seu 3. 4. Fiet autem adhuc major, si per sequentes rationes, communis major 1. 8. augeatur.

XV. Propositio.

INter convergentes motus, Martis & Telluris, Telluris & Veneris, Veneris & Mercurij, dispertiendæ fuerunt Harmoniæ 2 3. Diapente, 5. 8. Sexta mollis, 3. 5. Sexta dura; eæque hoc ipso ordine.

Nam Dodecaedron & Icosaedron, figuræ inter Martem, Tellurem, & Venerem interlocatæ, minimam habent proportionem nter suos orbes, circumscriptum & inscriptum: ergò illis ex possibilibus Harmonijs minimæ debentur, quippe cognatæ propter hoc, & ut Ax. II. locum habeat. Atqui Harmoniæ omnium minimæ, sc. 5. 6. & 4. 5. non sunt possibiles, per VI. Ergò debentur figuris dictis, Harmoniæ proximè majores hisce, scilicet vel 3. 4. vel 2. 3. vel 5. 8. vel 3. 5.

Rursum figura inter Venerem & Mercurium interlocata, scilicet Octaedron, proportionem habet eandem suorum orbium, quam Cubus: at cubo pro minori Harmonia, quæ est inter motus convergentes, obvenit Diapason, per VII. ergò deberetur per analogiam etiam Octaedro tanta, sc. 1. 2. pro minori, si nihil diversitatis accederet. Accedit autem hoc diversitatis, quòd Cubicorum quidem planetarum, Saturni sc. & Iovis singulorum propriæ motuum proportiones junctæ, efficiebant summam non majorem, quam 2. 3. hic verò Octaedricorum Planetarum, Veneris & Mercurij, singulorum propriæ junctæ facient summam majorem quàm 2. 3. quod facilè sic apparet. Esto enim, quod requireret analogia inter Cubum & Octaedron, si sola esset; sit inquam Minor Octaedrica, major quàm sunt hîc præscriptæ; adeòque sit planè tanta, quanta fuit cubica, scilicet 1. 2: erat verò Major 1. 4. per. XII. Ablatâ igitur hinc, quam modo posuimus, Minore 1. 2, manet adhuc 1. 2. pro summa propriarum Veneris & Mercurij; atqui 1. 2. plus est quàm summa 2. 3. propriarum Saturni & Iovis. Et verò majorem summam hanc, major sequitur eccentricitas, per Cap. III. majorem verò Eccentricitatem sequitur minor proportio motuum convergentium, per idem Cap. III. Quare fit accessione majoris Eccentricitatis ad analogiam inter Cubum & Octaedron, ut minor etiam requiratur convergentium Veneris & Mercurij proportio, quàm 1. 2. Id etiam conveniens erat Axiomati I. ut Harmoniâ Diapason absumptâ in Cubicos, conciliaretur Octaedricis alia proxima, & per priorem demonstrationem, minor quàm 1. 2. Est autem hac proximè minor 3. 5. quæ ut

major ex tribus, debebatur figuræ majoris orbium suorum proportionis, Octaedro scilicet: Minores igitur 5. 8. & 2. 3. vel 3. 4. relinquebantur Icosiedro & Dodecaedro, figuris proportionis Orbium suorum minoris.

Hæ verò residuæ, inter duas residuas sic sunt distributæ. Sicut enim ex figuris, licet æqualium inter suos orbes proportionum, Cubus quidem sortitus est Harmoniam 1. 2. Octaedron verò 3. 5. minorem, eò quod summa propriarum Veneris & Mercurij superaret summam propriarum Saturni & Iovis: sic etiam hîc Dodecaedro, quamvis id eandem faciat orbium suorum proportionem, quàm Icosiedrõ, debebatur minor quàm Icosiedro, proxima tamẽ ꝑpter, similem causam, sc. quia hæc figura est inter Tellurem & Martem, cujꝰ in superioribꝰ magna facta erat Eccentricitas; Veneris verò & Telluris, ut in sequentibus audiemus, Minimæ sunt Eccentricitates. Ac cùm Octaedron habeat 3. 5. Icosiedron, cujus orbium proportio minor, succedentem, paulò minorem illâ, sc. 5. 8: relinquebatur igitur Dodecaedro vel 2. 3. residua, vel 3. 4: potiùs verò illa, quippe propior Icosaedricæ 5. 8. quia & figuræ similes sunt.

At ne possibilis quidem fuit 3. 4. Etsi enim satis magna erat in superioribus propria proportio motuum extremorum Martis: At Tellus, ut jam dictum, & in sequentibus patebit, conferebat propriam minorem, quàm ut summa utriusq; superaret Diapente. Non poterat igitur locum habere 3. 4. per VII. Id eò amplius, quia ut sequetur prop. XLVII. major esse debuit intervallorum convergentium proportio, quàm 1000. 795.

XVI. Propositio.

VEneris & Mercurij motuum proportiones, cujusque propriæ, junctæ debuerunt efficere 5. 12. circiter.

Aufer enim minorem harmonicam 3. 5. huic bigæ communiter tributam Prop. XV. ab illorum majori 1. 4. vel 3. 12. per. XII. restat 5. 12. summa propriarum utriusq;. Itaque Mercurij solius propria motuum extremorum proportio, minor est quam 5. 12. quantitate propriæ Veneris. Intellige hoc de his primis rationibus. Nam infrà per secundas rationes, accedente communibus utriusq; Harmonijs aliquo fermento, efficietur, ut sola propria Mercurij perfectè obtineat 5. 12.

XVII. Propositio.

HArmonia Motuum, Martis & Telluris, divergentium, non potuit esse minor quàm 5. 12.

Nam solus Mars nactus fuit in propriâ suorum motuum proportione plus quàm Diatessaron; & plus quàm 18. 25. p XIV. Minor verò Harmonia illorum est Diapente 2. 3. per XV. junctæ igitur hæ duæ partes, faciunt 12. 25. At debetur & Telluri sua propria proportio, per Axioma IIII. Ergò, cùm Divergentium Harmonia ex dictis tribus constet elementis; erit illa major quàm 12. 25. Sed Harmonia proximè major quàm 12. 25, hoc est 60. 125, est 5. 12, scilicet 60. 144. Quare si Harmoniâ opus est pro hac majori duorum Planetarum

proportione motuum, per Axiomat. I. illa non poterit esse minor, quàm 60. 144. vel 5. 12.

Hactenus igitur omnibus reliquis Planetarum bigis obvenerunt suæ binæ Harmoniæ, rationibus necessarijs; sola biga Telluris & Veneris adhucdum unam solam Harmoniam 5. 8. per Axiomata huc usq; usurpata, sortita fuit. Reliquam igitur ejus Harmoniam, Majorem sc., seu motuum Divergentium, jam porrò, novo initio facto, pquirem*.

Posteriores Rationes.

XVIII. Axioma.

HArmoniæ motuum universales, contemperationemotuum sex, constituendæ fuerunt, præcipuè per extremos motus. *Probatur per Axioma I.*

XIX. Axioma.

HArmoniæ universales per aliquam motuum latitudinem eædem contingere debuerunt; scilicet ut tantò crebriùs acciderent.

Nam si ad individua puncta motuum fuissent determinatæ; fieri potuisset, ut nunquam contingerent, aut certè rarissimè.

XX. Axioma.

VT est naturalissima distinctio Generum Harmoniarum, in Durum & Molle, ut libro III. probatum; sic utriusque generis Harmoniæ universales procurandæ fuerunt inter Planetarum extremos motus.

XXI. Axioma.

HArmoniarum utriusque Generis, diversæ species instituendæ fuerunt, ut pulchritudo Mundi ex omnibus possibilibus varietatis membris concinnaretur; idque per extremos motus, saltem aliquos. *Per Axiom. I.*

XXII Propositio.

EXtremi Planetarum motus signare debuerunt loca seu chordas systematis Diapason, vel claves scalæ Musicæ.

Nam

Nam ortus & comparatio Harmoniarum inceptarũ ab uno communi termino genuit scalam Musicam, seu divisionem Diapason in sua loca vel sonos, ut libro III. probatum. Cùm igitur requirantur Harmoniæ inter motuum extrema variæ, per Ax. I. & XX, & XXI: quare requiritur systematis alicujus, cœlestis seu scalæ Harmonicæ, realis distinctio per extrema motuum.

XXIII. Propositio.

OPortuit esse unam bigam Planetarum, inter cuius motus nullæ possent existere Harmoniæ, præter duas Sextas, Majorem 4. 5. & minorem 5. 6.

Cùm enim esset necessaria distinctio generum Harmoniarum, per Axioma XX. idque per motuum extrema in Apsidibus, per XXII; quia sola extrema, tardissimus scilicet & velocissimus, indigent definitione procurantis & ordinantis, intermediæ tensiones proveniunt ultrò cum ipso transitu planetæ à tardissimo motu ad velocissimum, sine peculiari curâ: hæc igitur ordinatio aliter fieri non potuit, quin extremis binorum motuum Planetariorum, Diesis seu 24.25. designaretur; eò quòd Genera Harmoniarum Diesi distinguantur, per ea quæ libro III. sunt explicata. Atqui Diesis est differentia vel duarum Tertiarum, 4. 5. & 5. 6. vel duarum Sextarum 3. 5. & 5. 8, vel earundem abundantium uno vel pluribus Diapason intervallis. Duæ verò Tertiæ 4. 5. & 5. 6. non habuerunt locum inter binos Planetas, per Pr. VI. sed neque Tertiæ vel Sextæ abundantes intervallo Diapason, uspiam inventæ sunt, præterquàm 5. 12. in biga Martis & Telluris; neque tamen illa aliter, nisi cum sociâ 2. 3: itaque etiam intermediæ 5. 8 & 3. 5. & 1. 2. juxtà admittebantur. Ergò relinquitur, ut dandæ fuerint uni Planetarum bigæ, duæ sextæ, 3. 5. & 5. 8. Sed & solæ Sextæ variationi motuum illorum concedendæ fuerunt, sic ut neque terminos suos ad comprehensionem intervalli proximè majoris unius Octavæ 1. 2. dilatarent, neque ad proximè minoris Diapente 2. 3. angustiam contraherent. Nam etsi verùm est, quòd duo planetæ, facientes Diapente convergentibus motuum extremis, & Diapason divergentibus, ijdem etiam Sextas facere, & sic Diesin quoque permeare possint; at hoc non redoleret singularem providentiam Ordinatoris motuum. Diesis enim, minimum intervallorum, potestate latens in majoribus omnibus, quæ comprehenduntur ab extremis motuum, ipsa permeatur quidem tunc à motibus intermedijs, continuâ tensione variatis; at non determinatur ab eorum extremis, cùm semper minor sit pars toto, Diesis scilicet, intervallo majore 3. 4. quod est inter 2. 3. & 1. 2. quod totum à motuum extremis determinari hic poneretur.

XXIV. Propositio

Planetæ duo, qui mutant genus Harmoniæ, differentiam propriarum proportionum inter motuum extrema, debent facere Diesin, & unius propria proportio debet esse major Diesi: debentque motibus aphelijs facere Sextarum unam, perihelijs reliquam.

Cùm enim extrema motuum duas faciant Harmonias, unicâ Diesi differentes,

 rentes, id potest fieri tripliciter: aut enim, ut unius Planetæ motus maneat constans, alterius varietur per Diesin; aut ut uterque varietur per semissem Diesios faciantque 3. 5. Sextam majorem, quando superior est in Aphelio, inferior in Perihelio: ex ijs spacijs excursu facto, sibi mutuò obviantes, superior usque in Perihelium, inferior in Aphelium, faciant 5. 8. Sextam minorem: aut denique ut unus altero plus variet motum suum ab Aphelio in Perihelium, sitque excessus unius Diesios; & sic Sexta major sit inter utrumque aphelium, Sexta minor inter utrumque perihelium. Primus verò modus non est legitimus; esset enim alter horum Planetarum sine Eccentricitate, contra Axioma IIII. Alter modus minùs pulcher fuit & minùs commodus: minùs pulcher, quia minùs Harmonicus. Duorum enim Planetarum propriæ motuum proportiones fuissent inconcinnæ; nam inconcinnum est, quicquid est Diesi minus: præstat verò unum solùm Planetam hac inconcinna parvitate laborare. Quin ne fieri quidem potuit; quia extremi motus hoc pacto aberrassent à Locis systematis, seu clavibus scalæ Musicæ, contra XXII. Minùs etiam commodus fuisset, quia Sextæ illis tantummodò momentis contigissent, quibus planetæ fuissent in contrarijs apsidibus: nulla fuisset latitudo, per quam hæ Sextæ, & sic universales Harmoniæ secũm eas, contingere potuissent: rarissimæ igitur fuissent universales Harmoniæ, locis Planetarum omnibus ad certorum in Orbitis suis, & unicorum punctorum angustias redactis; contra Axioma XIX. Restat igitur modus tertius: ut uterq; quidem Planetarum suum proprium variet motum; sed alter altero plùs per unam perfectam Diesin ad minimum.

XXV. Propositio.

PLanetarum, genus Harmoniæ mutantium, superior debet habere proportionem motuum propriorum, minorem Tono parvo 9. 10. inferior verò minorem Semitonio 15. 16.

Nam aut aphelijs motibus facient 3. 5. aut perihelijs, per præmissam. Non perihelijs: esset enim tunc apheliorum motuum 5. 8. inferior igitur unâ Diesi plus haberet in proportione propriâ, quàm superior, per eandem præmissam. Id verò est contra Axioma X. Faciunt igitur aphelijs 3. 5, perihelijs 5. 8, minus quàm illic per 24. 25. Quòd si aphelij motus faciunt Sextam duram 3. 5. ergò superioris aphelius cum inferioris perihelio faciet plus quam Sextam duram, adjiciet enim inferior totam propriam proportionem. Eodem modo, si perihelij motus faciunt Sextam mollem 5. 8. superioris perihelius, & inferioris aphelius facient minus quàm sextam mollem: aufert enim inferior totam suam propriam proportionem. Quòd si inferioris proportio propria æquaret semitonium 15. 16; jam posset præter Sextas etiam Diapente contingere, quia Sexta mollis, diminuta semitonio, fit Diapente; hoc verò est contra Prop. XXIII. Minùs igitur semitonio habet planeta inferior in intervallo sibi proprio. Et quia superioris propria proportio major est propriâ inferioris, per unam Diesin, Diesis verò addita Semitonio facit Tonum minorem 9. 10. superioris igitur propria proportio est minor quàm Tonus minor 9. 10.

XXVI. Pro-

XXVI. Propositio.

PLanetarum, genus Harmoniæ mutantium, superior debuit habere vel Diesin duplicem 576. 625. hoc est 12. 13. ferè, pro motuum extremorũ intervallo, vel Semitonium 15.16. vel aliquid intermedium, Commate 80. 81. distans vel ab illo, vel ab hoc: inferior verò, vel Diesin simplicem 24. 25. vel differentiam inter Semitoniũ & Diesin, quæ est 125.128. hoc est 42. 43. ferè: vel denique similiter aliquid intermedium, Commate 80. 81. distans vel ab illo, vel ab hoc: sc. ille duplicem, iste simplicem Diesin, utrumq; intervallum Commate diminutum.

Nam superioris propria debet esse major, quam Diesis, per XXV. minor verò quàm Tonus 9. 10. per præcedentem. At verò superior debet excedere inferiorem Diesi unâ, per XXIV. Et suadet Harmonica pulchritudo, ut propriæ horum, si ob parvitatem nequeunt esse Harmonicæ, saltem ex Concinnis sint, si fieri hoc possit, per Ax. I. Atqui Concinna minora, quàm est Tonus 9. 10, sunt tantùm duo, Semitonium & Diesis: hæc verò differunt inter se non Diesi, sed aliquo minori intervallo 125.128. Non possunt igitur simul habere superior Semitonium, inferior Diesin: sed aut superior habebit Semitonium 15.16, inferior 125.128. h.e. 42. 43. aut inferior habebit Diesin 24. 25. superior verò duplicem Diesin 12, 13. ferè. Cùm verò utriusq; Planetæ sint æqualia jura: quare si in proprijs ipsorum violanda fuit natura Concinni: æqualiter in utroq; violanda fuit; ut differentia propriorum ipsis intervallorũ manere posset exacta Diesis, ad discriminanda genera Harmoniarum necessaria, per XXIV. Æqualiter autem tunc violabatur Concinni natura in utroq; si quanto superioris propria proportio deficiebat à Diesi duplici, superabatve Semitonium; tantò etiam inferioris propria deficeret à Diesi simplici, superaretve intervallum 125. 128.

Porrò hic excessus vel defectus, debuit esse Comma 80. 81. quia rursum nullum aliud intervallum monstrabatur à proportionibus Harmonicis; & ut Comma sic exprimeretur inter motus cœlestes, sicut expressum est in Harmonicis, scilicet solo excessu & defectu inter se intervallorum. Comma enim in Harmonicis distinguit inter Tonos, majorem & minorem, nec aliter innotescit.

Restat ut disquiramus, utra ex propositis, potiora sint intervalla Num Dieses, simplex pro inferiori planetâ, duplex pro superiori: an potiùs Semitonium ꝑ superiori, & 125.128. pro inferiori. Et vincunt argumentis Dieses. Nam etsi Semitonium variè expressum est in scala Musica: at jocium 125. 128. non est expressum. Contrà & Diesis est expressa variè, & duplex Diesis quodammodò, sc. in resolutione Tonorum in Dieses Semitonia & Limmata: tunc enim, ut libro III. cap. VIII dictum, proximè invicem succedunt duæ Dieses, duobus locis. Alterum argumentum, quòd in distinctione generum propria sunt jura Diesios, nulla Semitonij; major igitur respectus habendus fuit Dieson, quàm Semitonij. Conflatur ex omnibus hoc; superioris propriam debere esse 2916. 3125. seu 14. 15. ferè; inferioris propriam 243. 250, seu 35. 36. ferè.

Quæritur utrum summa sapientia creatrix occupata fuerit in tenuibus istis ratiunculis conquirendis? Respondeo, fieri posse, ut multæ me rationes lateant. At si põderosiores Natura Harmonices non tulit,

quippe in proportionibus, infra omnium concinnorum quãtitatem descendentib⁹: absurdũ non est, Deum vel istas, utcunq; appareãt tenues, esse secutum, cùm nihil sine causâ ordinaverit. Absurdi⁹ n. longè esset affirmare, Deum has quantitates, infra quidem præscriptum ijs terminũ Toni minoris, fortuitò arripuisse. Nec sufficit dicere; Tantas sumpsit, quia tantæ placuerũt: in geometricis enim, libertati electionis subjectis, nihil Deo placuit sine causâ geometricâ qualicunq; ut apparet in oris foliorum, in squamis piscium, in pellibus ferarum, earumque maculis & macularum ordine; & similibus.

XXVII. Propositio.

Telluris & Veneris motuum proportio Major, debuit esse Sexta dura, inter motus aphelios; Minor, Sexta mollis, inter perihelios.

Oportuit n. distingui genera Harmoniarum, per Ax. XX. Id autem fieri aliter non potuit, quàm ꝑ Sextas, ꝑ XXIII. Earum igr unam 5.8. cùm acceperint Terra & ♀, ꝓximi Planetæ, & Icosiedrici ꝑ XV: oportuit & alteram 3.5. ijs tribui. Non verò inter extremos, convergentes vel divergentes; sed inter ejusdẽ plagæ extremos, unam inter aphelios, alterã inter perihelios, ꝑ XXIV. Est ꝓterea & Harmonia 3.5. cognata Icosiedro, quippe sectæ utrũq; Pentagonicæ. Vid. ca. II

Ecce causam, cur præcisæ Harmoniæ inter horum duorum motus aphelios potiùs & perihelios inveniantur; non verò inter convergentes, ut in superioribus.

XXIIX. Propositio.

Telluri propria motuum proportio competebat 14.15. circiter: Veneri 35.36. circiter.

Nam hi duo distinguere debuerũt genera Harmoniarum, ꝑ præmissam: ergò ꝑ XXVI, Tellus quidem ut superior, nancisci debuit intervallum 2916: 3125. id est ferè 14.15. Venus verò, ut inferior, intervallum 243.250. id est 35.36, ꝓximè.

Ecce causam, cur hi duo planetæ tam parvas habeant Eccentricitates, & secundùm eas, parva intervalla seu proportiones motuum extremorum proprias; cùm tamen proximè illâ superior Mars, & proximè hac inferior ☿, insignes, omniumque maximas habeant. Hoc verò verum esse, Astronomia confirmat; nam Cap. IV. Terra planè 14.15. habuit, Venus verò 34.35. quod astronomica certitudo vix discernere in hoc Planeta poterit à. 35.36.

XXIX. Propositio.

Martis & Telluris Major motuum Harmonia, divergentium pura, non potuit esse ex majoribus, quam 5.12.

Suprà Pro. XVII. non erat minorum aliqua: nunc verò neq; aliqua majorum est. Nam altera horũ communis, seu Minor 2.3. cum ꝓpriâ Martis, quæ per XIV.

superat

superat 18. 25, facit plus quàm 12. 25. hoc est, 60. 125. adde igitur Telluris propriam 15, 16. hoc est 56. 60, per præmissam, accumulatur plus quàm 56. 125, quod est proximè 4. 9. plus scilicet quam Octava & Tonus major, paulò. At Harmonia proximè major, quam Octava & Tonus, est 5. 12. Diapason cum Tertiâ molli.

Nota quòd non dico, non esse hanc proportionem nec majorem nec minorem, quàm 5. 12. sed hoc dico, si necesse sit illam fieri Harmonicam, Harmoniam illi aliam non competituram.

XXX. Propositio.

MErcurii propria motuum proportio debuit fieri major omnibus alijs proprijs.

Nam per XVI. propriæ Veneris & Mercurij junctæ facere debuerunt circiter 5. 12. Sed Veneris propria seorsim, est tantum 243. 250. hoc est 1458. 1500: hæc verò ablata à 5. 12. hoc est à 625: 1500. relinquit 625. 1458. majorem quàm Diapason cum Tono majore, Mercurio soli: cùm Martis ppria, quæ illi inter cæteros Planetas est omniũ maxima, sit minor quàm sesquialtera 2. 3. hoc est Diapēte.

Adeoque Veneris & Mercurij infimorũ propriæ junctæ, æquant quatuor supremorum proprias junctas ferè: quia ut jam statim apparebit, Saturni & Iovis propriæ junctæ excedunt 2. 3. Martis à 2. 3. nonnihil deficit: summæ 4. 9. hoc est 60. 135, adde Telluris 14. 15. hoc est 56, 60. accumulatur 56. 135, quod paulò plus est quàm 5. 12; quanta modò erat summa propriarum Veneris & Mercurij. Hoc verò non quæsitum est, nec ab aliquo pulchritudinis archetypo separato & singulari desumptum; sed provenit ultrò, necessitate causarum ex Harmonijs hactenus stabilitis nexarum.

XXXI. Propositio.

MOtus Telluris aphelius cum aphelio Saturni per aliquot Diapason concordare debuit.

Nam Harmonias universales oportuit esse, per XVIII: quare etiam Saturni cum Tellure & Venere. At si motuum Saturni extremorum alter cum neutro horum concordasset; hoc minùs fuisset harmonicum, quàm si uterq; illius extremus concordet cum his planetis, per Ax. I. Ergò Saturnus utroq; suo extremo, concordare debuit; aphelio cum uno ex duobus hisce Planetis; perihelio cum reliquo cùm nihil impediret, quippe in primo Planeta. Erunt igitur istæ Harmoniæ vel Identisonæ vel Diversisonæ, hoc est proportionis vel duplæ continuè, vel alterius. At nequeunt ambæ proportionis alterius esse: nam inter terminos 3. 5. (definientes Majorem Harmoniam inter Telluris & Veneris aphelios, per XXVII) non possunt consistere duo media Harmonica: Sexta enim nequit dividi in tria intervalla Harmonica. Vide lib. III. Non potuit igitur Saturnus utroq; suo motu Diapason facere cum Medijs inter 3. & 5. Harmonicis: sed ut & cum 3 Terræ, & cum 5. Veneris concordent ejus mot⁹; necesse est, ut eorũ alter cum altero terminorum, sc. cum uno dictorum planetarum ipsorum concordet identicè, seu

per aliquot Diapaſon. Cùm autem præſtantiores ſint Identicæ; ſtatuendæ erunt etiam inter extrema motuum præſtantiora, ſc. inter aphelios; quia & principij locum obtinent ob elevationem planetarum, & Harmoniam 3.5. de quâ ut majore Telluris & Veneris nunc agimus, propriam ſibi quodammodò & cum prærogativâ vindicant. Etſi enim Harmonia iſta etiam perihelio Veneris, & aliquo Telluris intermedio competit, per XXII: at initium fit à motuum Extremis, Motus intermedij ſtant poſt principia. Jam cùm ex altera parte habeamus Saturni altiſſimi motum aphelium; ex altera parte cum illo copulandus erit aphelius Telluris potiùs quàm Veneris; quia horum duorum, genus Harmoniæ diſtinguentium, illa iterum eſt altior. Eſt & alia propior cauſa: quòd rationes poſteriores, in quibus jam verſamur, derogant quidem prioribus, ſed tantùm circa minima, quod eſt in Harmonice, circa intervalla omnibus concinnis minora. Sed per rationes priores, non Veneris ſed Telluris aphelius, approximabat Harmoniæ Diapaſon aliquot, cum Saturni aphelio conſtituendæ. Collige enim in unam ſummam primò propriam Saturninorum motuum proportionem 4.5. id eſt ab aphelio in perihelium Saturni, ex XI. ſecundò convergentium Saturni & Iovis 1.2: id eſt à perihelio ♄ ad aphelium Iovis, ex VIII. tertiò divergentium Iovis & Martis 1.8. id eſt ab aphelio Iovis ad perihelium Martis, ex XIV; quartò convergentium Martis & Telluris, 2.3. id eſt, à perihelio Martis ad aphelium Telluris, ex XV: accumulabis inter aphelium Saturni & aphelium Telluris, proportionem 1.30. cui deeſt non plus quàm 30.32. id eſt 15.16. ſeu ſemitonium, quo minus ſit 1.32. ſeu quinque Diapaſon. Itaque ſi ſemitonium in particulas minimo concinno minores ſectum, quatuor his elementis addatur; perfecta erit inter propoſitos Saturni & Telluris aphelios Harmonia Pentakis Diapaſon. At ut idem aphelius Saturni cum aphelio Veneris, Diapaſon aliquot faceret; oportuiſſet Rationibus prioribus integrum ferè Diateſſaron eripere: addito enim 3.5 quod eſt inter aphelios Telluris & Veneris, ad ſummam 1.30. ex quatuor prioribus elementis conflatam; colligitur tanquam ex prioribus rationibus, inter aphelios Saturni & Veneris 1.50. quod intervallum differt ab 1.32, Pentakis Diapaſon, per 32.50. hoc eſt per 16.25. quod eſt Diapente cum Dieſi; & ab Hexakisdiapaſon ſeu 1.64. differt per 50.64. quod eſt 25.32, ſeu Diateſſaron, minùs unâ Dieſi: Non igitur inter Veneris & Saturni, ſed inter Telluris & Saturni aphelios, Identica Harmonia ſtatui debuit, ut Saturno cum Venere diverſiſona Harmonia reſtaret.

XXXII. Propoſitio.

IN Harmonijs Planetarum univerſalibus generis Mollis, motus Saturni planè aphelius cum cæteris Planetis exactè concordare non potuit.

Nam Tellus motu ſuo aphelio ad Harmoniam univerſalem generis mollis non concurrit, quia aphelij Telluris & Veneris faciunt intervallum 3.5. generis Duri, per XXVII. Saturnus verò aphelio ſuo facit Identicam Harmoniam cum aphelio Telluris, per XXXI. Ergò neq; Saturnus aphelio ſuo motu concurrit. Succedit tamen loco aphelij motus, intenſior aliquis Saturni motus, aphelio proximus, ad genus etiam molle, ut Cap. VII. apparuit.

XXXIII. Propositio.

DVrum Harmoniarum & Scalæ Musicæ genus, est familiare motibus aphelijs, molle perihelijs.

Nam etsi Dura constituitur Harmonia inter Telluris non aphelium tantum, cum Veneris aphelio; sed etiam inter Telluris motus aphelio inferiores cum Veneris inferioribus, usque in ejus perihelium: & vicissim Mollis Harmonia non tantùm inter Veneris perihelium cum Telluris perihelio, sed etiam inter Veneris superiores usq. in aphelium, cum Telluris superioribus, per XXVII: propria tamen & evidens designatio generis, fit tantum extremis utriusque, per XX & XXIV. Propria igitur Duri designatio, est tantùm in aphelijs motibus, propria Mollis, tantùm in perihelijs.

XXXIV. Propositio.

DVrum genus familiarius est Planetæ in comparatione duorum superiori, Molle inferiori.

Nam quia Durum genus est apheliorum motuum proprium, Molle periheliorum; per præmissam; aphelij verò sunt tardiores & graviores perihelijs: Durum igitur est motuum tardiorum, Molle celeriorum. Atqui ad tardos motus familiariùs se habet Planetarum duorum superior, ad celeres inferior, quia semper in Mundo altitudinem consequitur motus proprij tarditas. Ergò etiam ad Durum Scalæ genus familiarius se habet, duorum, qui utrique se accommodant generi, is qui superior; ad Molle, is qui inferior. Amplius, Durum genus utitur intervallis majoribus 4.5. & 3.5. Molle minoribus 5.6. & 5.8. Atqui etiam superior Planeta & majorem orbem habet, & tardiores, id est majores motus, prolixioremq. circuitum: quibus verò utrinque magna conveniunt, illa inter se familiariùs coëunt.

XXXV. Propositio.

SAturnus cum Tellure, Durum genus amplectuntur familiariùs, Jupiter cum Venere, genus Molle.

Nam primò Tellus cum Venere comparata, & cum eâdem utrumq. genus designans, superior est; Terra igitur Durum potissimum genus amplectitur, Venus genus Molle, per præmissam. Saturnus verò aphelio suo per Diapason consonat cum Telluris aphelio per XXXI. Quare etiam Saturnus, per XXXIII, Durum genus amplectitur. Deinde Saturnus aphelio motu, per eandem, fovet magis genus Durum, respuit genus Molle, per XXXII. Habet se igitur familiariùs ad genus Durum, quàm ad Molle, quia genera propriè designantur motibus Extremis.

Iam quod Iovem attinet; is in comparatione cum Saturno, est inferior: ergò ut Saturno debetur Durum genus, sic Iovi debetur Molle, per præmissam.

XXXVI Propositio

Iovis motus perihelius cum perihelio Veneris in unam Scalam Musicam, at non etiam in eandem Harmoniam conspirare debuit; multòque minùs hoc cum perihelio Telluris.

Nam quia Iupiter debebatur generi Molli potissimùm, per præmissam; illi verò familiares sunt motus perihelij, per XXX: Iupiter igitur perihelio suo designare debuit Scalam generis Mollis, ejus scilicet certum locum seu phthongum. Sed & perihelij Veneris & Telluris eandem Scalam designant, per XXVII. Ergò cùm horum perihelijs, Iovis perihelius in eandem tensionem sociandus fuit. Non verò cum Veneris perihelio potuit constituere Harmoniam. Nam quia per VIII. cum aphelio Saturni facere debuit).3. *circiter, id est, clavem* d *systematis illius, in quo Saturni aphelius faciebat clavem* G, *Veneris verò aphelius clavem* e; *igitur appropinquavit clavi* e *intra spacium Harmoniæ minimæ: Nam illa est 5. 6. at inter* d. e. *est intervallum multò minùs, scilicet 9. 10. Tonus. Ac etsi in tensione periheliâ, Venus elevatur à* d *tensionis apheliæ; at elevatio hæc est minor Diesi, per XXVIII. Diesis verò (eáq; minus aliquid) juncta Tono minori, nondum æquant intervallum Harmoniæ minimæ 5. 6. Non potuit igitur perihelius Iovis cum aphelio Saturni præter propter 1.3. tueri, & simul concordare cum Venere. Sed nec cum Tellure. Nam si perihelius Iovis ad perihelij Veneris scalam accommodatus fuerit in eandem tensionem, sic ut infra quantitatem concinni minimi tueatur intervallum cum aphelio Saturni*).3, *distans scilicet à perihelio Veneris Tono minore sc. 9. 10. seu 36. 40. (præter aliqua Diapason) versus Gravia: Telluris equidem perihelius ab eodem perihelio Veneris distat per 5.8. id est per 25. 40. Itaq; distabunt perihelij Telluris & Iovis per 25. 36. præter Diapason aliquot. Id verò Harmonicum non est: quippe duplum ipsius 5.6. seu Diapente* |, *diminutum unâ Diesi.*

XXXVII. Propositio.

Ad summam propriarum Harmoniarum Saturni & Jovis 2. 3. & ad communem ijs majorem 1. 3. accedere oportuit intervallum, æquale intervallo Veneris.

Nam Venus aphelio motu propriè designationem adjuvat generis Duri, perihelio generis Mollis, per XXVII. & XXXIII. Sed Saturnus aphelio conspirare debuit etiam ad genus Durum, & sic ad aphelium Veneris, per XXXV. Iupiter verò perihelio ad perihelium Veneris, per præmissam. Quantum igitur Venus facit intervallum ab aphelio in perihelium, tantum etiam accedere necesse est motui Iovis illi, qui cum aphelio Saturni facit).*1. 3. ad perihelium Iovis ipsissimum. Sed convergentium Iovis & Saturni Harmonia est præcisè 1. 2. per VIII. Ablato igitur intervallo*).2. *ab eo quod plus est quàm 1. 3. relinquitur aliquid, quod tantundem plus est quàm 2. 3. pro summâ propriarum utriusque proportionum.*

Supra prop. XXXIII. erat propria Veneriorum motuum proportio 24.

tio 243. 250. vel 35. 36. proximè, At verò cap. IV. inter Saturni aphelium, & Jovis perihelium, inventus est excessus supra 5.3. paulò major, scilicet inter 26.27.& 27.28. At unico minuto Secundo, quod haud scio an discernat Astronomia, ad Saturni aphelium motum addito, æquatur planè quantitas hîc præscripta.

XXXVIII. Propositio.

ADditamentum 243. 250. ad summam propriarum Saturni & Jovis, quæ hactenus primis rationibus constituebatur 2. 3. distribuendum sic fuit inter Planetas; ut de eo Saturno accederet Comma 80. 81. Jovi Residuum 19683. 20000. seu 62. 63. ferè.

Distribuendum illud fuisse inter utrumq; Planetam, sequitur ex XIX. ut uterq; aliquâ latitudine concurrere posset ad Harmonias universales generis sibi familiaris. Atqui 243. 250. intervallum est minus omnibus Concinnis: Nullæ igitur supersunt leges Harmonicæ, quibus illud dividatur in partes duas Concinnas; nisi solùm illæ, quibus supra prop. XXVI. ad sectionem Diesios 24. 25. opus fuit; ut sc. abeat in Comma 80. 81. (quod est unum & quidem primarium ex ijs quæ Concinnis inserviunt) & in Residuum 19682. 20000. quod est paulò majus Commate, sc. 62. 63. ferè. Non autem duo sed unum Comma fuerat abscindendum; ne nimiùm inæquales partes fierent, cùm propriæ Saturni & Iovis sint proximè æquales: secundùm axioma X, etiam ad Concinna & ijs minutiores partes extensum: simul etiam ideò, quia Comma definitur intervallis Tono majore & Tono minore, non ita duo Commata. Porrò Saturno, altiori & valentiori Planetæ, debebatur harum partium non illa potiùs, quæ major, licet is haberet propriam 4.5. majorem; sed illa, quæ prior & pulchrior, hoc est, magis Harmonica. Nam in Ax. X, præcedit respectus prioritatis & perfectionis Harmonicæ; ultimas tenet respectus quantitatis, quia nulla pulchritudo est in quantitate per se. Ita motus Saturni fiunt 64, 81, Tertia major adulterina, ut lib, III. Cap: XII. appellavimus; Jovis verò 6561. 8000.

Nescio an inter causas additi Saturno Commatis sit commemorandum; ut scilicet Extrema Saturni iutervalla possent constituere proportionem 8.9, Tonum majorem: an potiùs id ultrò resultaverit ex causis antecedentibus Motuum. Habes igitur hic potiùs, loco Corollarij, causam, cur suprà cap. IV. fol. 195. Intervalla Saturni deprehensa sint Toni majoris proportionem complecti proximè.

XXXIX. Propositio.

IN Harmoniis Planetarum uniuersalibus, generis Duri, Saturnus motu exactè perihelio concordare non potuit; nec Jupiter motu exactè aphelio.

Cùm enim Saturni aphelius, cum Telluris & Veneris aphelijs, exactè concordare debuerit, per XXXI. concordabit cum ijsdem etiam is Saturni motus, qui est intensior quàm aphelius ejus, per unam Tertiam duram 4, 5: aphelij enim

CAP. IX *Telluris & Veneris faciunt Sextam duram, quæ per demonstrata libri III. divisibilis est in Diatessaron & Tertiam duram, Ergò motus Saturni, qui adhuc celerior est hoc jam concordato, infra tamen magnitudinem intervalli Concinni, is non exactè concordabit. At talis est perihelius Saturni ipsissimus, quia distat ab ejus aphelio plus quàm intervallo 4. 5. plus scilicet uno Commate 80. 81. (quod minus est Concinno minimo) per XXXVIII. Non concordat igitur exactè perihelius Saturni. At nec exactè aphelius Iovis: is enim cum perihelio Saturni, non exactè consonante, consonat per Diapason perfectum, per VIII. quare per dicta libro III. nec ipse exactè consonare poterit.*

XL. Propositio.

AD communem Iovis & Martis divergentium motuum Harmoniam 1. 8. Trisdiapason, prioribus rationibus stabilitam, addi oportuit Limma Platonicum.

Nam quia inter aphelios Saturni & Telluris debuit esse 1. 32. hoc est 12, 384, per XXXI; ab aphelio verò Telluris ad perihelium Martis debuit esse 3. 2. hoc est 384. 256. per XV; & ab aphelio Saturni ad ejus perihelium 4. 5. vel 12. 15. cum additamento, per XXXVIII; deniq; à perihelio Saturni ad aphelium Iovis 1. 2. vel 15. 30. per VIII: restat igitur ab aphelio Iovis ad perihelium Martis 30. 256, dempto Saturni additamento. Atqui 30. 256. superat 32. 256. hoc est 1. 8. quantitate 30. 32. hoc est 15. 16. vel 240. 256. quod est Semitonium. Detractum igitur à 240. 256. Saturni additamentum, quod prop. XXXVIII. debuit esse 80. 81. hoc est 240. 243, relinquit 243. 256; id verò est Limma Platonicum, scilicet 19. 20. ferè: vide lib. III. Ad 1. 8. igitur addendum fuit Limma Platonicum.

Itaque major Jovis & Martis proportio, divergentium sc. motuum, esse debet 243. 2048. quod est medium quodammodò inter 243. 1987. & 243. 1944. id est inter 1. 9. & 1. 8. quarum illam suprà requirebat Analogia, hanc Harmonica concinnitas vicinior.

XLI. Propositio.

MArtis motuum propria proportio necessario dupla est facta proportionis Harmonicæ 5. 6. scilicet 25. 36.

Nam quia proportio Iovis & Martis motuum divergentium, debuit esse 243. 2048. id est 729. 6144. per præcedentem: convergentium verò 5. 24, id est 1280. 6144. per XIII: summa ergò propriarum utriusque necessariò fuit 729. 1280. vel 72900. 128000. Sed Iovis solius propria debuit fieri 6561. 8000, id est 104976. 128000, per XXXVIII. Ablatâ ergò hac Ioviali, ab utriusque summâ, relinquitur propria Martis 72900. 104976. id est 25. 36. cujus dimidia est 5. 6.

Aliter sic. Ab aphelio Saturni ad aphelium Telluris motum est 1. 32. seu 120. 3840. ab eodem illo ad perihelium Iovis est 1. 3. seu 120. 360. cum suo additamento. Hinc verò ad aphelium Martis est 5. 24. seu 360. 1728. Igitur ab

aphe-

aphelio Martis ad ad aphelium Telluris relinquitur 1728. 3840. minus additamento illo Saturni & Jovis divergentium proportionis. At ab eodem aphelio Telluris ad perihelium Martis est 3.2. hoc est 3840. 2560. Inter ergò Martis aphelium & perihelium motus, relinquetur proportio 1728. 2560, id est 27. 40. seu 81. 120. minùs dicto additamento. Sed 81. 120. Commate minus est quàm 80. 120. seu 2. 3. Ergò si de 2. 3. detrahatur Comma, detrahatur & additamentum dictum (quod per XXXVIII. est æquale propriæ Veneris): relinquitur propria ♂. Sed propria Veneris, est Diesis diminuta commate per XXVI. Comma verò, & Diesis diminuta Commate, faciunt Diesin integram 24. 25. Si ergò à 2. 3. hoc est à 24. 36, auferas diesin 24. 25. relinquetur Marti propria 25. 36. ut priùs: cujus dimidia 5. 6. cedit intervallis, per cap. III.

En iterum causam, cur suprà Capite IV, fol. 195. Martis intervalla extrema, proportionem Harmonicam 5. 6. complecti deprehensa sint.

XLII. Propositio.

Martis & Telluris Maior, seu diuergentium communis proportio, necessariò facta est 24. 125. minor quàm Harmonia 5. 12, prioribus rationibus stabilita.

Propria enim Martis debuit fieri Diapente, cui sit adempta diesis, per præcedentem. Communis verò convergentium Martis & Telluris, seu Minor, debuit esse Diapente 2. 3. p XV. Propria deniq. Telluris, est duplicata Diesis, cui sit ademptũ Comma, p XXVI. & XXVIII. Ex his verò elementis conflatur Major, seu divergentium ♂ & Telluris, fitq. duo Diapente (seu 4. 9, hoc est 108. 243.) cum una Diesi, quæ sit multata Commate, hoc est cum 243. 250: fit sc. 108. 250. seu 54. 125, hoc est 608. 1500. Atqui hoc est minus, quàm 625. 1500. hoc est, quàm 5. 12. quantitate 608. 625. quæ est ferè 36. 37. minor Concinno minimo.

XLIII. Propositio.

AD Harmoniam aliquam uniuersalem, Martis aphelius conspirare non potuit: in scalam tamen generis Mollis illum quadamtenus consentire necessarium fuit.

Nam quia perihelius Iovis obtinet locum d *tensionis acutæ in genere Molli, & verò inter illum & Martis aphelium esse debuit Harmonia 5. 24. ergò Martis aphelius obtinet locum* f *adulterinum tensionis ejusdem acutæ. Dico adulterinum: nam libro III. cap. XII. cum recenserentur Consonantiæ adulterinæ; exq. compositione systematum deducerẽtur; omissæ sunt aliquæ, quæ in ipso systemate simplici naturali existunt. Itaq. lector post lineam quæ desinit sic 81. 120. adscribat ista.*

à qua si auferas 4, 5. seu 32. 40. restat 27. 32 diminuta Sextâ mollis: quæ est inter *d f.* vel *e g* vel *a c.* Octavæ etiam simplicis.

Et in subjecta Tabella primam lineam occupent ista.

Pro 5. 6. est 27. 32. deficiens.

Ex quibus patet, in Systemate naturali, clavem f *genuinam, ut illa est ex meis principijs ordinata, cum* d *clave constituere Sextam Mollem deficientem seu adulterinam. Cùm igr inter perihelium Jovis in clavi genuinâ* d, *constitutum,*

& inter aphelium Martis, sit perfecta Sexta mollis supra Disdiapason, non verò deficiens, p XIII: sequitur Martem aphelio motu signare locũ, qui sit uno commate altior clave genuinâ f; itaq; non nisi f adulterinũ obtinebit: eoq; non planè, sed saltem quadamtenus in hanc scalam consentit. Concordãtiam verò universalem neq; puram neq; adulterinam ingreditur. Nam Veneris perihelius obtinet locum e tensionis hujus. At inter e. f est dissonantia, ob vicinitatem. Dissonat igr ♂, ab unius planetarum sc. à ♀ perihelio. Sed & à cæteris ♀ motibus dissonat, remittuntur n. ij uno Commate minus, quàm p unam Diesin: quare cùm inter perihelium ♀ & aphelium ♂ sit Semitonium & Comma, inter igr aphelium ♀ & aphelium ♂ erit Semitonium & Diesis (dissimulatis Octavis), hoc est Tonus minor; quod adhuc dissonum est intervallum. Tantùm a. in Mollis generis Scalam aphelius Martis consentit, non etiam in Duri. Nam cùm aphelius Veneris conspiret in e generis Duri; Martis verò aphelius (dissimulatis Octavis) sit factus altior quàm e, Tono minore; necessariò igr aphelius ♂ in hac tensione medius inter f & fe caderet, faciens cum g (quem in hac tensione occupat aphelius Telluris) intervallum 25. 27. planè inconcinnum, Tonum sc. majorem, cui adempta sit Diesis.

Eodem modo probabitur Martis aphelius etiam à Telluris motibus dissidere. Nam quia cum perihelio Veneris Semitonium & Comma facit, per dicta, id est 14. 15. sed periheliј Terræ & Veneris faciunt Sextam Mollem 5. 8. seu 15. 24. per XXVII; Martis igr aphelius cum perihelio Telluris (additis illi Octavis) faciet 14. 24. seu 7. 12. inconcinnum intervallum, nedum Harmonicum, ut & 7. 6. Est n. dissonum & inconcinnum, quicquid est inter 5. 6. & 8. 9. ut hic 6. 7. Sed nec ullus alius Telluris motus concordare potest cum aphelio Martis. Nam supra dictũ, quòd is cum aphelio Telluris faciat 25. 27. inconcinnum (dissimulatis Octavis): jam verò à 6. 7. vel 24. 28. usque in 25. 27. omnia sunt minora minimo intervallo Harmonico.

XLVI. Corollarium.

PAtet igitur ex hac XLIII. de Iove & Marte, & ex XXXIX. de Saturno & Jove, & ex XXXVI. de Jove & Tellure, & ex XXXII. de Saturno: cur suprà cap. V. planetarum motus extremos neq; omnes ad unum Systema naturale seu scalam musicam perfectissimè accommodatos esse, neque qui ad systema tensionis ejusdem accommodati erant; omnes illos, loca illius naturali ratione divisisse, seu successionem Concinnorum intervallorum merè naturalem effecisse deprehensum sit. Nam priores sunt causæ, quibus singuli planetæ singulas sunt nacti Harmonias, quibus & omnes planetæ Harmonias universales; quibus deniq; & Harmoniæ universales duo genera, Durum & Molle: quibus positis, jam impeditur omnimoda accommodatio ad unum naturale systema. Quòd si illæ causæ non præcessissent necessariò: dubium nullum est, quin vel unum systema, unaq; ejus tensio Planetarum omnium motus extremos complexum esset: vel si duobus systematibus opus fuit, pro duobus cantus generibus, Duro & Molli, non in alterâ tantũ generis duri, sed etiam in reliquâ generis Mollis, ipsissimus ordo scalæ naturalis fuisset expressus. Habes igr hic dicto cap. V. promissas causas dissidiorum p minima, & omnibus qdem concinnis minora.

XLVII. Pro-

XLV. Propositio.

AD communem maiorem Veneris & Mercurii Disdiapaſon, nec non ad Mercurij etiam propriam, ſuprà prioribus rationibus prop. XII. & XVI. ſtabilitas, accedere oportuit intervallum æquale intervallo Veneris, ſic ut propria Mercurij fieret perfecta 5. 12; & ſic ☿ utroque motu cum unico perihelio Veneris concordaret.

Nam quia Saturni aphelius cum aphelio Telluris concordare debuit, Planetæ extimi, figuræ ſuæ circumſcripti & altiſſimi, cum Telluris, quæ figurarum claſſes diſtinguit, altiſſimo: ſequitur legibus oppoſitorum, ut Mercurij perihelius cum Telluris perihelio conſpiret, quippe Planetæ intimi, figuræ ſuæ inſcripti, & humilimi, Soliq; viciniſſimi, cum Telluris; ſepis illius communis, motu humilimo: illi quidem ad Durum, hi ad Molle Harmoniarum genus deſignandum, per prop. XXXIII. & XXXIV. Sed Veneris perihelius cum Telluris perihelio concordare debuit in Harmonia 5. 8. per XXVII. Ergò etiam perihelius Mercurij, cum perihelio Veneris in unam Scalam debuit contemperari. Erat verò prop. XII. ex prioribus illis rationibus definita Veneris & Mercurij Divergentium Harmonia 1. 4. Illa ergo jam per has poſteriores rationes fuit fermentanda acceſſione totius intervalli Veneris. Non igr amplius ab aphelio, ſed à perihelio Veneris ad perihelium Mercurij eſt perfecta Disdiapaſon. Atque etiam convergentium Harmonia 3. 5. perfecta eſt, per prop. XV. Eâ igitur ſubtractâ ab 1. 4, reſtat ſoli Mercurio propria 5. 12. etiam perfecta, non verò amplius (ut prop. XVI. per priores rationes) diminuta proportione Veneris ꝓpriâ.

Alia ratio. Sicut Saturnum & Iovem ſolos exteriùs nullatenus contingũt Dodecaedron & Icoſiedron, conjugatæ: ſic eædem Mercurium ſolum interiùs non tangunt: tangunt n. Martem, Tellurẽ & Venerem, illum intus, hanc extrà, mediam utrinq;. Sicut igr in proprias proportiones motuũ Saturni & Iovis, qui Cubo & Tetraedro fulti ſunt, diſtributim additum eſt aliquid æquale propriæ Veneris: ſic jam propriæ Mercurij ſolitarij, qui Octaedro, Cubi & Tetraëdri ſociâ figurâ continetur, accedere debuit tantundem: quippe ſicut Octaedron, figura unica inter Secundarias, vicem ſuſtinet duarum, Cubi & Tetradri inter Primarias, de quo vide Cap. I. ſic etiam inter Planetas inferiores, unus Mercurius eſt loco duorum ex ſuperioribus, Saturni ſcilicet & Iovis.

Tertiò, ſicut Saturnus altiſſimus per aliquot Diapaſon, hoc eſt, in proportione 1. 32. continuè duplâ, concordare debuit aphelio ſuo motu, cum duorum qui genus Harmoniæ mutant, altioris ſibiq; ꝓpioris motu etiam aphelio: per XXXI: ſic viceversâ, ☿ humilimus, rurſum ꝑ aliquot diapaſon, h. e. in proportione 1. 4. etiam continuè duplâ, concordare debuit ꝑihelio ſuo motu cum duorum, qui genus Harmoniæ mutant, inferioris ſibiq; ſimiliter propioris motu perihelio. Quartò ſuperiorum trium ♄, ♃, ♂, ſinguli tantùm extremi conſpirant ad Harmonias univerſales; inferioris igr & unici, Mercurij ſc. ambo extremi conſpirare debuerũt ad eaſdem: nam medij, Tellus & ♀, genus Harmoniarum mutare debuerunt, per XXXIII. XXXIV. Deniq; in bigis tribus ſuperiorum inventæ ſunt Harmoniæ perfectæ inter convergentes motꝰ; fermentatæ verò inter divergentes, & ꝓpriæ ſingulorum: in bigis igr duabus inferiorum viceversâ non inter convergentes potiſſimùm, nec inter divergentes, ſed inter ejuſdem plagæ motus, perfectæ Harmoniæ reperiri debuerunt. Et quia Telluri & ♀, duæ perfectæ debebantur: quare etiam ♀ & ☿ duæ debebãtur perfectæ. Et illi quidem duo, tam inter aphelios ꝑfectā ſortiri debuerunt, quàm inter ꝑihelios, quia genꝰ Harmoniæ mutare debuerunt:

 Venus

CAP.IX.

Venus verò & Mercurius, utpote genus Harmoniæ non mutantes, non etiam requirebant perfectas inter utramq; bigam, tam apheliorum quàm periheliorum motuum: sed successit pro Harmonia perfectâ apheliorum, ut quæ fermentata jam fuit, Harmonia perfecta convergentium: ut sicut Venus inferiorum superior, propriam motuum proportionem habet minimam omnium per XXVIII. Mercurius, inferiorum inferior, proportionem propriam, maximam omnium sortitus est, per XXX: sic etiam propria Veneris, omnium propriarum esset imperfectissima, seu ab Harmonijs remotissima: propria verò ☿ omnium propriarum perfectissima, id est Harmonia absoluta, sine fermento; & sic tandem undiq; rationes essent oppositæ.

Sic enim magnalia sapientiæ suæ decoravit is, qui est ante sæculum & usq; in sæculum: nihil redundat, nihil deficit, nec locus est censuræ cujusquam. Quàm desiderabilia opera ejus, &c. omnia duplicia unum contra unum, nec ulli suum deest oppositum; uniuscujusq; confirmavit (*rationibus optimis stabilivit*) bona (*Ornatum & decentiam*) & quis saturabitur videns gloriam eorum?

XLVI. Axioma.

SOlidarum figurarum interlocatio inter Orbes planetarios, si libera est, nec præcedentium causarum necessitatibus impedita, perfectione sequi debet analogiam inscriptionum & circumscriptionum geometricarum; adeòque & conditiones proportionis inscriptorum ad circumscriptos.

Nihil enim est magis consentaneum quàm, ut inscriptio physica Geometricam, tanquam opus typum suum, exactè repræsentet.

XLVII. Propositio.

SI Figurarum inter Planetas inscriptio libera fuit, Tetraedron suprà tangere debuit angulis orbem perihelium Jovis exactè, infrà centris planorum, aphelium Martis exactè: Cubus verò & Octaëdrō, angulis in Orbem perihelium sui quæq; Planetæ insistētes, centris planorum penetrare debuerunt orbem sui interioris, sic ut illa centra versentur intra Orbes, aphelium & perihelium: Dodecaëdron contrà & Icosiedron, angulis extrà stringentes suorum Planetarum Orbes perihelios, centris planorū non planè attingere debuerūt aphelios orbes suorum interiorum: Echinus denique Dodecaëdricus, stans angulis in perihelio orbe Martis, medijs punctis inversorum laterum, radios binos solidos interstinguentium, debuit venire proximè orbem aphelium Veneris.

Est enim Tetraëdron figura media Primariarū, & ortu & situ in Mundo, æqualiter igr, si nihil impediebat, sumovere debuit utramq; regionem & ♃ & ♂. Cui quia Cubus sursum erat & exteriùs, Dodecaedro deorsū & interiùs: par erat ergò, ut & illorū inscriptio affectaret contrarietatem ejus, cujus Tetraëdron tenebat medium, & altera illarum excessum faceret inscriptionis, altera defectum; altera sc. interiorem orbē quadamtenus penetraret, altera non attingeret. Et quia Octaedron

èdron est Cubo cognatum, æqualem habens orbium proportionem; Icosiedron verò Dodecaëdro: quod igitur Cubus habet de perfectione inscriptionis, idem & Octaëdro debebatur: quod Dodecaëdron, idem & Icosiedro. Est & consimilis Octaedri situs, situi Cubi; Icosiedri verò, situi Dodecaedri: quia ut Cubus alterum tenet terminum ad exteriora: sic Octaedron tenet reliquum extremum ad interiora Mundi, Dodecaëdron verò & Icosiedron mediant: Convenit igitur etiam similis inscriptio, illic penetrativa Orbis planetarij interioris, hic deficiens ab illo. Echinus verò, qui summitatibus angulorum repræsentat Icosiedron, basibus Dodecaëdron, utramq; etiam regionem, tam inter Martem & Tellurem, Dodecaedro, quam inter Tellurem & Venerem, Icosaëdro tributas implere, complecti seu disponere debuit. Utrum autem oppositorum, utri societati conveniat, Axioma præmissum clarum facit. Tetraedron enim, habens inscriptum orbem effabilem, medium sortita est locum inter Primarias, stipata utrinq; figuris incommensurabilium Orbium, quarum exterior Cubus, interior Dodecaëdron, per cap. I hujus. Hæc verò qualitas Geometrica, Effabilitas inscripti, repræsentat in Naturâ inscriptionem Planetarij Orbis perfectam. Cubus igitur cum sociâ habent inscriptos, ex dimidio saltem effabiles, id est, solâ potentiâ; debent igitur semiperfectam repræsentare inscriptionem; ubi licet non ipsa Orbis planetarij Extremitas, at saltem interius aliquid, & nominatim Medietas inter Orbes, aphelium & perihelium, si per alias rationes fieri possit, attingatur à centris planorum figuræ. Dodecaëdron contrà cũ sociâ habent inscriptos planè ineffabiles & longitudine radij & potentiâ: debent igitur planè imperfectam repræsentare inscriptionem, & penitus nihil de Orbe planetario attingentem, hoc est, deficientem, & usque ad aphelium planetæ orbem non planè pertingentem, suorum planorum centris. Echinus etsi Dodecaëdro & sociæ cognatus est; habet tamen aliquid simile Tetraëdro. Nam radius inscripti lateribus ejus inversis, est quidem incommensurabilis circumscripti radio, at commensurabilis est interim longitudine, distantiæ binorum angulorum vicinorum. Itaq; perfectio commensurationis radiorum ferè tanta, quanta Tetraëdro imperfectio altrinsecus tanta, quanta Dodecaëdro & sociæ. Consentaneum igitur est, etiam physicam inscriptionem ei competere, nec planè Tetraëdricam, nec planè Dodecaëdricam, sed generis intermedij; ut quia Tetraëdron planis pertingere debuit ad summum Orbis, Dodecaëdron non attingere, certo spacio: jam hæc aculeata figura lateribus inversis inter spacium Icosiëdricum, & inter orbis inscripti summũ stet, pximè hanc summitatem attingens: si tamen etiam ista figura in societatem reliquarum quinque adsciscenda fuit, legesq; istæ, stantibus legibus illarum, tolerari potuerunt. Imò quid dico tolerari potuerunt? quibus illæ carere non potuerunt, Nam si Dodecaëdro competebat inscriptio laxa, nec attingens; quid aliud indefinitam illam laxitatem intra certæ quantitatis metas coërcere potuit; quàm hæc subsidiaria figura, Dodecaëdro & Icosiëdro cognata, inscriptione suâ proximè attingente, nec plus deficiente (si tamen deficit,) quàm Tetraedron excedit & penetrat? de qua quantitate jam in sequenti agemus.

Valdè verisimilem reddit hanc causam Echini associati duabus cognatis figuris (ut scilicet determinaretur proportio Orbium Martis & Veneris, quam illæ indefinitam reliquerant) quòd invenitur Semidiameter Orbis Telluris 1000. propè admodũ medio loco proportio-

CAP. IX.

Echini speciem vide lib. V. fol. 182. ubi P.P solidi anguli O.O, media inversa latera

nalis inter orbem Martis perihelium & Veneris aphelium: quasi spacium quod Echinus vindicat cognatis figuris, inter illas, ut pote similes, proportionaliter sit divisum.

XLVIII. Propositio.

INscriptio Figurarum regularium solidarum inter Orbes Planetarios non fuit meræ libertatis: impediebatur enim circa minima ab Harmonijs inter motus Extremos statutis.

Nam per Ax. I. & II. Proportio orbium cujusq. Figuræ non ipsa per seipsam immediatè debuit exprimi, sed per illam quærendæ priùs fuerunt, motibusq. extremis accommodandæ Harmoniæ, ipsis Orbium proportionibus familiarissimæ.

Deinde, ut p Ax. XIIX. XX. Harmoniæ universales duorum generum esse possent, fermenti non nihil addi oportuit Harmonijs singularum bigarum Majoribus, per rationes posteriores. Ut igitur ista stare possent, suisq. proprijs niti rationibus; requirebantur intervalla dissidentia nonnihil ab ijs, quæ sunt ex inscriptione perfectâ figurarum inter Orbes, legibus motuum Cap. III. explicatis. Id ut comprobetur, & ut appareat quantum derogetur singulis figuris per Harmonias proprijs rationibus stabilitas: age ex illis extruamus intervalla planetarum à Sole, novâ formâ calculi nec atneà tentatâ à quoquam.

Calculus intervallorum Planetariorum ex Harmonica politicâ emergentium.

Erunt autem inquisitionis hujus tria capita: Primùm ex cujusq. planetæ motibus binis extremis, inquirentur ejus & Solis intervalla itidem Extrema, ex ijs Radius orbis in illa Extremorum intervallorum dimensione, cujusq. planetæ propriâ. Secundò, ex ijsdem motibus extremis, in dimensione omnibus eâdem, inquirentur motus medij, eorumq. proportio. Tertiò ex proportione motuum mediorum jam patefactâ, proportio Orbium seu Mediorum intervallorum investigabitur, & unâ etiam extremorum; illaque comparabitur cum proportionibus figuralibus.

Quod primum attinet: repetendum est ex Cap. III. numero VI. quòd proportio motuum extremorum sit dupla proportionis eversæ respondentium intervallorum à Sole. Cùm igitur etiam quadratorum proportio sit dupla proportionis suorum laterum: ergò numeri quibus extremi motus singulorum exprimuntur, considerabuntur ut Quadrati, & quæsitæ illorum radices dabunt extrema intervalla, quorum facile est medium arithmeticum accipere, pro semidiametro Orbis & Eccentricitate. Igitur Harmoniæ hactenus stabilitæ præscripserunt

Planetis.	Motuum proportiones	Horum Radices aut prolongatæ aut multiplicium.	Ergò semidiameter Orbis.	Eccentricitas.	In dimensione semidiametri Orbis 100000
Saturno	64	80			
per XXXVIII.	81	90	85	5	5882
Jovi	6581	81000			
per XXXVIII.	8000	89444	85222	4222	4954
Marti	25	50			
per XLI.	36	60	55	5	9091
Telluri	2916	93531			
per XXVIII.	3125	96825	95178	1647	1730
Veneri	243	9859			
per XXVIII.	250	10000	99295	705	710
Mercurio	5	63250			
per XLIV.	12	98000	80624	17375	21552

Ad se-

Ad secundum ex propositis rursum opus habemus capitis III, numero XII. ubi ostensum, quòd numerus, qui exprimit motum medium in ꝓportione extremorum, sit minor Medio eorũ arithmetico, minor etiam geometrico, semisse differẽtiæ Medij utriꝰ q̃. Et quia omnes motꝰ medios exquirimꝰ in dimensione eâdem; quare omnes ꝓportiones, hactenꝰ stabilitæ inter binos & binos, omnes etiam singulorum ꝓpriæ, explicentur in mensurâ communis minimi dividui. Tunc quærantur Media, arithmeticum ꝑ dimidiationem differentiæ extremorum cujusq; motuũ, geometricum, per multiplicationem extremi unius in alterum, & extractionem radicis è facto: tunc semissi de mediorum differentiâ ablatâ à geometrico Medio, constituetur numerus Motus medij, in dimensione cujusq; extremorum motuum propriâ; quæ facilè per regulam proportionum transmutatur in communem.

Proportiones Harmonicæ Binorum.	Numeri motuũ extremorum	singulorum ꝓpriæ.	Media singulorum continuata. Arithmeticum	Geometricum seu radix.	Differẽtiæ semisses.	Numerus motus medij in dimensione Sua	Communi.
1	♄.139968.	64	72.50.	72.00.	25.	71.75.	156917.
1	♄.177147.	81					
2	♃.354294.	6561	7280.5.	7244.9.	178.	72.271.	390263.
5	♃.432000.	8000					
24	♂.2073600.	25	30.50.	30.00.	25.	29.75.	2467584.
2	♂.2985984.	36					
32 3	T..4478976.	2916	3020.500.	3018.692.	904.	3017.788.	4635322.
5	T..4800000.	3125					
5	♀.7464960.	243	246.500.	246.475.	125.	246.4625.	7571328.
1 3 8	♀.7680000.	250					
5	☿.12800000.	5	8.500.	7.746.	377.	7.369.	18864680.
4	☿.30720000.	12					

Figuræ ultra punctum pertinent ad præcisionem numeri in p. denarijs

Inventa est ergò ex præscriptis Harmonijs, proportio Mediorum diurnorum motuum, quæ scilicet est inter cujusq; graduũ & minutorum &c. numeros inter se comparatos; quæ quàm propinquè accedat ad Astronomiam, facile est explorare.

Tertium caput propositorum indiget capitis III. numero VIII. Inventâ enim proportione diurnorum mediorum motuum in singulis Planetis, datur invenire & proportionem Orbium. Est enim proportio mediorum motuum, proportionis Orbium eversæ sesquialtera. Atqui etiam proportio Cubicorum numerorum est sesquialtera proportionis Quadratorum ad easdem Radices adscriptorum in Tabula Clavij, quam subjunxit suæ Geometriæ Practicæ. Quare si quærantur numeri nostri motuum mediorum (decurtati, ubi opus erit, æquali numero cyphrarum) inter Cubicos illius Tabulæ, exhibebunt ad sinistram sub titulo Quadratorum, numeros proportionis Orbium: tunc Eccentricitates suprà singulis adscriptæ in dimẽsione cujusq; semidiametrorum propriâ, facilè per regulam proportionum transponentur in dimensionem omnibus communem, ut ijs additis ad semidiametros orbium, indeq; ablatis, constituantur intervalla singulorum à Sole, extrema. Dabimus autem semidiametro Orbis Telluris dimensionem rotundam 100000, ut moris est in Astronomiâ: idq; hoc consilio, quia hic numerus seu quadratè multiplicatus seu cubicè, semper constat meris cyphris; itaq; etiam motum medium Telluris efferemus numero 1000 000 000; per regulam proportionum faciemus, ut numerum motus medij cujusq; planetæ ad numerum motus medij Telluris; sic

ris; sic 1000 000 000 ad novam dimensionem. Ita quinq; solis radicibus cubicis transigi poterit negocium, singulis illis cum unico Telluris numero comparatis.

	Numeri ex motibus medijs in dimensione Pristinâ,	Novâ eversâ inter cubos qrendâ.	Numeri proportionis orbium inter quadratos inventi.	Semidiametri ut Supra.	Eccentricitas In dimensione Propriâ ut suprà.	Communi	Intervalla extrema emergentia. Aphelia.	Perihelia.
♄.	156917.	29539960.	9556.	85.	5.	562	10118.	8994
♃.	390263.	11877400.	5206.	85222.	4222.	258	5464.	4948
T..	2467584.	1878483.	1523.	55.	5.	138	1661.	1384
♂.	4635322.	1000000.	1000.	95178.	1647.	17	1017.	983
♀.	7571328.	612220.	721.	99295.	705.	5	726.	716
☿.	18864680.	245714.	392.	80625.	17375.	85	476.	308

Apparet igitur in ultimâ serie, quales prodeant Numeri, quibus convergentia binorum exprimuntur intervalla: qui omnes valdè propè accedunt ad illa intervalla, quæ inveni ex observationibus Braheanis. In solo Mercurio parvula est differentia. Nam Astronomia videtur ei dare intervalla hæc 470. 388. 306. omnia breviora. Causa dissidij vel in Observationũ paucitatem conjicienda videtur, vel in Eccentricitatis magnitudinem. Vide cap. III. Sed ad finem calculi propero.

Iam enim facile est, comparare proportionem orbium figuralium cum proportione intervallorum convergentium.

Nam si Semidiameter orbis figuræ circumscripti quæ est communiter 100000, fiat		ex	Tunc Semidr inscripti pro	fiet	Cum sit intervallum ex Harmonijs.	
In Cubo	8994.	♄	57735	5194.	Medium	♃. 5206.
In Tetraëdro	4948.	♃	33333	1649.	aphelium	♂. 1661.
In Dodecaëdro	1384.	♂	79465	1100.	aphelium	T.. 1018.
In Icosiedro	983.	T.	79465	781.	aphelium	♀. 726.
In Echino	1384.	♂	52573	728.	aphelium	♀. 726.
In Octaedro	716.	♀	57735	413.	medium	☿. 392.
In Quadrato Octaedri	716.	♀	70711	506.	aphelium	☿. 476.
vel	476.	☿	70711	336.	perihelium	☿. 308.

Paulò sc. infra medium Iovis descendunt plana Cubica; non planè ad ipsum Medium Mercurij, plana Octaëdrica; paulò infra summum Martis, Tetraëdrica; non planè ad ipsum summum Veneris, latera Echini; longè verò ab aphelio Telluris deficiunt plana Dodecaëdri; longè etiam, & ferè proportionaliter ab aphelio Veneris, plana Icosiedri: Octaedri deniq; quadratum planè ineptum est; nec injuria; nam quid planæ figuræ inter solidas? Vides igr si planetarum intervalla deducantur ex proportionibus Harmonicis motuum, hactenus demonstratis; necesse esse ut illa tanta evadant, quanta hæ patiuntur, non verò, quanta requirerent leges inscriptionis liberæ, prop. XLV. præscriptæ: quia hic κόσμος γεωμετρικὸς *inscriptionis perfectæ, non erat amplius juxta illum alterum* κόσμον ἁρμονικὸν ἐνδεχόμενος, *ut Galeni verbis utar, ex hujus libri V. frontispicio desumptis. Tantum ad dilucidationem propositionis præscriptæ, ipso numerorum calculo demonstrandum fuit.*

Non dissimulo, si Harmoniam convergentium Veneris & Mercurij augeam propriâ proportione motuum Veneris, eâdemq;, ut consequitur, minuam propriam Mercurij; tunc prodire mihi per hanc methodum, intervalla Mercurij & Solis ista, 469, 388. 307. quæ valdè præcisè repræsen-

præsen-

præſentantur ab Aſtronomiâ. At primò diminutionem illam non poſſum defendere rationibus Harmonicis; non enim quadrabit aphelius Mercurij in ullam ſcalam Muſicam; nec tenetur in Planetis, oppoſitis in Mundo, plenaria ratio oppoſitionis omnium conditionum. Deinde motus Mercurij medius diurnus fit nimis magnus, eòq; periodicum ☿ tempus, quod eſt totius aſtronomiæ certiſſimum, nimiùm abbreviatur. Itaque maneo in politiâ Harmonicâ motuum, hîc uſurpatâ & toto cap. IX. confirmatâ. Veruntamen hoc exemplo vos, quotquot in hujus libri lectionem incidetis, Mathematicis diſciplinis, & ſummæ philoſophiæ cognitione imbuti, omnes provoco: agite ſtrenui, vel unam ex Harmonijs paſſim applicatis convellite, cum aliâ aliquâ permutate; & experimini, num tam prope aſtronomiam, cap. IV. præſcriptam acceſſuri ſitis: vel contendite rationibus, num melius & convenientius aliquid motibus cœleſtibus aſtruere, diſpoſitionem verò à me adhibitam in parte vel toto deſtruere poſſitis. Quicquid ad gloriam pertinuerit Conditoris & Domini noſtri; id æquè vobis per meum hunc librũ licitum eſto; ac ipſe licentiam mihi ſumpſi ad hanc horam uſque, mutandi paſſim illa, quæ prioribus diebus oſcitanti curâ, vel properanti ardore præpoſtere concepta deprehendere potui.

Provocatio

IL. Epiphonema.

BOnum erat, ſolidas figuras in geneſi intervallorum cedere rationibus Harmonicis, Harmoniaſque binorum Majores, Harmonijs univerſalibus omnium, quantum hujus erat neceſſe.

Pulchro caſu ad ſeptenarij Quadratum IL devenimus; ut hoc veluti Sabbatum quoddam ſuccedat, præmiſſis ſex ſolidis Octonarijs Effatorum, de opere Cœlorum. Meritò etiam Epiphonema feci, quod inter Axiomata præmitti potuit: quia etiam Deus jam defunctus operâ Creationis, vidit omnia, quæ fecerat, & ecce erant valdè bona.

Duo ſunt Epiphonematis membra: primum de Harmonijs in genere, ſic demonſtratur. Nam ubi delectus eſt inter diverſa ſe mutuò non ex aſſe ferentia: ibi præferenda eſſe præſtantiora, derogandumq; vilioribus, quantũ neceſſe eſt, ipſa vox τȣ̃ κόσμȣ, *quæ ornatum ſignificat, arguere videtur. Atqui quanto vita corpore, forma materiâ, tantò præſtat ornatus Harmonicus Geometrico ſimplici.*

Nam ut Animantum corpora perficit vita, quia ad hanc agendam ſunt natæ; quod ex Archetypo Mundi, qui eſt ipſa eſſentia divina, ſequitur: ſic regiones Planetis attributas, motus, ſideris quamq; ſui, metatur; quia ut ſidus moveri poſſet, regio illi ſua fuit aſſignata. Atqui figuræ quinq; ſolidæ, vi vocis ipſius, ad ſpacia regionum pertinent, & ad illarum, corporumq; numerum; Harmoniæ verò ad motus. Rurſum ut Materia diffuſa eſt & indefinita ex ſeipsâ; Forma definita, unita, & terminans ipſam materiam: ſic etiam proportionum Geometricarum infinitæ ſunt; Harmoniæ paucæ. Etſi enim inter Geometricas etiam certi ſunt gradus definitionum formationumque & reſtrictionum; nec plures tribus exiſtere poſſunt ex adſcriptione orbium ad figuras regulares: attamen has etiam commune cum reliquis omnibus accidens ſequitur; quòd præſupponitur infinita quantitatum ſectio poſſibilis; quàm etiam actu quodammodò involvunt illæ, quarum termini

Vide lib. IV. fol. 163.

vide lib. IV

CAP. IX.

sunt inter se incommensurabiles. At Harmonicæ proportiones omnes sunt effabiles omnium termini commensurabiles; ijq; desumpti ex figurarũ planarũ certâ & finitâ specie. Infinitas verò sectionis materiam; commensuratio verò seu Effabilitas terminorum formã repræsentat. Vt igitur materia Formã, vt rude saxum, justæ quidem quãtitatis, Ideam humani corporis; sic Geometricæ Figurales ꝓportiones, Harmonias appetũt; non vt fingãt & forment illas; sed quia hæc Materia ad hanc Formam, hæc saxi quantitas ad hanc effigiem, hæc etiam figuralis proportio, ad hanc Harmoniam quadrat aptius; vt igitur fingantur formenturq; amplius, Materia quidem à suâ Formâ, saxum à Colapte in speciem animantis; proportio verò orbium figuralium, à suâ, id est, propinquâ & aptâ Harmoniâ.

Quæ huc usq; sunt dicta, clariora fient ex historia mearum inventionum. Cùm ante 24. annos in hanc contemplationem incidissem; primùm inquisivi, num æqualibus intervallis ab invicem distarent orbes planetarum singuli (distant n. orbes in Copernico, nec sese mutuò attingunt): nihil scilicet pulchrius agnoscebam æqualitatis ratione. Illi verò caput & cauda deest: nullum enim numerum certum corporum mobilium, nullam certam intervallis quantitatem præbebat hæc materialis æqualitas. Cogitavi igitur de intervallorum similitudine ad orbes, id est de Proportione. At sequebatur querela eadem, nam etsi proveniebant quidem intervalla inter orbes inæqualia sanè; at nec inæqualiter inæqualia, vt vult Copernicus, nec quantitas proportionis, nec numerus orbium efficiebatur. Transivi ad figuras planas regulares; formabantur ab ijs intervalla per adscriptionem circulorum: sed adhuc nullo certo numero. Ventum ad quinq; solidas; hic & numerus corporum, & intervallorum magnitudo propè vera patebat; adeò vt super reliquâ discrepantiâ ad Astronomiæ perfectionem appellarem. Perfecta fuit his 20. annis Astronomia; & ecce adhuc intervalla discrepabant à figuris solidis; necdum causæ patebant Eccentricitatum inæqualissimè distributarũ inter Planetas. Scilicet in hac Mundi domo quærebam nil nisi saxa, formæ elegantioris, sed quæ saxis conveniret; ignarus, Architectum illa finxisse in articulatissimam effigiem animati corporis. Ita paulatim, his præsertim ultimis 3. annis, vẽtum ad Harmonias, desertis circa minima Figuris solidis: cùm quia illæ stabant à partibꝰ Formæ, quam ultima manus imponeret; figuræ à Materiâ, quæ in Mundo est numerus corporum, & spaciorum rudis amplitudo: tum etiam quia illæ dabant Eccentricitates, quas hæ ne pollicebantur quidem: illæ scilicet nasum oculos & reliqua membra conciliabant statuæ; cui istæ solam externam rudis massæ quantitatem præscripserant.

Quare sicut neq; corpora Animantum sunt facta, neque saxi moles fieri solet, ad normam puram alicujus figuræ geometricæ; sed derogatur externæ figuræ rotundæ, quantumvis eleganti (manẽte tamen justâ molis magnitudine), vt corpus organa vitæ necessaria, saxum verò effigiem animantis nancisci possit: sic etiam proportio, quam Orbibus planetarijs præscripturæ erant figuræ solidæ, vt inferior, & tantùm corpus materiamq; spectans, cedere debuit Harmonijs; quantumejus, erat necesse ad hoc, vt stare illæ juxtà, motꝰq; globorũ exornare possent.

Supra nu: XVIII. inter Axiomata assumptum ex parte.

Alterum Epiphonematis membrum, de Harmonijs universalibus, cognatam priori probationem habet. Nam illi potiùs debetur suprema veluti perfectionis manus, quod magis perficit Mundum; illi viceversâ derogandum, (si derogandum alterutri); quod posteriores hic partes tenet. At magis Mundum perficit universalis Harmonia omnium, quàm singulares binorum & binorum vicinorum ge-

rum ge-

rum geminæ. Est enim Harmonia, quædam unitatis ratio: magis igitur uniti sunt, si omnes simul in unam, quàm si bini quiq; seorsim in binas conspirent Harmonias. Quare in conflictu utrarumq;, cedere debuerunt ex binis binorum Planetarum, alterutræ singulares; ut stare poßent universales omnium. Potiùs autem Majores, divergentium motuum, cedere debuerunt; quàm Minores, convergentium. Si enim divergunt illi, spectant igitur ad Planetas non bigæ propositæ, sed alios vicinos; & si convergunt hi, vergunt igitur, alterutrius Planetæ motus ad reliqui motum, permutatim: ut in biga Jovis & Martis, illius aphelius ad Saturnum, hujus perihelius ad Tellurem vergit; at illius perihelius vergit ad Martem, hujus aphelius ad Iovem. Horum igitur Harmonia Iovi & Marti magis est propria; illorum, divergentium, Harmonia à Iove & Marte quodammodò est alienior. Minùs autem lædebatur unionis ratio, quæ binos & binos vicinos colligat; si alienior & remotior ab ijs Harmonia fermentaretur: quàm si propria, quæ sc. est inter vicinorum Planetarum motus magis vicinos. Neq; tamen valdè magna fuit hæc fermentatio: Inventa enim est ratio, quâ & starent Harmoniæ universales omnium Planetarum, eæq; distinctorum duorum generum, & cum aliquâ tensionis latitudine, quæ saltem Comma æquaret; & singulares etiam binorum vicinorum binæ aßererentur; Convergentium quidem motuum in quatuor bigis, perfectæ; apheliorum in unâ, periheliorum in duabus, itidem perfectæ; divergentium verò in quatuor bigis, infra discrepantiam unius Diesios, intervalli minimi, quantum humana vox in cantu figurato ferè perpetuò peccat; in unicâ verò Iovis & Martis, inter Diesin & Semitonium. Apparet igitur hanc mutuam cessionem undiquaq; esse valdè bonam.

CAP. IX.

Hactenus igr de Dei Creatoris opere nobis Ἐπιτεφωνήσθω. Restat nunc, ut vel tandem oculis & manibus de tabulâ demonstrationum ablatis, inque cœlum sublatis, Patrem luminum devotus & supplex comprecer: O qui lumine Naturæ desiderium in nobis promoves luminis Gratiæ, ut per id transferas nos in lumen Gloriæ; gratias ago tibi Creator Domine, quia delectasti me in facturâ tuâ, & in operibus manuum tuarum exultavi: En nunc opus consummavi professionis meæ, tantis usus ingenij viribus, quantas mihi dedisti; manifestavi gloriam operum tuorum hominibus, istas demonstrationes lecturis, quantum de illius infinitate capere potuerunt angustiæ Mentis meæ; promptus mihi fuit animus ad emendatissimè philosophandum: si quid indignum tuis consilijs prolatum à me, vermiculo, in volutabro peccatorum nato & innutrito, quod scire velis homines: id quoque inspires, ut emendem: si tuorum operum admirabili pulchritudine in temeritatem prolectus sum, aut si gloriam propriam apud homines amavi, dum progredior in opere tuæ gloriæ destinato; mitis & misericors condona: denique ut demonstrationes istæ tuæ gloriæ & Animarum saluti cedant, nec ei ullatenus obsint, propitius efficere digneris.

CAPUT X.

Epilogus de Sole, conjecturalis.

A Musica cælesti ad auditorem, a Musis ad Choragum Apollinem; à Planetis sex circumeuntibus, Harmoniasque facientibus, ad Solem in curriculorum omnium centro, immobilem loco, in seipsum tamen se revolventem. Cùm enim absolutissima sit inter extremos Planetarum motus Harmonice, non quoad veras celeritates per auram ætheriam: sed quoad angulos, quos formant termini diurnorum arcuum de orbitis planetarum, connexi cum centro Solis; Harmonia verò non decoret terminos, id est, motus per se singulos; sed quatenus inter se juncti & comparati, fiunt objectum alicujus Mentis: & cùm nullum objectum frustrà sit ordinatum, non existente aliquâ re, quæ illo moveatur; anguli verò isti præsupponere videantur actionem aliquam, similem visus nostri, aut certè sensionis illius, quâ libr. IV Natura sublunaris percipiebat angulos radiorum ex Planetis, in terrâ formatos: equidem qualis in Sole visus, qui oculi sint, aut quis instinctus alius, percipiendi hos angulos, etiam sine oculis, æstimandique Harmonias motuum, ad mentis vestibulum quâcunque portâ ingredientium, quæ denique Mens ista in Sole; conjicere non facile est, terram incolentibus. Utcunque tamen se habeant ista, certè circumpositio illa sex orbium primariorum circa Solem, colentium illum perpetuis circumvolutionibus, & veluti adorantium (sicut seorsim Jovis globum quatuor, Saturnum duo, Tellurem verò & nos ejus incolas unica Luna cursu cingit, colit, fovet, nobisque famulatur); & illi considerationi jam accedens speciale hoc negocium Harmonicum, vestigium evidentissimum summæ providentiæ rerum Solarium, hanc â me confessionem extorquent: Non tantum exire in totum Mũdum ex Sole, ut à foco vel oculo Mundi, Lucem; ut ex corde, vitam & calorem, ut à rege & motore, motum omnem: sed vicissim etiam in Solem colligi ex omni Mundanâ provinciâ, jure regio, hos veluti redditus Harmoniæ desiderabilissimæ, imò confluentes eô species motuum binorum, mentis alicujus operâ in unam Harmoniam colligari, & velut ex rudi argento atque auro Monetam signari: denique in Sole CURIAM, Palatium, & Prætorium seu Regiam esse totius regni Naturæ; quoscunque dederit illi Creator Cancellarios, Palatinos, Præfectos; quibuscunque paraverit istas sedes, seu creatis statim ab initio, seu olim huc transferendis. Nam & terrestris iste ornatus potissimâ sui parte, diu admodum speculatoribus & usurpatoribus, quibus tamen erat destinatus, carebat, sedesque vacuæ erant. Subit igitur animum cogitatio, quid sibi voluerint antiqui Pythagoræi apud Aristotelem, qui centrum Mundi (quorsum Ignem referebant, Solem verò subintelligebant) soliti sunt appellare Jovis EXCUBIAS, ΔΙΟ'Σ ΦΥΛΑΚΗ'Ν; quid item vetus interpres agitaverit animo, cùm versiculum ex

lum ex

lum ex Psalmo sic redderet, IN SOLE POSUIT TABERNACULUM. Sed & in Hymnum Procli philosophi Platonici nuper incidi, scriptum in Solem, refertumque venerandis mysterijs, si ei unum illud Κλῦθι eripias: quamvis hoc ipsum in eo quadamtenus excusaverit vetus interpres, jam citatus: ut ille scilicet Solem invocans, illum subintelligat, qui posuit in Sole tabernaculum suum. Vixit enim Proclus quo tempore, Jesum Nazarenum servatorem nostrum, Deum profiteri, deosque gentilium poëtarum contemnere, scelus erat, quod omnibus supplicijs vindicabant Monarchæ orbis, populusque adeò ipse. Proclus igitur, qui filium dei vel ex philosophiâ sua Platonicâ, naturali mentis lumine conspexerat eminus, lucem illam veram, quæ illuminat omnem hominem, venientem in hunc mundum: qui divinitatem in rebus sensilibus cum superstitiosâ plebe nequaquam quærendam esse jam sciebat: Deum tamen in Sole, quàm in Christo homine sensili quærere, videri maluit; ut simul & gentes falleret, Titanem poetarum verbotenus honorans; simul suæ philosophiæ operaretur, abstracturus & gentes & Christianos à sensilibus, illos à Sole visibili, istos à Mariæ filio; quia Mysterium incarnationis respuebat, naturali Mentis lumini nimium confisus: simul denique, quod habebant Christiani divinissimum, & Platonicæ Philosophiæ maximè consentaneum, ipse ab ijs transumptum, in illam suam philosophiam adoptaret. Itaque datur doctrinæ Evangelij de Christo, contra hunc Procli Hymnum, actio in rem suam: habeat sibi Titan ille res suas Χρυσαήνια & ταμιεῖον φάους, μεσσατίην αἰθέρος ἕδρην, κόσμου κραδιαῖον εὐφεγγέα κύκλον, quam speciem etiam Copernicus ei largitur: habeat etiam παλιννόστους διφρείας, quamvis illos non habeat per antiquos Pythagorêos, sed eorum loco τὸ κέντρον, Διὸς φυλακὴν, (quod ipsorum dogma successor Proclus oblivione sæculorum, velut diluvio deformatum, non agnovit) habeat & γενέθλην ex se βλαστήσασαν, & quicquid est naturale: cedat viciciſſim philosophia Procli Christianis dogmatibus, cedat Sol sensibilis Mariæ filio, filium illum Dei, quem Proclus alloquitur sub Titanis nomine, ζωαρκέος, ὦ ἄνα, πηγῆς αὐτὸς ἔχων κληΐδα, & illa, πάντα τεῆς ἔπλησας ἐγερσινόοιο προνοίης; & illam potestatem immensam μοιράων, & quæ in* nullâ philosophia legebantur ante promulgationem Evangelij, Dæmonas formidantes minax illius flagellum, dæmonas animabus insidiantes, ὄφρα ὑψιτενοῦς λάθοιντο πατρὸς περιφεγγέος αὐλῆς; & qs nisi Verbũ patris est ille εἰκὼν παγγενέταο θεοῦ, οὗ φανέντος ἀπ' ἀρρήτου γενετῆρος παύσατο στοιχείων ὀρυμαγδὸς ἐπ' ἀλλήλοισιν ἰόντων

CAP. X.

Cujus in superioribus libris multa mentio.

Sub Constantino, Maxentio & Juliano Apostata.

Veterũ de ejus libro Μητρῳακῇ judicium hoc fuit; in eo nõ sine divino raptu expositam esse doctrinam universam de Deo; & lachrymis ex eo frequentibus authoris apparentibus, suspicionem omnem audientibus auferri. Idem tamẽ scripsit cõtra Christianos Epichiremata 18. quibus se opposuit Joannes Philoponus exprobrans ipsi græcarum rerum inscitiam, quas tamẽ defendendas susceperat. Scilicet dissimulauerat Proclus illa quæ ad suam philosophiã non faciebant.

* Similia tamen non nulla Orpheo vetustiſſimo, & propè Mosis æquali, tanquam hujus discipulo tribuuntur ap. Suidam. Vide & Hymnos Orphei, in quos scirpsit Proclus.

CAP. X.

ſecundùm illud, Terra erat rudis indigeſtaque moles, & tenebræ ſuper faciem abyſſi; &, Diviſit Deus lucem à tenebris, aquas ab aquis, mare ab aridâ: &; Omnia per ipſum Verbum facta ſunt. Quis niſi Jeſus Nazarenus, Dei filius, ψυχῶν ἀναγωγεὺς, paſtor animarum, cui offerenda ἱκεσίη πολυδάκρυος, ut nos purget à peccatis, exque ſordibus eruat τῆς γενέθλης, (quaſi peccati originalis fomitem fateretur) & à pœnis maliſque cuſtodiat, πρηΰνων θοὸν ὄμμα δίκης: ſcilicet iram Patris? & quæ alia velut ex Hymno Zachariæ deprompta legimus, Ἀχλυὼ ἀποσκεδάσας ὀλεσίμβροτον ἰολόχευτον, ut ſc. animabus verſantibus in tenebris & umbrâ mortis, det φάος ἁγνὸν & ὄλβον ἀστυφέλικτον ἀπ' εὐσεβίης ἐρατεινῆς; id enim eſt, ſervire Deo in ſanctitate & juſtitia omnibus diebus noſtris.

An igitur Hymnus iſte, pars erat Μηλρωακῆς?

Hæc igitur & ſimilia ſeponamus nos jam, adque doctrinam Eccleſiæ Catholicæ, cujus ſunt propria, remittamus: Cujus verò causâ potiſſimùm facta eſt mentio Hymni, id videamus. Eundem enim Solem, q

Ὕψοθεν ἁρμονίης ῥύμα πλούσιον ἐξοχετεύει, eundem de cujus proſapiâ oriundus Phœbus, κιθάρῃ ὕπο θέσκελα μέλπων

Εὐνάζει μέγα κῦμα βαρυφλοίσβοιο γενέθλης, & cujus chori conſors eſt Pæan, Πλήσας ἁρμονίης παναπήμονος εὐρέα κόσμον. eundem inquam primò ſtatim Hymni verſiculo ſalutat Πυρὸς νοεροῦ βασιλέα. Quo exordio ſimul indicat, quid Pythagorei ſub Ignis vocabulo intellexerint, (ut mirum ſit, diſcipulum à magiſtris in Centri loco, quod ipſi Soli dabant, diſſentire): ſimul totum Hymnum â corpore Solis, ejuſq; qualitate luce, ſenſilibus, ad intellectualia transfert: & illi ſuo Πυρὶ νοερῷ (igni fortè Stoicorũ artifici) illi Platonis ſui creato Deo, Menti principi ſeu Αὐτόνῳ, ſedem regiam in corpore Solis aſſignavit; Creaturam & eum, per quem omnia creata ſunt, confundens in unum. At nos Chriſtiani, melius diſtinguere docti, Lógon illum æternum & increatum, qui erat πρὸς τὸν θεόν, & qui nullis ſedibus continetur, quamvis ſit intra omnia, nullis excluditur, quamvis ipſe extrà omnia, ſcimus carnem ex utero glorioſiſſimæ Virginis Mariæ in unitatem Perſonæ ſuſcepiſſe; & conſummato carnis miniſterio, cœlos, in quibus & pater cœleſtis, excellenti quodammodo præ cæteris Mundi partibus, per gloriam ſcilicet & majeſtatem habitare agnoſcitur, ſedem regiam occupaſſe, etiamque ſuis fidelibus in illâ domo patris ſui manſiones eſſe pollicitum: de cætero ſuper illâ ſede curioſius aliquid inquirere, ſenſuſque vel rationes naturales ad id indagandum arceſſere, quod oculus non vidit, auris non audivit, & in cor hominis non aſcendit, ſupervacuum exiſtimamus: Mentem verò creatam, quantæcumque ſit illa præſtantiæ, Creatori ſuo meritò ſubjicimus; nec Deos Intelligentias cum Ariſtotele & philoſophis gentilibus, nec Spirituum Planetariorum exercitus innumerabiles cum Magis introducimus, adorandoſve

Sic etiam Orpheus. κοσμου τὸν ἐναρμόνιον δρόμον ἕλκων.

aut Theurgicis superstitionibus ad mutuum commercium exciendos proponimus: hoc diligenter caventes, jam porrò qualis Mens quæque sit, pſertim si qua in corde Mundi vices animæ mundi gerens, Naturæ rerum arctius est alligata, (aut si etiam aliquæ creaturæ intelligentes, Naturæ diversæ ab Humanâ, globum sic animatum forsitan inhabitant, inhabitabuntve) naturalibus etiam rationibus inquirimus liberè. Quòd si licet analogiæ filo ducente, labyrinthos mysteriorum Naturæ permeare; non ineptè quis, opinor, sic fuerit argumentatus, quòd quæ est habitudo sex orbium ad commune illorum, totiusque adeò mundi centrum; eadem sit & τῆς διανοίας ad τὸν νοῦν; ut hæ facultates ab Aristotele, Platone, Proclo & cæteris distinguuntur: & rursum, quòd quæ habitudo revolutionum localium, Planetarum singulorum circa Solem, ad Solis gyrationem ἀμετάθετον in spacio totius systematis medio; eadem sit etiam habitudo τοῦ διανοητικοῦ ad τὸ νοερὸν; discursuum ratiocinationis multiplicium, ad intellectionem mentalem simplicissimam. Nam uti Sol in seipsum revolutus, per emissam ex se speciem, movet Planetas omnes: sic etiam mens, ut philosophi docent, seipsam intelligens, inque seipsâ omnia, ratiocinationes ciet, suamque simplicitatem in illas diducens & explicans, omnia facit intelligi. Adeòq; connexa sunt inter se & colligata, motus Planetarum circa solem in eorum centro, & discursus ratiocinationum: ut nisi Tellus, domicilium nostrum, annuum circulum, medium inter orbes cæteros, metaretur, locum ex loco, stationem ex statione permutans; nunquam humana ratiocinatio ad verissima Planetarum intervalla, & ad cætera ab ijs dependentia, fuerit enisura, nunq̃ Astronomiam constitutura. Ex adverso quietem Solis in centro mundi, pulchro responsu consequitur intellectionis simplicitas; eò quòd hactenus nobis usurpatum semper fuit, solares illas Harmonias motuum, neque plagarum diversitate, neque spaciorum Mundi amplitudine definiri. Nimirum si qua mens ex Sole prospicit Harmonias istas, illi desunt adminicula motus & stationum diversarum sedis suæ, ex quibus nectat ratiocinationes & discursus intervallis planetarum dimetiendis necessarios. Comparat igr diurnos cujusq; Planetæ motus, non ut ij sunt in suis orbitis; sed uti per angulos ad centrum Solis allabuntur. Itaque si cognitionem habet magnitudinis sphærarum: hanc illi oportet à priori inesse, sine ratiocinationum labore: quod quidem quadamtenus & de humanis mentib⁹, & de natura sublunari verum esse, suprà ex Platone & Proclo patuit.

Vide Libri mei de stella nova caput XXIV de Anima Mundi & nonnullis ej⁹ munijs.

De qua testantur maculæ Solis Demonstratum hoc in cõmentarijs de motu Martis.

Vid fol. 117 lib. IV.

Vide Opticam Astronomiæ partem CAP. IX.

Quæ cùm ita sint: non equidem mirum fuerit, si quis ex hoc Pythagoræ cratere, quem Procl⁹ in ipso statim primo versu Hymni propinat, haustu liberaliori assumpto concalefactus, si Harmoniâ chori Planetarum suavissimâ in soporem datus, somniare incipiat: Per globos q̃dem reliquos de loco in locum succedẽtes circa Solem, disseminatas esse discursivas seu Ratiocinativas facultates; quarum præstantissima utiq; & absolutissima illa censeri debet, quæ est in illorum globorum medio, humana sc. in Tellure: in Sole verò Intellectum simplicem, πῦρ νοερὸν seu Νοῦν habitare, omnis Harmoniæ fontem, quicunque ille sit.

Liceat & fabulando Platonis Atlanticã, & somniãdo Ciceronis Scipionem imitari.

Nam

CAP. X.

Nam si vel de nuda globorum illorum vastitate sic visum est Tychoni Brahe, non esse frustraneam illam in mūdo, sed incolis refertam: quantò verisimiliùs nos ab illâ varietate, q̃ in hoc Telluris globo cernimus, operum consiliorumq; Dei, conjecturam etiam de cæteris globis capiemus? Qui enim species creavit, quæ aquas incolerent, sub quibus tamen nullus aëri locus, quem attrahant viventia: qui in aëris vastitatem, pēnis suffultas immisit volucres; qui nivosis septentrionis plagis ursos albos, albas vulpes dedit, pabulumq; illis, marina Cete, his avium ova; qui solitudinibus æstuantis Libyæ, leones, qui diffusissimis Syriæ planiciebus camelos; famisque illis, hisce sitis tolerantiam: hiccine omnem in globo Telluris consumpserit artem, ut non posset; omnem bonitatem, ut non vellet, cæteros etiam globos convenientibus exornare creaturis; quas vel revolutionum prolixitates brevitatesque, vel Solis propinquitas & remotio, vel Eccentricitatum varietas, vel corporum nitor aut obscuritas, vel figurarum, quib⁹ q̄libet regio fulcitur, proprietates suadebant. Ecce n. ut animantum sæcla in hoc Telluris globo masculi effigiem in Dodecaëdro, fœminæ in Icosiedro, (quorum illud exteriùs Telluris orbem fulcit, hoc interiùs) generationis deniq; effigiem, in illius conjugij divina proportione ejusq; ineffabilitate habeant: quid cæteros globos habere putabimus à figuris cæteris? Cui bono Jovem quatuor Lunæ, Saturnum duæ, cursibus cingunt, ut nostrum domiciliū hæc nostra Luna unica? Ad eundem verò modum etiam de globo Solis ratiocinabimur, conjecturasq; ab Harmonijs, cæterisq;, desumptas, per se quidem ponderosissimas, conjecturis alijs, magis ad corpora vergentibus, magis ad vulgi captum accommodatis, velut incorporabimus. Illene globus vacuus, cæteri pleni sunt, si omnia alia respondent propiùs? si ut Terra nubes, sic Sol atras fuligines expirat? si ut illa imbrib⁹ humectatur & virescit, sic Sol maculis illis suis exustis lucescit, emicantibus in ipso corpore, toto igneo, flamulis clarioribus. Cui usui hic apparatus, si globus vacuus? An non vel sensus ipsi exclamant, ignea hic habitare corpora, Mentium simplicium capacia, verèque Solem esse πυρὸς νοεροῦ si non Regem, at saltem Regiam?

Abrumpo consultò & somnum & speculationem vastissimam; tantum illud exclamans cum Psalte Rege:

Magnus Dominus noster, & magna virtus ejus & Sapientiæ ejus non est numerus; laudate eum cœli, laudate eum Sol, Luna & Planetæ, quocunque sensu ad percipiendum, quacunq; linguâ ad eloquendum Creatorem vestrum utamini: Laudate eum Harmoniæ cœlestes, laudate eum vos Harmoniarum detectarum arbitri: lauda & tu anima mea Dominum Creatorem tuum, quamdiu fuero: namq; ex ipso & per ipsum & in ipso sunt omnia, καὶ τὰ αἰσθητὰ, καὶ τὰ νοερὰ; tam ea quæ ignoramus penitus, quàm ea quæ scim⁹, minima illorum pars; quia adhuc plus ultrà est. Ipsi laus, honor & gloria in sæcula sæculorum AMEN.

Tuq; ante omnes Mœstline fœlici senecta, namq; tu solebas Has dictis animare speq; curas

F I N I S.

Absolutum est hoc opus die 17. 27. Maji, anno MDCXVIII; revisus verò liber V, (interim dum in eo typi progrediuntur) 9. 19. Februarij anno MDCXIX.

Linc I Metropoli Austriæ Supr-Anisanæ.

APPEN-

APPENDIX
AD L. V. HARMONICORUM.

QUam suprà in Indice capitum libri V. professus sum Appendicem: illam hic non est ut expectet lector: Amphora cæpit

Institui, currente rotâ verùm urceus exit.

Causas dicam breviter: magnum & exundans flumen non commodè navigaturus eram; cùm ecce copijs aquarum in tenuem rivum subsidentibꝰ, vadum patuit, quod pedes transirem, navi in suâ statione relictâ, ad usus magis necessarios. Hoc est quod dico: Ptolemæi Harmon: libri III, quos habeo Græcos manuscriptos, cum cōmētarijs Porphyrij philosophi ꝓfundissimi, itidem Græcis, ab initio usq; ad lib. II. cap. VII. digni mihi semꝑ visi sunt, qui Græcolatini integri exirēt in publicū: eâq; de causâ ante annos X. cæpi illos in Latinum sermonē vertere: quæ versio ꝓcessit usq; ad medietatem codicis Porphyriani. Quo minꝰ ulterius pergerem, impedimēto mihi fuit loci mutatio, conjuncta cum plurimis molestijs, & postquàm Lincium veni, novum studiorum Astronomicorum initium. At verò cùm ante annū proposuissem meos Harmonicorum libros V. edere; momentum ingens videbam situm in comparatione mei operis cum Ptolemaico p̃sertim libri mei V, cum ultimis capitibꝰ lib. III Ptolemæi, quorum tria extrema nihil habent nisi lemmata seu titulos à Ptolemæo. Itaq; reluctante genio, proposui operis seipso mutili unam solam partem decerpere, quæ maximè ad meam materiam faciebat. Quem ad finem & verti librum Ptolemæi III, à cap. III ad finem; & tribꝰ ultimis lemmatibꝰ inanibus suos textus ex principijs astronomiæ Ptolemaicæ, & ex mente authoris, quātâ potuit fieri dexteritate concinnatos subjeci: & deniq; commentarios seu Notas adjeci, quibus & Porphyrianæ commentationis, lib: II. capite VII abruptæ, defectꝰ in hoc tertio suppletur, & inventa Ptolemaica cum meis comparantur, & discrimen ostenditur, inter Ptolemæi symbolismos & meas demonstrationes legitimas; unde infirmitas & impfectio Symbolismorum illorū, & causa potissima hujꝰ rei, sc. falsitas principiorum Astronomiæ Ptolemaicæ, patescit. Cùm igr sola hæc appendix ad 30 pag: libri occupatura esset: ecce coortum intereà bellum Bohemicum vicinum, quo & itinera sunt impedita, & operarij pleriq; nomina profitentur militiæ; Itaq; primùm nos papyrus, deinde & operæ præli administræ defecerunt; tempus deniq; fastidiosissimis moris nimio protractum. Quibus impedimentis excitatus, vix tandem me respexi, meumq; institutum corripui; qui librum authoris optimi Ptolemæi & commentatoris Porphyrij, mutilata particulæ editione, tantùm non exponerem, penitusq; abolerem. Quin potiꝰ igr reliquum operæ dimidium in versione Porphyrianæ expositionis impenderem; Notas in capita lib. II & III. residua conscriberem, & cum Porphyrianis, cumq; ijs, quas jam habeo conscriptas in libr. III penè totum, conjungerem: ut ita opus integretur, & qua parte extat, Græcolatinum edatur? Quam ad editionem aliud tempus, aliusq; locus requiritur, & Typographus idoneus.

Ne verò quid eorum, quæ suprà sum pollicitꝰ, penitꝰ desiderari posset à Lectore, aut ne vel in hac ultima parte deesset aliquid ad integritatē seu ad faciliorem intellectum opis mei Harmonici: agè capitum libri III Ptolemæi titulos exscribam, cumq; locis suis in opere meo comparabo; & quid in Notis meis insit, summaria ratione conscribam.

Primùm quæ Ptolemæus libris I. II. & initio tertij de Harmonicâ disciplinâ tradidit, illa ego methodo aliâ, haud paulò diversâ, libro meo III complexus sum. Cùm autem Ptolemæꝰ Harmoniarum principia ex numeris abstractis petat, cum veteribus: ego contrà, vim numeris ut numerantibus inesse negans, pro ijs nume-

ros numeratos, id est, res ipsas numeris ijs subjectas, figuras sc. planas regulares; & circuli divisiones ijs administrandas, principia statuens Harmoniarum, necessariò Libros I. & II. de figuris Harmonicis, meo libro III præmisi.

Jam Ptolemæus libro tertio cap. 3. operis sui præscripsit hunc titulum: Sub quod genus rerum referenda sit natura seu vis Harmonica, ejusq; scientia: *ostendens, quòd sit aliquod principium causale, formale, mentale, adeoq; divinum, quod rebus conciliet Harmonias. Cap. IV.* Quòd vis Harmonicæ contemperationis omnibus rebus insit, quarum Naturæ altiori perfectionis gradu consistunt: & quòd id maximè appareat in humanis Animis, inq; cœlestibus revolutionibus. *Ubi partitionem vides eorum, quæ restabant Ptolemæo dicenda; primum sc. de Harmonijs in Animis existentibus, secundum de Harmonijs in cœli motibus. Et de primo quidem sequuntur capita tria; de secundo residua capita novem. Cap. V. Consonantias singulas comparat cum facultatibus Animæ rationalis singulis, idq; concisè, per subdivisiones utriusq; rerum comparatarum. Cap. VI. Genera Harmoniarum singula cum singulis generibus seu classibus virtutum comparat. Cap. VII. Mutationes Tonorum cum mutationibus studiorum publicorum per temporum dissimilitudinem; adeoq; etiam cum mutationibus affectuum in Animis subitaneorum comparat.*

In hac parte multa contra Ptolemæum disputo, symbolismos sc. illos potissimâ parte non esse necessarios, nec causales, nec naturales, sed poëticos potius & oratorios: nam illas, quæ in animis insunt, facultates & virtutes speciales, non sortiri nec Ideam nec numeros constitutionis suæ ex Harmonijs, tanquàm ex Archetypo, sed habere causas alias confessas aut evidentes: quin ne quidem respõdere ad numerũ, sed longè quæsitâ aut malè affectatâ operâ speciem ijs conciliari divisionis æquemultiplicis; multas abundantes, aut vicissim defectus, dissimulari; quædam quæ minus succedunt, crinibus trahi: deniq; quæ maximè & dexterrimè invicem respondent, non tamẽ secundùm aliquam ꝓportionem quantitatũ ejꝰdem generis sumi: cùm tamẽ nisi in quãtitatum comparationibꝰ, Harmoniæ inesse non possint.

Quòd verò Toni Musicales comparãtur affectibꝰ & moribꝰ publicis, id ostẽdi maximè naturale esse, & habere modum causæ: ubi occasione textꝰ Ptolemaici adduxi Philosophorũ variorũ placita de cognatione Animorũ, Numerorũ, & harmoniarũ inter se, quibꝰ & Epilogum mei libri V adjunxi. Et q̃d nominatim attinet effectꝰ tonorũ in movẽdis animis diversimodè: illam materiã ego complexꝰ sum peculiari cap: XV libri mei III. Sic quod attinet Iustitiam Commutativam Distributivãq;, & Amicitiam, & Oeconomica atq; Politica: de hac materiâ, quatenꝰ in ijs valeant ꝓportiones Musicæ, feci Digressionẽ in fine mei lib. III. Deniq; materiam ipsam p̃misi jam capitis III & IV, & quæ de V. VI. VII in genere vera dici potuerunt; complexus ego sum tribus primis & rursum septimo capite mei libri IV: ubi explicatâ Animorum natura ostendi; quandoquidem circulꝰ geometricè sectus ꝑ inscriptionẽ figurarũ planarũ, comparatione partium cum toto, definiat verè & propriè proportiones Harmonicas: in animis igitur essentiali quadam ratione inesse circulum, formaliter & abstractè non à materia tantùm, sed etiam ab ipsâ quodammodo quantitate, materialiter consideratâ: quare cum circulo inesse in animis & Harmonias, & hanc causam esse cur Animi moveantur Harmonijs: sed hæc omnia in genere tantum; nulla consequente causatione distributionis Animi in facultates speciales. Sic igr habet res cum Animis humanis.

Quod motiones cœlestes attinet, Ptolemæꝰ libri sui III. cap. VIII comparat Zodiacũ cum systemate seu scala Musica; capite IX consonãtias ipsas cum Aspectibꝰ

Pla-

Planetarum. Hic ostendi ego, quibus in partibus manca sit doctrina de Aspectibus apud Ptolemæum, & quomodo integratione numeri, hinc Aspectuum, inde Consonantiarum, appareat tandem naturalis & causalis harum rerum connexio. Est autem hæc genuina materia mei libri IV. præsertim cap. IV. V. VI.

Capite X. Ptolemæus ex motu Planetæ ab ortu in occasum facit quandam melodiam, cap. XI, ex motu vero Planetarum in altum & profundum facit genera cantus. Cap. XII, ex motu in latera æquatoris, facit diversitatem tonorum Musicalium. Cap. XIII, ex varijs configurationibus planetarum cum Sole, facit varia systematis Tetrachorda. In his IV capitibus ostendi Ptolemæum luxuriare exercitio comparandi poëtico vel oratorio: cùm ea quæ comparat, non sint in cælo realia, exceptâ particulâ cap. XI, quam ad tria ultima capita, propter cognationem materiæ volo rejectam. Ostendi etiam, hic partim incomparabilia comparari, reclamante comparatorum naturâ, partim quæ omnibus membris respondent, accidentariè saltem, non verò ex alicujus causæ necessitate cohærere. Hactenus igitur nihil vel parum, quod cum meis Harmonijs cælestibus conveniat.

At verò sequens cap. XIV Ptolemæi, proponit inquirere, juxta quos numeros primos comparari possint soni systematis seu scalæ Musicæ, cum sphæris primis in systemate Planetario. Hic ego ostendi, comparationem Ptolemæo & Pythagoricis in suâ usitatâ Astronomiâ fuisse impossibilem, licet tentaverim aliquid principijs Ptolemaicis consentaneũ comminisci, ut ita titulo nudo suus context⁹ subderetur. Ostendi etiam, cùm primæ sphæræ quantitatib⁹ suis constet, non minus quàm chordæ suis longitudinibus; oportuisse comparationem secundùm quantitates institui; cùm tamen proportio sphærarum à proportione chordarum consonantium plurimum abhorreat. Emendatam verò & causalem seu Archetypicam connexionem sphærarum Mundi cum corporibus 5 regularibus, ego à principio mei libri V, repetij ex meo Mysterio Cosmographico.

Caput XV Ptolemæi quærit, quomodo sumi possint motuũ propriorũ proportiones ꝑ numeros; sed deest text⁹. Ostendi igr eadem quæ in ꝑced: cap. De cætero considerãdum hoc dedi, quòd hic Ptolemæus ante 1500 annos materiam mei lib: V. ꝑpriam tractare instituerit, si ꝑ suam astronomiã potuisset. Ego itaq; in emendata Astronomia, quæ veros & simplices planetarum motus retinet, eliminatis apparentijs, quæ oculorum deceptionibus constant, ostendi, in cælo secundum veram & genuinam rationem quãtitativam, & mensurabilẽ, non verò ꝑ nudam leviculam symbolisationem, inesse Harmonicas proportiones omnes, Harmoniarũ genera, systema seu scalam Musicam, & claves ejus plerasq;, Tonorum varietates, vocum figuralis musicæ æmulos planetas, contrapuncta deniq; universalia 6 primariorum planetarum, variata & generib⁹ & tonis. Cap. XVI & ultimo Ptolemæ⁹ pollicetur, indagare se velle, qua ratione familiaritates Erronũ comparari possint cum familiaritatib⁹ sonorũ; principia sc, astrologica, de planetis beneficis & maleficis, amicis inter se vel hostibus, per Harmonias cælestes demonstrare sategit. Et quia etiam huic capiti deest textus; eum ego ut potui, præsertim ex Macrobio, concinnavi: at simul ostendi in notis, quid huic negocio desit, ꝙ min⁹ scdm astronomiam antiquam succedat. In meo verò opere nullam partem cap. XVI, respondentem habeo, nisi paucula ex Epilogo Libri V. Nam astrologia agit de siderum effectibus in terrâ, meæ verò cælestes Harmoniæ non formantur ꝑ radios in terrâ, sed in Sole. Atq; hic finis est operis Ptolemaici; cum ꝙ etiam summam Appendicis in vestibulo libri V promissæ finirem: nisi me rerũ affinitas invitaret ad satisfaciendum etiam ijs, qui à me contenderunt, ut D. Roberti de Fluctibus

Medici Oxoniensis, qui librum ab hinc anno de Microcosmo & Macrocosmo editum Harmonicis contemplationibus implevit, mentionem in meo opere Harmonico ne omitterem: sed ostenderem lectori paucis; quibus in rebus inter me & illum conveniret, quibus vicissim dissideremus.

De Musica Mundana D. Roberti Flud Medici Oxoniensis.

Igitur author ille duos tomos est pollicitus, quorum unus de Macrocosmo inscriptus jam lucem videt, alter de Microcosmo adhuc expectatur. Prior tomus tractatus duos complexus, distinctis etiam temporibus prodijt; nam primum tractatum de Mundo triplici, post nundinas Francofurtenses autumnales anni 1617, alterum de Artibus, quas naturæ Mundanæ Simias appellat, Paschalibus nundinis anni sequentis 1618 vidi. In altero igitur tractatu inter artes collocavit & Musicam, complexus materiam libri mei tertij quadamtenus: in priore verò tractatu, qui septem libris absolvitur, tertium librum destinavit Musicæ Mundanæ, titulum eundem usurpans, quem ego toti meo operi præfixi: materiam verò libri mei IV & V attigit. Igitur ab ejus Musica artificiali faciamus initium. Tradit illam libris VII: in quorum primo recenset authores, & nomenclaturas, & vim in Animos hominum. De authoribus seu historia inventionis ego nihil, vel certè pauca, quippe meum intentum est, rerum naturaliam causas aperire: Nomenclaturas necessarias complexus sum in definitionibus meis passim, superfluas omisi. De vi Musices in Animis ago lib. III cap: XV, & libro IV passim. In secundo author res ipsas aggreditur, quas dicit Intervalla & Tempora. Rursum ego de Temporibus seu longitudine vel brevitate sonorum nihil admodum dixi; sunt enim arbitrariæ, nec indigent inquisitione causarum. Intervalla quædam appellat simplicia, quæ mihi sunt Concinna minima dissona, Tonus major, minor, semitonium, diesis: alia vult esse ex his composita, quæ ego Consonantias appello. Atqui sententiam hanc veterum, quod consonantiæ componantur ex intervallis minoribus tanquàm naturâ prioribus, ego refutavi expresse capite IV mei libri III, ostenso, quod minora è contrario oriantur ex consonis sese majoribus. Tertio libro explicat systema seu scalam Musicam, quæ præcipua pars est mei libri III, à cap: IV usq; ad IX. Reliqui quatuor authoris libri praxin habent, quam ego ne attingo quidem. Nam in IV de mensura tactus, ejusq; modis varijs, & valore Notarum per eos, præcipit, de quo ego paucula lib. III cap: XV & lib: IV cap. III. In V habet præcepta compositoria cantus figurati, quam artem ego non profiteor. In VI excurrit etiam ad varia instrumenta Musica, de quibus ego ne cogitavi quidem. In VII deniq; novum instrumentum ipse aperit. In his igitur 4 postremis ille sic à me differt, ut Practicus à Theoretico: nam pro eo quod ipse instrumenta tradit, ego rerum seu consonantiarum causas inquiro; & pro eo quod ipse docet componere melos plurium vocum ego demõstrationes mathematicas concinno plerorumq;, quæ naturaliter insunt in cantu tam Chorali quam Figurato. Propterea etiam in ipsius opere plurimæ sunt picturæ; in meo, diagrammata mathematica literis instructa. Videas etiam, ipsum plurimùm delectari rerum ænigmatibus tenebrosis, cùm ego res ipsas obscuritate involutas in lucem intellectus proferre nitar. Illud quidem familiare est Chymicis, Hermeticis, Paracelsistis; hoc proprium habent Mathematici.

Adeòq; etiam libris II & III, ubi eandem mecum tractat materiam, hoc discriminis est inter nos; quòd quæ ipse transsumit à veteribus; ego è rerum Natura eruo & ab ipsis fundamentis constituo: ipse, quæ accepit, ea confusa (propter

varian-

variantes tradentium ſententias,) & incorrecta, uſurpat; ego naturali ordine procedo, ut omnia ſecundum leges Naturæ ſint emendata, & confuſio vitetur; adeoq; ne quidem ad veterum placita applico conſtituta, niſi ubi confuſio nulla ſequitur. Ita, ubi ego veteres expreſſè refuto, de cauſis concordantiarum diſſerentes: ibi ille veteres citra dubitationis aleam ſequitur; de cauſis verioribus ne cogitat quidem. Uno verbo, in diſciplina Harmonica, alter Muſicum agit vocalem & Inſtrumentalem; alter philoſophum & Mathematicum.

Jam ad alterum authoris locum transeamus, ubi Muſicam ille in Mundum introducit. Hic verò immane quantum inter nos diſcrimen eſt. Primùm quas ille harmonias docere intendit, eæ ſunt meri Symboliſmi, de quibus idem dico, quod de ſymboliſmis Ptolemæi, poëticos potius eſſe aut oratorios, quàm philoſophicos aut mathematicos. Hæc anima eſt totius illius Operis, ut vel ex titulo patet Macrocoſmi & Microcoſmi. Nam in tomo altero demonſtrare proculdubio intendet, nobile illud thema. Totiꝰ mundi magni, omniumq; ejꝰ partium Ideas reperiri in homine. Hæc eadem anima eſt & primi tomi: quia totum mundum diſtribuit in tres regiones; ubi ſecundùm celebratiſſimum illud Hermetis axioma, ſupera ſimilia *ſeu analoga facit* inferis. *Hæc verò analogia ut per omnia ſuccedat, ſæpe crinibus trahenda ſunt, quæ utrinq; comparantur. Mea de analogijs ſententia, ex digreſſione in calce mei libri III patet: nimirum etſi analogia proportionum in geometricis formale quid eſt, reſpectu ipſius materiæ quantitativæ indefinitæ & indeterminatæ: tamen reſpectu proportionum harmonicarum materialis potius affectio poteſt haberi: quia cùm Harmonicæ proportiones certam quantitatem definiant, analogiæ contrà ſeipſis in infinitum excurrere ſunt aptæ, & ſic materialem infinitatis affectionem ſupponunt.*

Etſi verò ſimilia nonulla Macrocoſmicis illis & ego tracto in opere meo: ut quòd libro IV Terram animal facio: at id fit ratione longè aliâ. Nec enim contendo analogiam eſſe meram inter Terram & animalia, nec deſumptum eſſe volo archetypum animalis ex ipsâ Terrâ; ſed illud ſimpliciter propoſitum habeo demonſtrare, illa opera, quæ ſpectantur in globo Telluris, non poſſe ex motibus elementorum, aut materiæ affectionibus ſolitarijs provenire, ſed teſtari de Animæ præſentiâ: jam ut intelligantur mea argumenta, opus fuit allegatione functionum animæ variarum in corpore animalis. Iam ut propius accedamus ad fundamenta, quibus Robertus de Fluctibus ſuperſtruit ſuam muſicam Mundanam; primùm ille totum mundum, omnesq; tres eius partes, Empyream, Cœleſtem, Elementarem, occupat: ego ſolam cœleſtem; nec eam totam, ſed ſolos planetarum motus quaſi ſub Zodiaco. Ille fiſus veteribus, qui vim Harmoniarum ex numeris abſtractis eſſe credebant, ſat habet, ſi quas inter partes concordantiam eſſe demonſtrabit, eas numeris quomodocunq; comprehendat, nullâ curâ, cujusmodi unitates illo numero accumulentur: ego nuſpiam doceo quærere Harmonias, ubi res, inter quas ſunt Harmoniæ, non poſſunt menſurari eâdem quantitatis menſurâ; ſic ut causâ quantitatis eadem ſit inter illas proportio, quæ inter duas chordas ejusdem tenſionis, causâ longitudinis. Propterea ille totum Mundum ratione ſemidiametri in tres æquales partes dividit, ſat cognitum habens, æquales illas minimè eſſe; ſed ideò ſolùm, quia prima unitas, eſt mundus Elementaris, ſecunda, Mundus ætherius, tertia, Empyreus; & verò unitates pingi aliter non poſſunt, quàm æqualitate linearum: at ego, niſi teſtetur aſtronomia de eâdem unitatum menſurâ quantitativâ, nequaquam ijs ut unitatibus utor ad nume-

 randas

randas proportiones Harmonicas. Ille tamen, suis insistens principijs, pyramidemq́ educens ex basi, circulo magno Telluris, ejus verticem ad ipsum apicem cœli empyrei statuit; & altitudine ejus in tria æqualia (perinde ac si unitates verissimè æquales habuisset) divisâ, numerat quot partes veniant Empyreo, quot Cœlesti, quòd Elementari. Nam summum Elementaris regionis hoc pacto duplo longius abest à summo Cœlestis, quàm â summo Empyrei: & in divisione Pyramidis, respectu quidem axis, tribus regionibus tria veniunt æqualia, respectu verò trianguli per axem, Empyreo venit unitas, Cœlesti tres, Empyreo quinq́ unitates: respectu deniq́ spacij seu corpulentiæ figuræ, Empyreo unitas, cœlesti septem, Elementari novendecim unitates veniunt. Quid nunc dicam de alterâ contrariâ Pyramide lucis, cujus basin facit ipsam adorandam trinitatem, in summo Empyrei cœli apice, verticem verò in ipsa terra collocat? Has duas Pyramidas cùm inter se permisceat, exq́ mixturâ proportiones musicas eliciat, rem tentat à mei operis proposito diversissimam. Nam ipse lucem (formæ & Animæ largitricem) & Materiam, duo inter se diversissima comparat, & quibus quantitates nequaquam eodem respectu insunt: ego verò pro terminis firmandæ proportionis Harmonicæ in mundo, non admitto nisi illa, quæ eodem respectu quantitates recipiunt; verbi causâ motum Martis & motum Iovis, diurnos. Nec minus diversitatis inter nos & in hoc consistit, quòd ille Elementari regioni quatuor adscribit gradus obscuritatis & tenebrarum quia quælibet res *ait*, quatuor quartas habet, *sanè non minus quam tres tertias, & quinq́ quintas: jamq́ Terræ inesse omnes quatuor, aquæ tres, (eoq́ illam esse jam pellucidam), aëri duas, igni unam. Rursum alibi, quamlibet regionem, cujuslibet seu Elementi seu Cœli in tria subdividit spacia, in summum medium & imum, non ubiq́ sequente sensuum probabilitate. Vides, unitates ejus rursum esse arbitrarias. Ille tamen pergit ob id inter Terram & aquam statuere Diatessaron, tria verò ejus intervalla, tonum, tonum, semitonium, tribus applicare spacijs, summo, medio, imo; cùm illi certas ex causis suis quantitates, ista ne metas quidem à naturâ, mensuras verò secundùm hæc generalissima principia, planè indeterminatas habeant: & sic de cæteris. At mihi unitates naturales, bini sc. motus planetarum extremi (seu diurni seu horarij, nihil interest) expressi à naturâ in certas suas quantitates, sunt propositi, in quibus Harmonias quæram. Ille in tenebrarum & lucis gradibus, quærit proportiones Harmonicas, nullo respectu alicujus motus: Ego Harmonias non nisi in motibus quæro. Ille pauculas aliquas concordantias delibat, easq́ ex suarum Pyramidum mixturâ, quâ Mundum ipse privatim in suo animo pictum circumgestat, elicit, seu ab illâ repræsentari probat: Ego totum corpus Harmonicæ contemperationis, cum omnibus partibus, in extremis planetarum motibus proprijs, secundùm certas & ab Astronomiâ demonstratas mensuras inesse demonstravi. Ipsi itaq́ conceptus suus Mundi, mihi Mundus ipse, seu in eo reales Planetarum motus, sunt subjectum Harmoniæ Mundanæ.*

Ex his paucis constare arbitror, etsi ad intelligenda Mysteria conferta philosophiæ profundissimæ, quam tradit Robertus, cognitione proportionum harmonicarum omninò opus est: tamen illum, qui vel totum opus meum edidicit, adhuc à Mysterijs illis perplexissimis absuturum haud paulò longius, ac ipsæ ab accuratissimâ certitudine demonstrationum mathematicarum recesserunt. Atq́ hic jam etiam Appendicis FINIS *esto.*

Emen-

EMENDANDA IN OPERE.

INitio scias, duos libros primos ultimò impressos peculiarem habere seriem foliorum. Numeros igitur hosce corrige. Lib: I. 41. Et lib. III. fo. 63. 112. 150. 161. 200. 212. 228. 229. 236. 237. Reliqua errata sic corrige, Lib. I. f. 2. linea antepenult: undique. *Pag. 17, lin. penult:* tunc quæ

Inter folia 52 & 55, inserentur duo folia cum typis aneis. Fol. 66. allegetur in margine ad consectar. 29 folium 150, & ad consect. 30 folium 82 libri III.

Libro III. fol. 23. 24 Nota corrigendæ sunt ex fol. 103 sequenti. Fol. 25. lin. 17. in partes. *Fol. 29. in diagrammate priori Notam ad cyphram 6. ex spacio in subjectam lineam detrude; defectum vero supple ex folio 86.*

Fol 33. 34. 35 Textus ex diversorum temporum schedis collectus, at non satis aptè compositus, etsi vera omnia habet, obscuritatem tamen ex confusione distinguendorum, & repetitione propositionum contraxit. Quæstiones distinctæ sunt istæ. I. An Consonantiæ habeant partes, quæ ipsæ quoque sint consonantiæ vel saltem concinna intervalla? *Responsio est hæc,* In consonantijs esse distincta ista, primò proportionem, rem geometricam, deinde proportionis qualitatem, consonantiam ipsam: in quantùm igitur sunt proportiones, excedi unam ab alia, minorem à majori, & sic unam alterius partem esse posse: in quantum verò quælibet illarum qualitatem consonantiæ accepit a figurâ suâ demonstrabili, non accidere ipsis compositionem. Argumenta sunt ista. 1. Species ut species, indivisibilis & una est. 2. Speciem constituit causa sua: at causæ inter se sunt distinctæ singularum concordantiarum: igitur & ipsæ concordantiæ contra se sunt distinctæ specie, nec potest dissolvi una, ut major, in alias suæ speciei, ut partes, sed bene in minores speciei alterius. 3. Si, ut pars multiplicata, auget quantitatem, sic etiam pars consonantiæ consona vel concinna, augeret Consonantiam vel concinnitatem totius, non efficerétur tandem ex accumulatione dissonátiæ & Inconcinna.

Quæstio II. An consonantiæ habeant unam communem mensuram, puta, Tonum, Diesin, Comma &c. *Negatur:* neque enim ut sunt proportiones: quia sic sunt incommensurabiles, id est commensurabili mensura carentes: neque ut sunt species, quia causis, ex quibus ortæ, quibusque definitæ, etiam contra se mutuò distinctæ sunt. Habét n. quodammodò naturam figurarum: jam verò Trigonus & pentagonus in eodem circulo, longitudines habent laterum incommensurabiles. Denique mensura quidem prior est mensuratis: concinna verò, ut Tonus vel Diesis, &c. posteriora sunt consonantijs. Et nota, consonantijs communes sunt partes istæ Tonus Major, Minor, semitonium &c: sed nec omnes omnibus, nec una earum est, quæ sola emetiatur consonantias.

Fol. 35. in Diagrammate priori dele Notam post 8, *& cyphram* 3 *juxta* 9; *pone vero Notam aliam suprà 9 in spacio ipsius* 8, *sequente cyphrâ* 3. *In Diagram: secunde, cyphram* 4 *ex media lineâ in pentimam transfer. Fol: 36. lin. ultim. dele voculam* duæ. *Fol: 41. in tertio diagrammate pro 66 in lineâ mediâ; scribe 96 in penimâ. Fol: 45. lin:* 12. Tonum minorem pro duro. *Ibidem in Diagr. è regione VI. exprime 10 transversum. De fol. 47 & 57 vide fol. 103. Fol. 49 scribe* ♄. 79562. *Fol: 60. defectum supple ex fol. 233, ejusq; Prop: XLIII. Ibid. l. 9. à fine lege* Pro 3. 4. est 60. &c. *Fol. 77. lin:* 3. quadratum de 3. unit: *Fol. 82 in margine allegentur consectaria 29 & 30 libri II & propositio 44 libri I. & proximè inferius, propositio 47 ejusdem.*

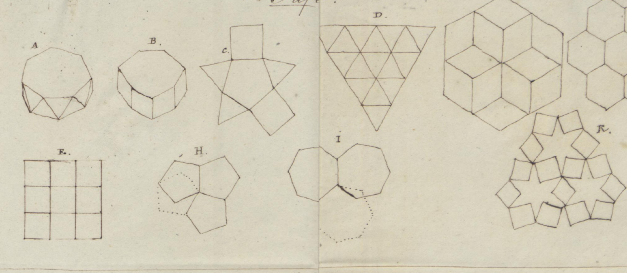
Fol. 111. lin: 21. enim operâ jam, *lin: 22.* facultatis harmonicæ; & com. *lin: antepenult:* illos sc. moven: *Fol. 113. lin:* 31, præcipuè. *Fol: 118 lin.* 32 munitissimum, *Fol. 120 lin: 11.* insit divin. *Fol: 127. lin:* 33, quippe species motuum. *Fol. 134 lin: ult:* Schematibus, quæ hinc. *Fol: 141 lin: antepenult:* planetas) prius innotescit latus: rect. *Fol: 143. lin. 6. 7.* sunt ista: prius usurpavimus Prop: VI, centrum. *Fol. 147 in margine desunt signa* [illegible]. *Fol. 150 ad prop: XV in margine allegetur lib. I. Prop. XLIV, & lib. II. Consec. XXIX.*

Fol. 153. lin. 24. adde ista niri non potest. Eodem ex fundamento etiam sic ratiocinabimur. Aspectus est angulus, quem metitur arcus semicirculo minor: Residuum est majus semicirculo; nullum igitur metitur angulum, nullum aspectum: quare Residuum non consideratur in constitutione aspectuum. At consideratur in constitutione sectionis harmonicæ. Non igitur cohærent inter se, sectio chordæ harmonica, quæ Residuo utitur, & sectio Zodiaci efficax, quæ non utitur. Et sic profliga. *Folio 186 inseratur etiam schema ex ære. Fol. 193 in tabella,* Saturnus 10759. *Fol: 195. in imo tabella pro* Saturni *lege* Mercurij Aphel: 470. *Fol: 198. in tabella, dele* diurni *iteratum. & apud literas initiales scribe has Cyphras* $\frac{c\ 1.}{f\ 8.}$ $\frac{d\ 5.}{e\ 24.}$ *deletis quas invenis: item,* ♂ Perihelius 38. 1.

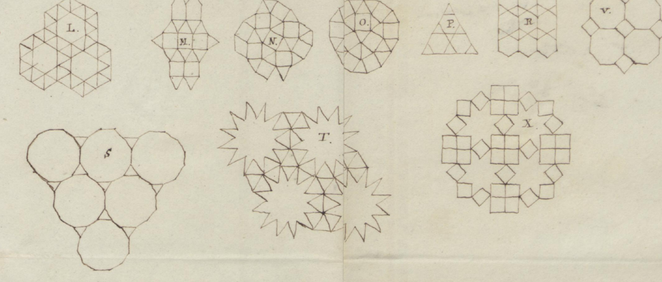
Fol. 204 post primum Diagramma lin: 6. lege, nec multò est gravior aphelius Martis. *Fol: 211 in tabella ad sinistram è regione* d ♄ g d *supremorum deest signum* ☿. *Fol: 212 lin: 3.* tensionis. *Fol: 217 lin: 19. lege* 7100. 7950. *Fol: 223, linea* 31 potestate: *Fol. 226 lege* XXIX Prop. *Fol: 233 Proposit XLII. lege* 54. 125. *Fol: 234 lege* Prop. XLIV. *& in custode,* XLV. Prop: *Fol: 238. in margine* politiâ.

Reliqua menda quæ in nonnullis exemplaribus occurrent, lector seipso facilè corriget.

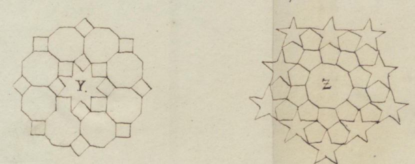
1e Tafel.

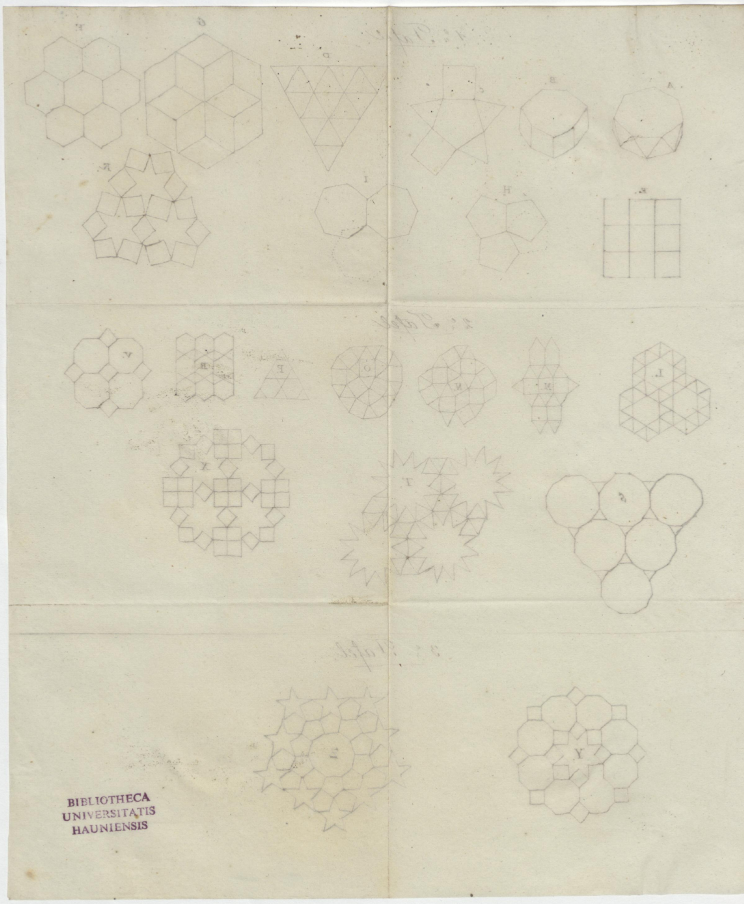


2e Tafel.

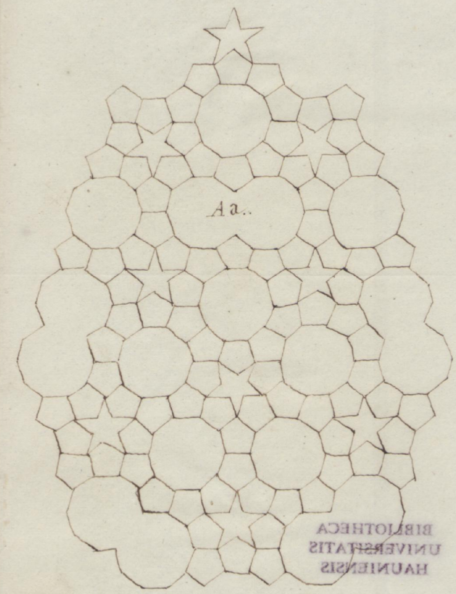


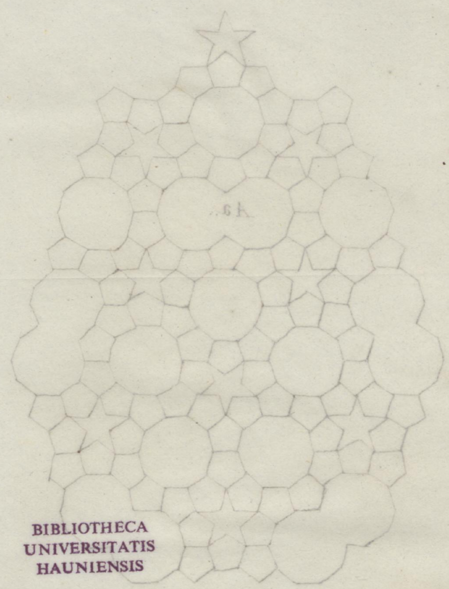
3e Tafel.



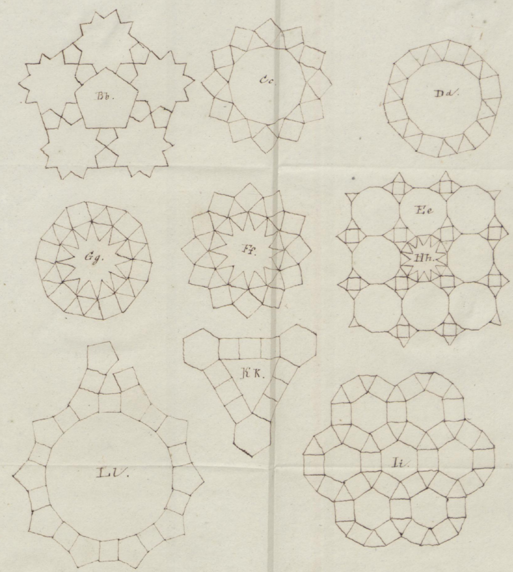


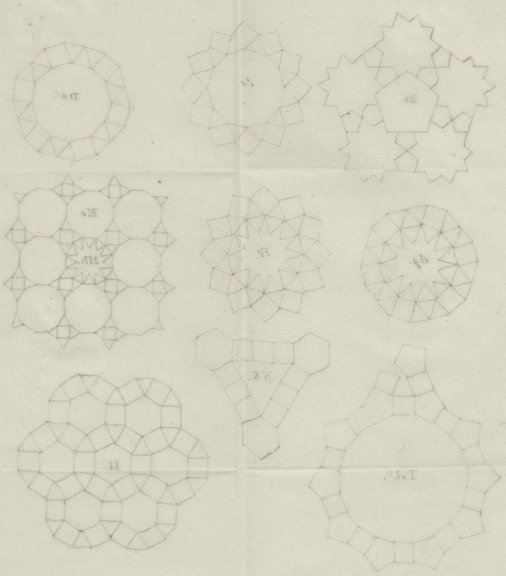
7e. Tafel.



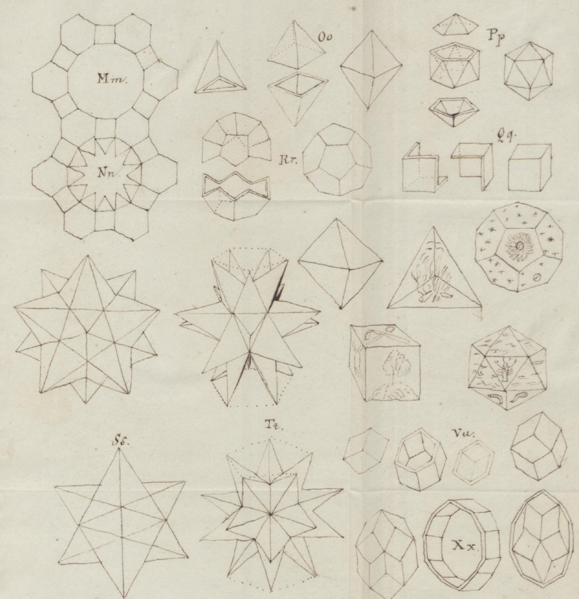


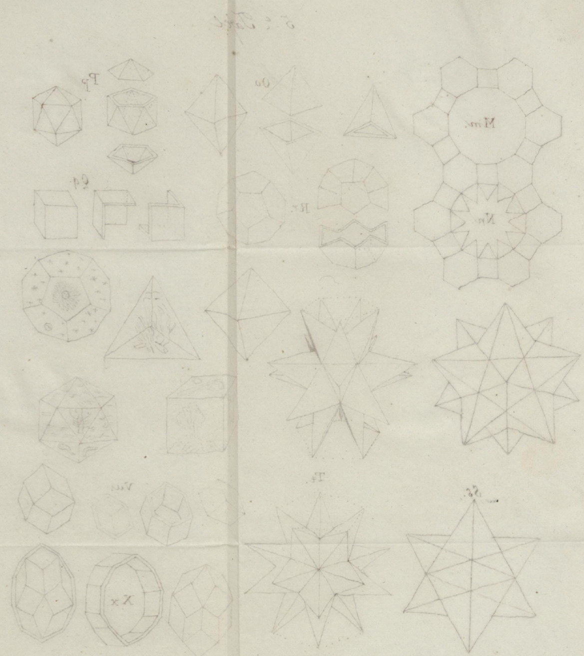
4te Tafel





5te Tafel





ad pag 186 Libri Vti.

